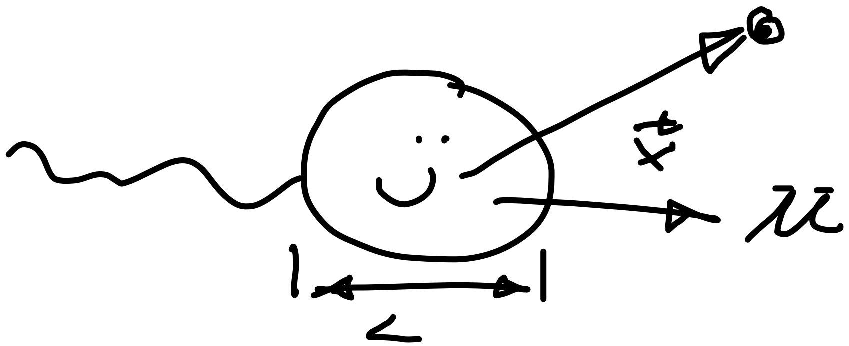
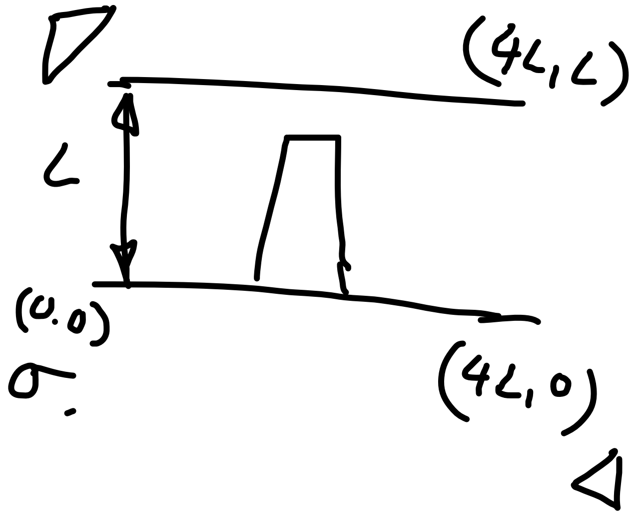




$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \eta \Delta \vec{u} + \rho \vec{k}$$

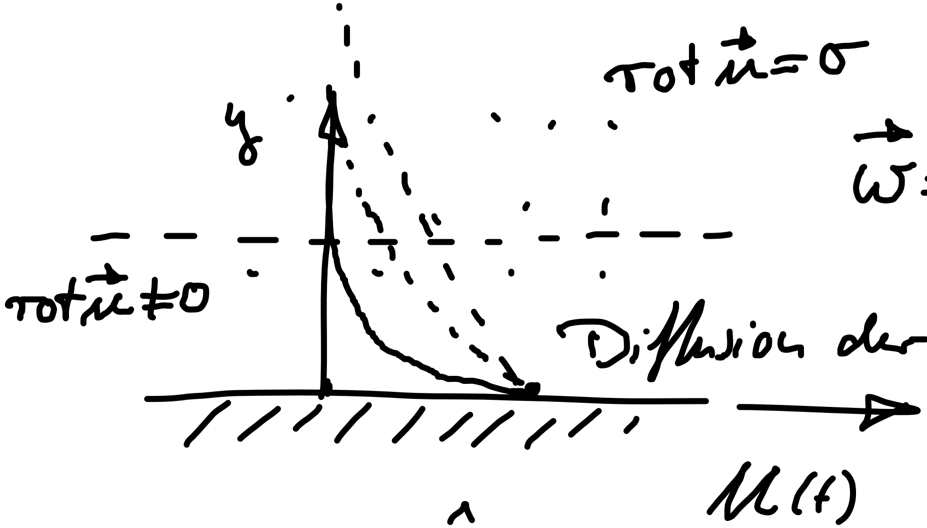
$$\vec{x} := L\, \vec{x}^{+}$$

$$\vec{u} := U\, \vec{u}^{+}$$

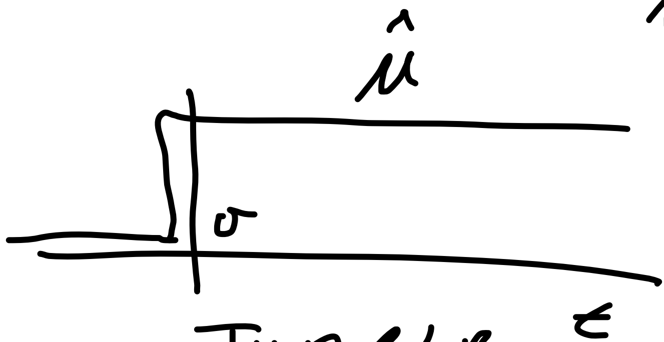
$$t := \underbrace{L/U}_{\text{Konvektionszeit}}\, t^{+} \qquad \text{Alternativ} \qquad t := \underbrace{\frac{L^2}{D}}_{\text{Diffusionszeit}}\, t^{+}$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 2

