Dimensionsanalyse; Cordier-Diagramm

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Wintersemester 2011/12

Technische Fluidsysteme

Vorlesung 7

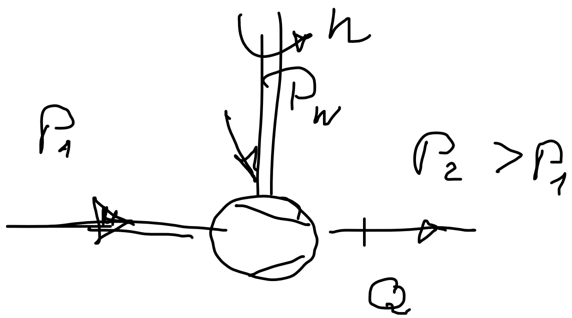
10.01.2012

Verdrängermaschinen: Stromfaden kann nicht durch die Maschine gelegt werden.

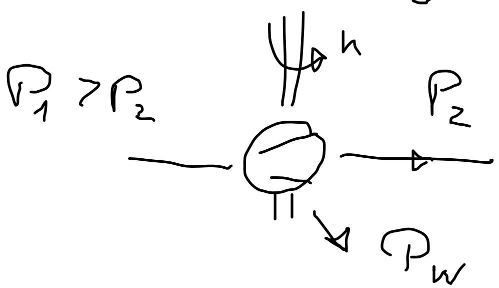
langsamläufige Maschine

Turbomaschinen: Stromfaden kann durch die Maschine gelegt werden.

schnellläufigen Maschine



Arbeitsmaschine



Kraftmaschine

1

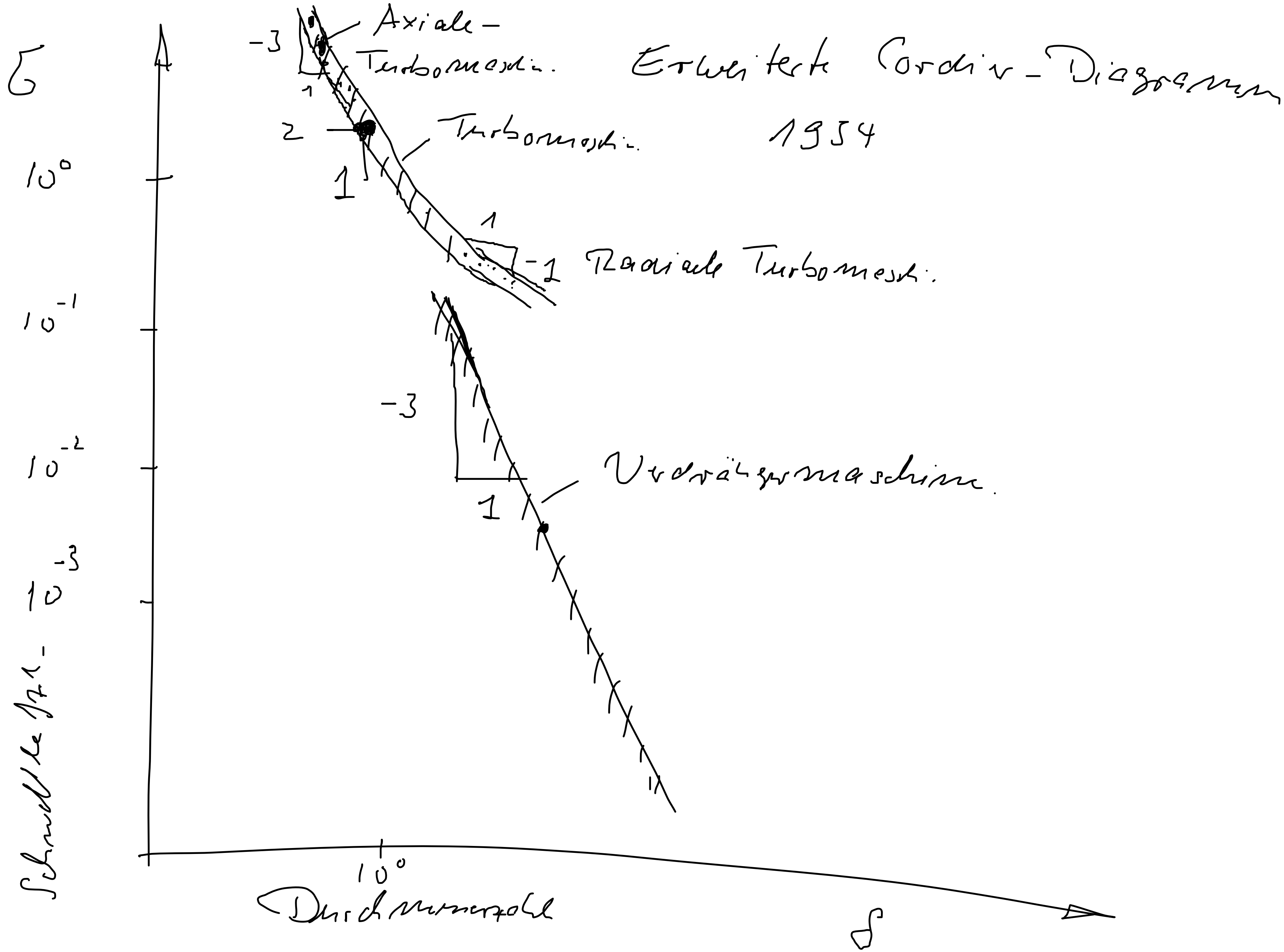
Schnellaufzahl $\sigma = \frac{n}{n_*} \gtrsim 0.1$ schnelle Maschine
↳ Turbomaschine