Warum wird (2/3) Diffusionsteil genannt?



$$\vec{\omega} = \frac{1}{2} \operatorname{rot} \vec{u}$$



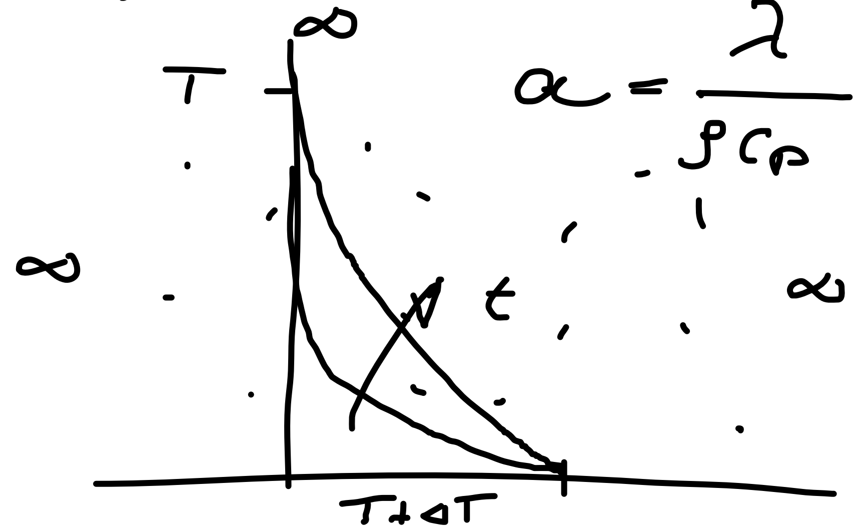
Impulsbilanz | Wirbeltransportgl.

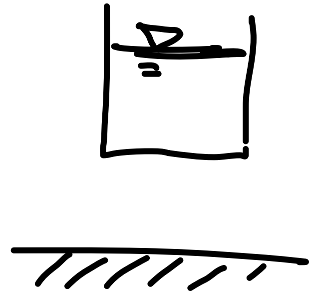
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \Big| \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \dots$$

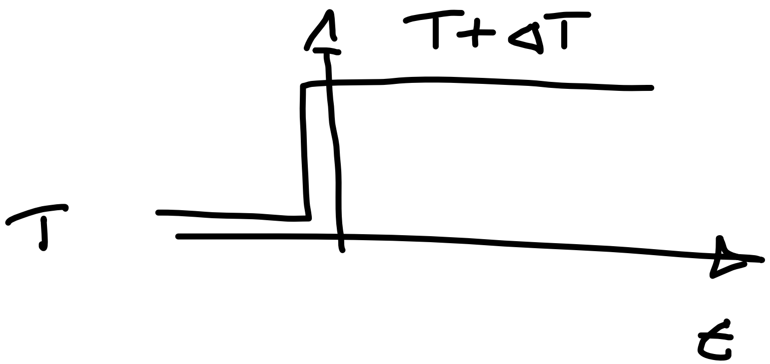
Diffusionsgleich. (vgl. Spurk Bd)

Analogie

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$







$$\frac{L^2}{a}$$ Diffusionszeit für die Wärmeltg.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad \frac{\partial w}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$[a] = [\nu].$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

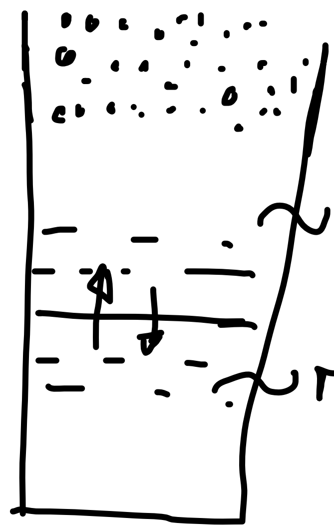
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 2

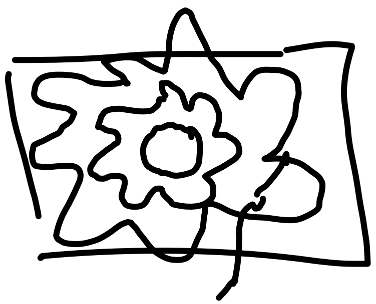
Stoffdiffusion.

Konzentration

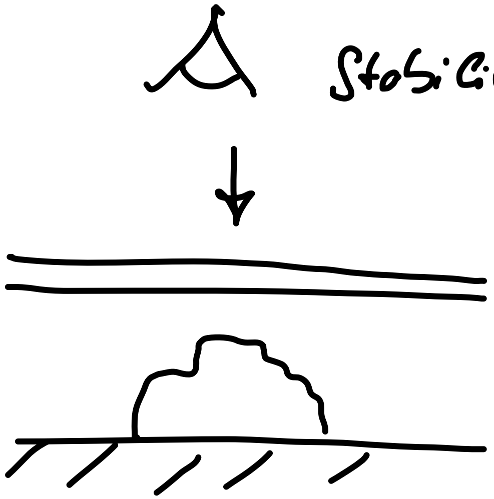
$$c := \frac{\text{Zahl der Teilchen}}{\text{Volumeneinheit.}} \quad \frac{(\text{mol})}{(\text{m}^3)}$$

„Latte"

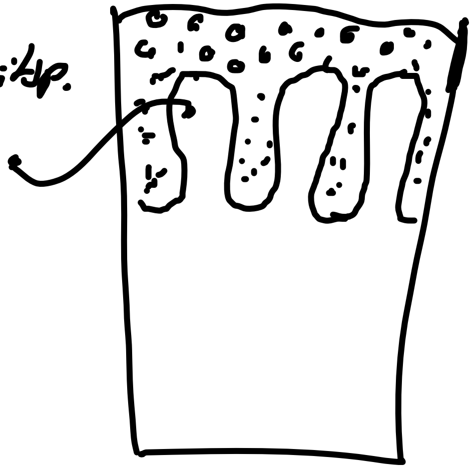




Krümmung der Oberfläche ~ Drucksprung

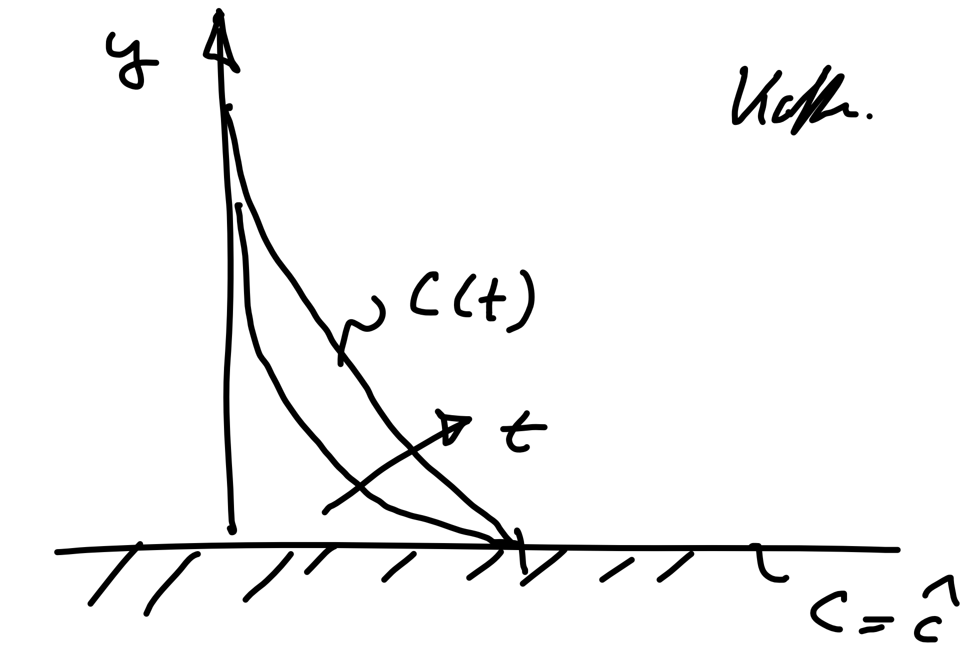


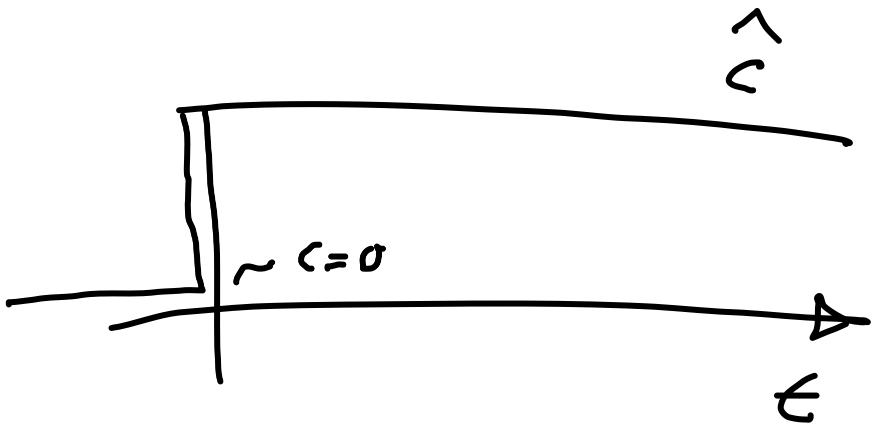
Stabilitätsp.