$\sigma = \frac{n}{n_*} \lesssim 0.1$ langsame Maschine
↳ Verdrängermaschine

n_* Bezugsdrehzahl, die aus Druckhöhe und Volumenstrom gebildet ist.

Erweiterte Cordier-Diagramm

1954



Literatur

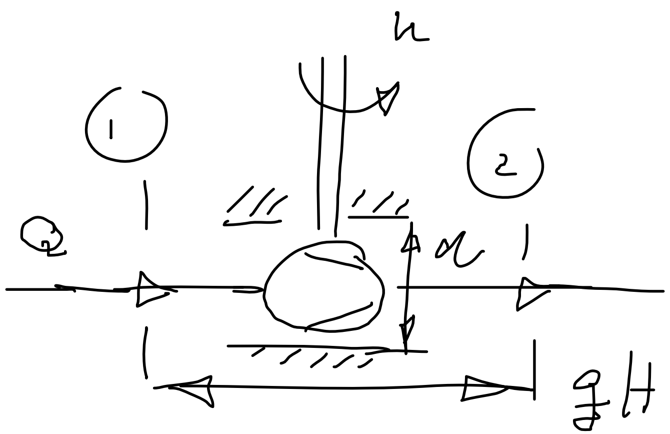
Otto Cordier — Ähnlichkeitsbedingungen für Strömungsmaschinen.
VDI - Bericht 1955 Bd. 3, S. 85.

Gerd Heinz Grabow — Das erweiterte „Cordier" - Diagramm für Fluidenergiemaschinen und Verbrennungsmotore.

Fister — Fluidenergiemaschinen. Springer Verl.

Spurk — Dimensionsanalyse in der Strömungslehre. Springer Verl.

Dimensionsanalyse



spezifische Stutzenarbeit, technische Arbeit $Y = gH = \frac{\Delta p_t}{\rho}$

$\rho = \text{const.}$ < Flüssigkeit
Luft $Ma^2 = \left(\frac{nd}{a}\right)^2 \ll 1$

i.d.R. gegeben:

Volumenstrom Q ✓

technische Arbeit gH ✓

$gH = c_p(T_2 - T_1)$

Freiheitsgrad: Drehzahl n

Durchmesser d

Durchmesser d $\sim$ Bauraum (Packaging)

Volumen $\sim d^3$

Investkosten $\sim d^3$

Gewicht $\sim d^3$.