Gewitter.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 2





TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 2

Stoffstromvektor $[\vec{j}] = \dfrac{\text{Zahl der Moleküle}}{\text{Fläche} * \text{Zeit}}$

$\underline{\underline{\vec{j}}} = -D \nabla \underline{\underline{c}}$ Ficksches Diffusionsgesetz.

Materialgesetz.

∇ $\vec{q} = -\lambda \nabla T$ Fouriersches Wärmeleitungsgesetz.

Δ

<u>Erhaltungsgleichung für die Moleküle in der Flüssigkeit.</u>

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

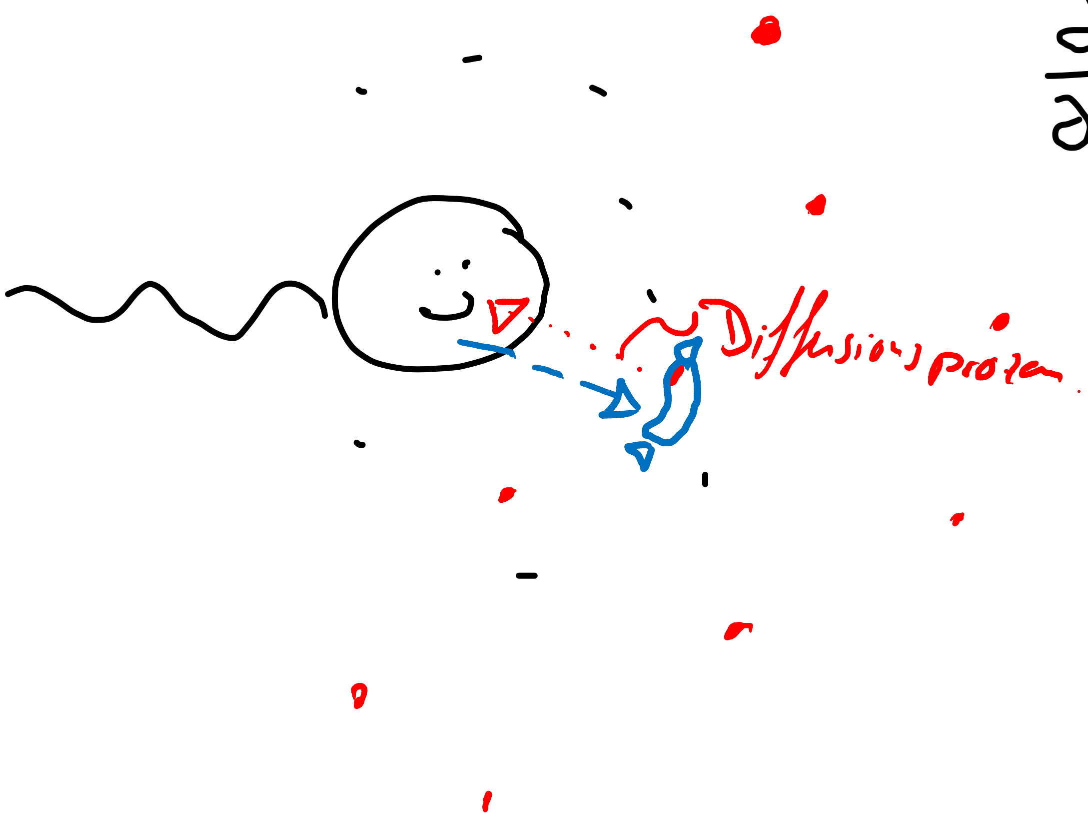
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 2

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \cancel{\vec{v}\cdot\nabla c} = D\,\Delta c$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\,\frac{\partial^2 c}{\partial y^2}$$

$$[D] = [a] = [\nu] = \frac{L^2}{T}.$$



1. Möglichkeit der Erhöhung: Hinbewegung zum „Futter" } **Konvektion.** $t_K = \frac{L}{u}$

2. Möglichkeit: Diffusion der Teilchen zum Einzeller } **Diffusion.** $t_D = \frac{L^2}{D}$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Vergleich der beiden typischen Zeit.

$$\frac{t_D}{t_K} = \frac{U L^2}{L D} = \frac{U L}{D} = \underbrace{\frac{U L}{\nu}}_{Re} \underbrace{\frac{\nu}{D}}_{Sc} = Re\, Sc$$

$$Re = \frac{10^{-5}\, 30\, \cancel{10^{-6}}}{\cancel{10^{-6}}} = 3 * 10^{-4}.$$

Schmidt-Zahl ist eine dimensionslose Materialkonstante.

$$Sc = \frac{\nu}{D}.$$

∇ Hinweis

$$Pr = \frac{\nu}{a}.$$

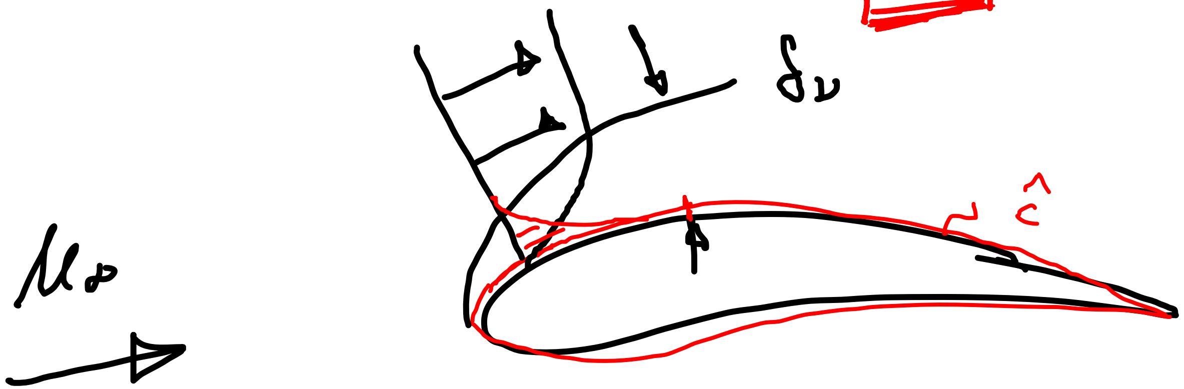
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 2

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

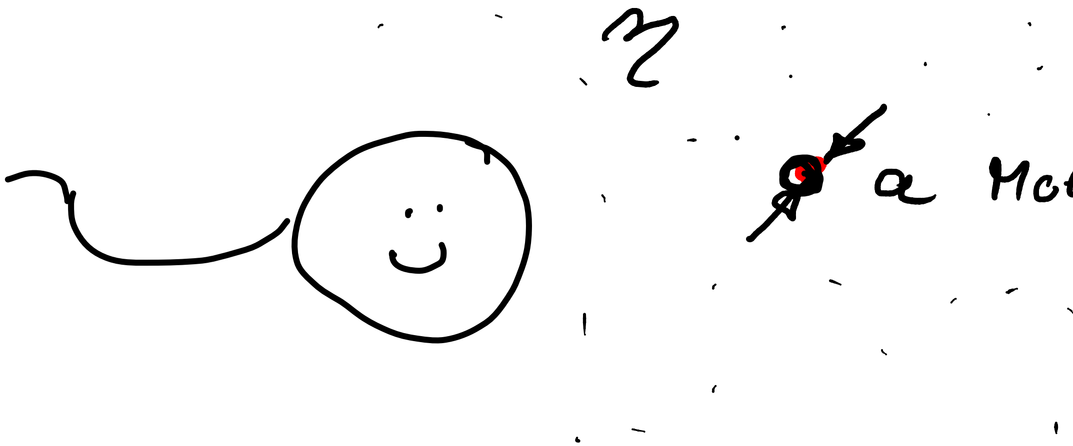
Analogie zwischen Stoffübergang und Wärmeübergang.

$$\Pi = \frac{a}{D}$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 2



η

a Molekülradius $\sim 1\,\text{Å}$

$$Sc = \frac{\nu}{D}$$

$\boxed{\text{Theorie verdünnter Lösungen}}$

$$D = \text{fn}(a, k\Theta, \eta)$$

$$\nabla \quad \eta = \eta_0 \exp\left(\frac{E_A}{k\Theta}\right) \qquad [k\Theta] = FL$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 2

	$k\Theta$	$D\eta$	a	η
F	1	1		1
L	1	2	1	-2
T		-1		1

	$k\Theta$	$\frac{D\eta}{k\Theta a}$	a	η
F	1	0	0	1
L	1	0	1	-2
T	0	0	0	1

$$\frac{D\eta}{k\Theta a} = \text{const.} \Longleftrightarrow D = f(k\Theta, a, \eta)$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 2

$$D = \frac{k\Theta\, a}{\eta}\ \text{const.}$$

$$[D] = \frac{\cancel{F} L\, L^2\, L}{\cancel{F}\, T}$$

	$D\eta$	$k\Theta/a$	$\cancel{\eta}$	$\cancel{a}$
F	~~0~~ 1	1	1	1
~~L~~	2	1	−2	1
~~T~~	−		+1	

$$D = \frac{k\Theta}{a\eta}\ \text{const.}$$

$$Sc = \frac{\eta^2}{\rho}\frac{a}{k\Theta}\ \text{const.}$$

$$Sc = \frac{\eta\, a\, \eta}{\rho\, k\Theta}\ \text{const}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 2