Schallgeschw.)
$$\rho gH = \rho gH(Q, \rho, n, d, \eta, a, \mathcal{H}_i)$$

dynamische Viskosit.

$$d\,\mathcal{H}_1 = l_1$$
$$d\,\mathcal{H}_2 = l_2$$
$$\vdots$$

$\mathcal{H}_i$ legen die Gestalt der Maschine fest.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Technische Fluidsysteme

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2011/12
Vorlesung 7 F

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Technische Fluidsysteme

Dimensionsanalyse

$$gH = gH(Q, n, d, \cancel{\rho}, x_i)$$

$1\,kg = 10^3\,g$

		gH	Q	n	d	ρ	x_i
Länge	L	2	3	0	1	-3	0
~~Masse~~	~~M~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~0~~
Zeit	T	-2	-1	-1	0	0	0

$\underbrace{\qquad\qquad}_{\text{Dimensionsmatrix}}$

$$\underset{\substack{\| \\ \text{dimensionsl. Pro.}}}{N} = \underset{\substack{\| \\ \text{physikal.}}}{n} - r = \text{Rang}$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2011/12
Vorlesung 7 F

	$(gH)^{-\frac{3}{4}}$	$Q^{\frac{1}{2}}$	n	d
L	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	0	1
T	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	0

	(gH)	Q	$n\,Q^{\frac{1}{2}}(gH)^{-\frac{3}{4}}$	d
L	$\cancel{\frac{3}{2}}$ 2	$\cancel{\frac{3}{2}}$ 3	0	1
T	$\cancel{\frac{3}{2}}$ -2	$\cancel{-\frac{1}{2}}$ -1	0	0

	$(gH)^{\frac{1}{4}}$	$Q^{-\frac{1}{2}}$	$nQ^{\frac{1}{2}}(gH)^{-3/4}$	d
L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	0	1
T	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0

	gH	Q	$\boxed{nQ^{\frac{1}{2}}(gH)^{-\frac{3}{4}}}$	$\boxed{d(gH)^{\frac{1}{4}}Q^{-\frac{1}{2}}}$
L	1	3	0	0
T	-1	-1	0	0

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Technische Fluidsysteme

5 dimensionsbehaftete physikalische Größ.

$$gH = gH(Q, n, d, \varrho, \mathcal{K}_i)$$

2 dimensionslose physikalische Größe

$\Longleftrightarrow$ dimensionslose Produkte.

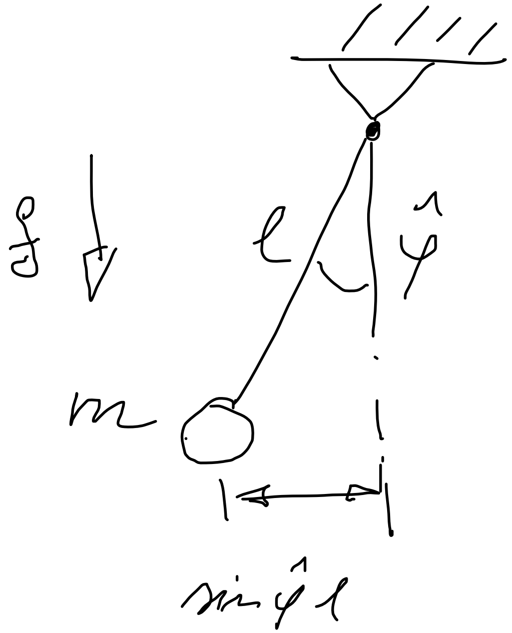
$$\underbrace{(gH)^{-\frac{3}{4}} Q^{\frac{1}{2}} n}_{\sim n} = \sigma\left(\underbrace{(gH)^{\frac{1}{4}} Q^{-\frac{1}{2}} d}_{\sim d}, \mathcal{K}_i\right)$$

$\sim \sigma$ Schnelllaufzahl.