Für verdünnte Lösungen

$$Sc \sim 10^{3}.$$

$$\boxed{Re \sim 10^{-4}}$$

$$Pe_{D} = \frac{t_D}{t_u} = Re\, Sc \sim 10^{-1}$$

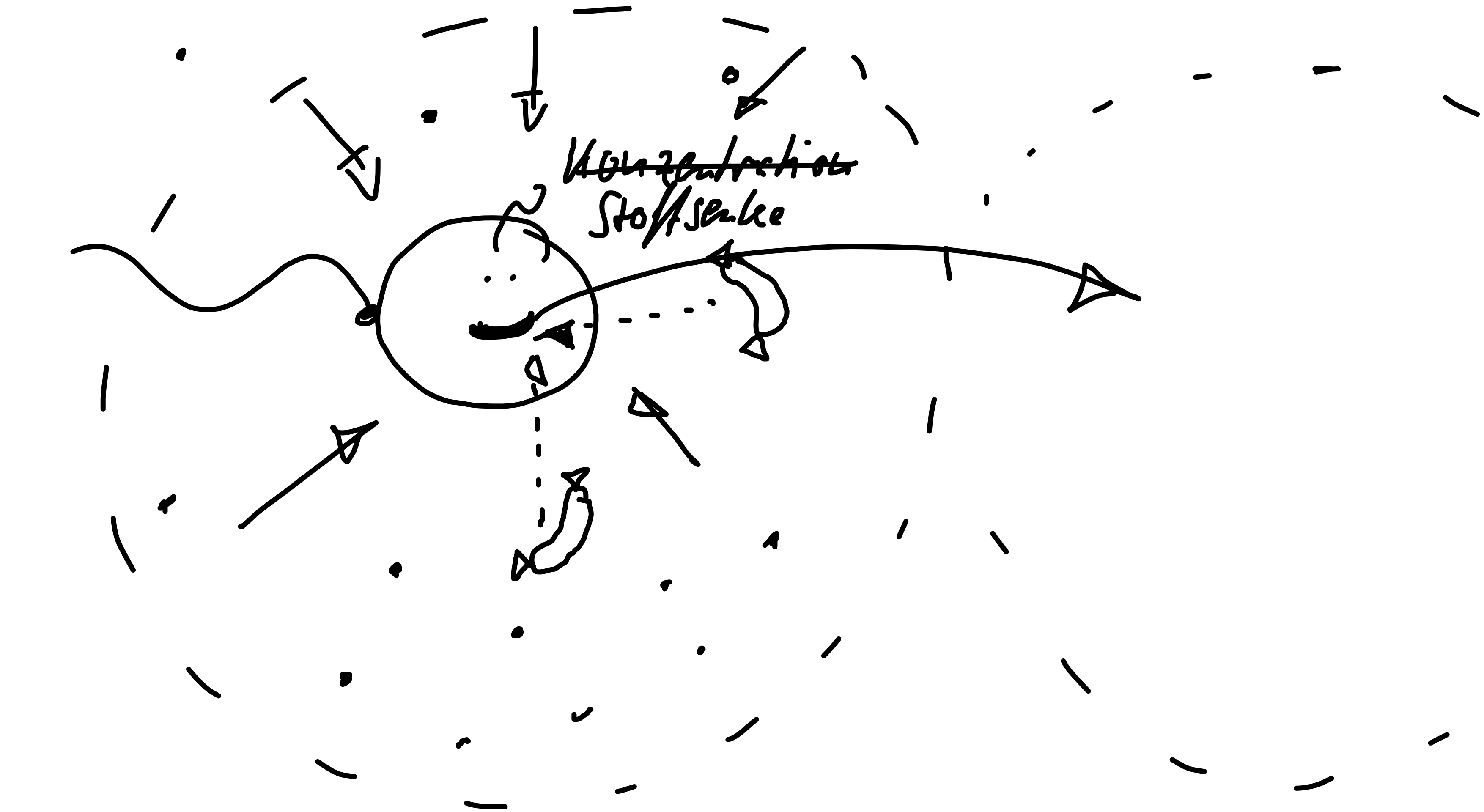
$$t_D \sim 10^{-1}\, t_u.$$

Die Diffusionszeit ist um eine Größenordnung kleiner im Vergleich zur Konvektionszeit.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 2



Verarmung des kugelförmigen Raumes um die Einzelle an Nährstoffen.