$\sim \delta$ Durchmesserzahl.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Schwingungsdauer $\tau = \tau(m, l, g, \hat{\varphi})$



	τ	m	$\sqrt{l/g}$	g	$\hat{\varphi}$
L			0	1	
M		1			
T	1		1	-2	

$$\frac{\tau}{\sqrt{l/g}} = f(\hat{\varphi})$$

	$\frac{\tau}{\sqrt{l/g}}$	$\sqrt{l/g}$	$\hat{\varphi}$
T	0	1	0

$$\alpha = fu\left(d, \lambda, \rho, \mu, c_p, u_\infty\right)$$

$$\underbrace{\frac{\alpha d}{\lambda}}_{Nu} = f\left(\underbrace{\frac{u_\infty d}{\nu}}_{Re}, \underbrace{\frac{\lambda}{c_p \rho \nu}}_{Pr.}, \ldots\right)$$

$$(gH)_{opt.} = gH(Q_{opt.}, n, d, \rho, \mathcal{K}_i)$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$\sigma = \sigma(\delta, \mathcal{K}_i)$$ Cordier-Diagr.

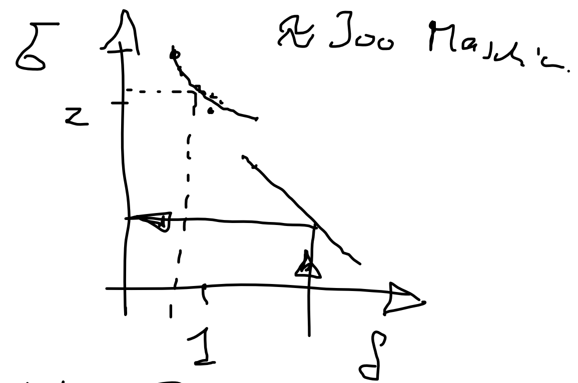
	gH	Q	n	d
L	2	3		1
T	−2	−1	−1	

	$\frac{gH}{n^2 d^2} = \psi$	$\frac{Q}{n d^3} = \varphi$	n	d
L	0	0	0	1
T	0	0	−1	0

Ziel: Mache n, d dimensionslos.

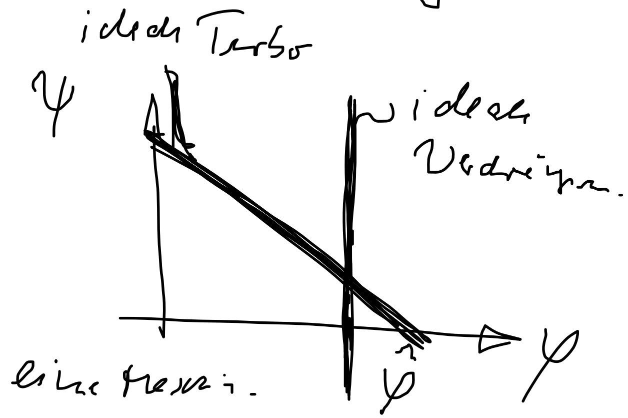
$$\sigma = 2\sqrt{\pi}\,(2gH)^{-\frac{3}{4}}\, Q^{\frac{1}{2}} \qquad n \qquad \text{Schnelllaufzahl.}$$

$$\delta = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\,(2gH)^{\frac{1}{4}}\, Q^{-\frac{1}{2}} \qquad d \qquad \text{Durchmesserzahl.}$$



$\Longrightarrow$ Maschine wird ausgewählt.

Ziel Mache gH, Q dimensionslos.