⇝ Motivation für die konvektive Bewegung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 2

Warum spielt die Zeit bei der Schwimmbewegung keine Rolle?

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \eta \Delta \vec{u}$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$\rho \frac{D\vec{u}^{+} U^{2}}{Dt^{+} L} = -\frac{\nabla^{+} p}{L} + \frac{\eta U}{L^{2}} \Delta^{+} \vec{u}^{+} \quad \Big| \cdot \frac{L^{2}}{\eta U}$$

$$\underbrace{\frac{UL}{\nu}}_{Re} \frac{D\vec{u}^{+}}{Dt^{+}} = -\nabla^{+} \underbrace{\frac{pL}{\eta U}} + \Delta^{+} \vec{u}^{+}$$

$$p^{+} := \frac{pL}{\eta U}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 2

$$\underbrace{Re \frac{D\vec{u}^+}{Dt^+}}_{O(Re)} = \underbrace{-\nabla^+ p^+}_{O(1)} + \underbrace{\Delta^+ \vec{u}^+}_{O(1)} .$$

$Re \ll 1$

<u>Gleichgewichtsbeziehung</u>

$$0 = -\nabla^+ p^+ + \Delta^+ \vec{u}^+$$ Stokessche Gleichung.

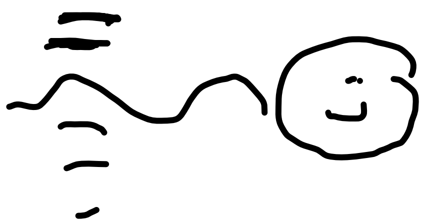
Wichtig:

1. Die Stokessche Gleichung ist linear.

2. Die Zeit taucht nur noch parametrisch (d.h. über die RB) auf.

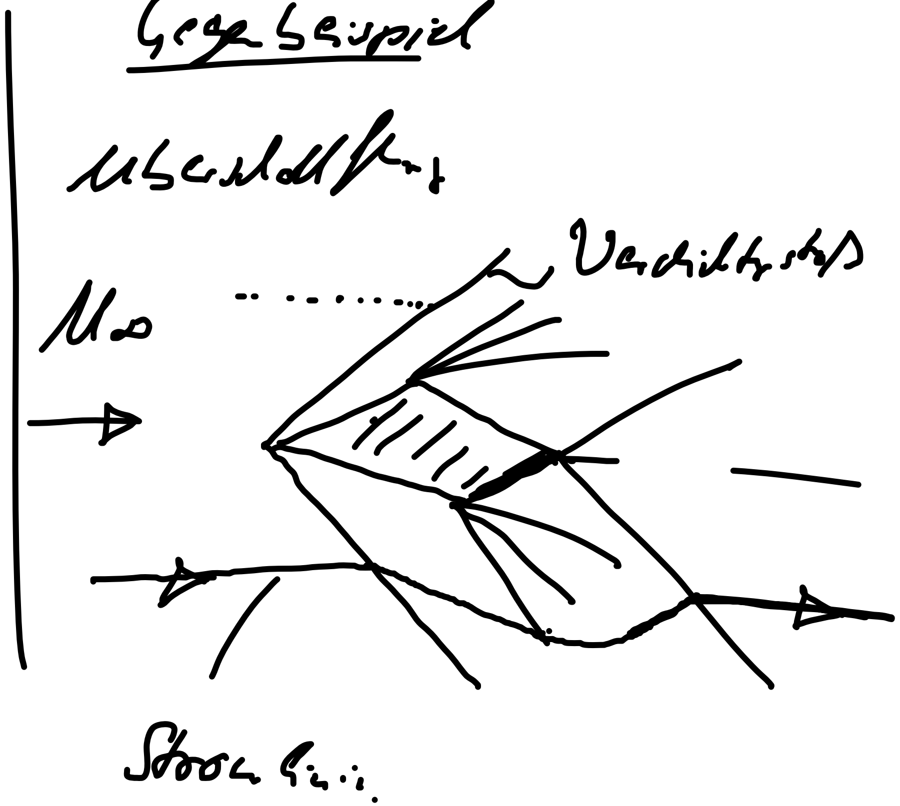
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 2

Bei einem System im Gleichgewicht macht sich Änderung in der Randbedingung unmittelbar im ganzen Feld bemerkbar.



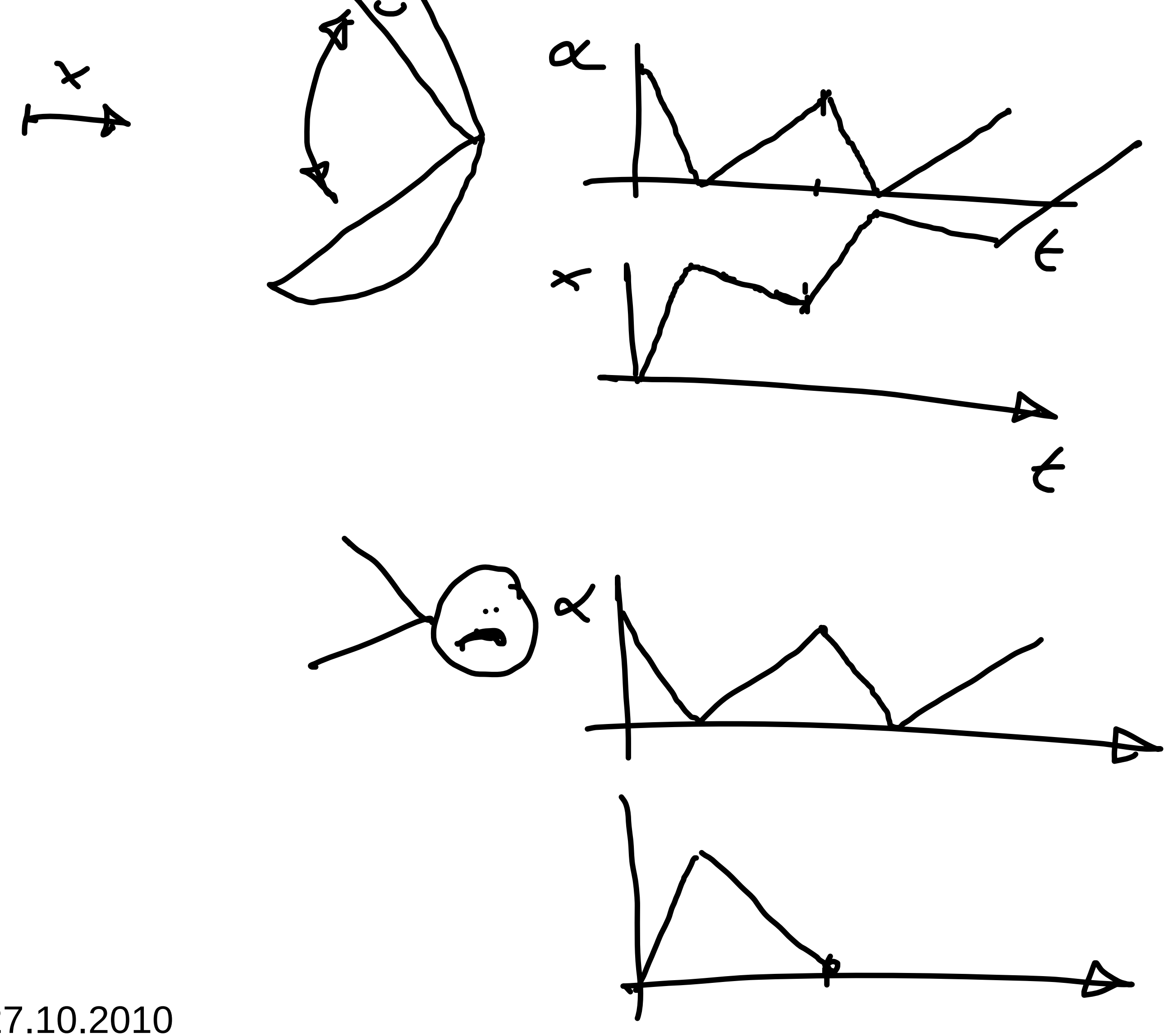
Gegenbeispiel

Überschallströmung



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 2

$$\underline{Re} \frac{D\vec{u}^+}{Dt^+} = -\nabla p^+ + \Delta \vec{u}^+$$



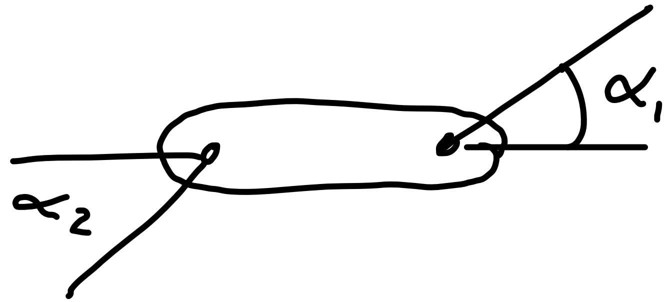
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 2

Vorschlag Purcell: Taschenmessermechanik



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz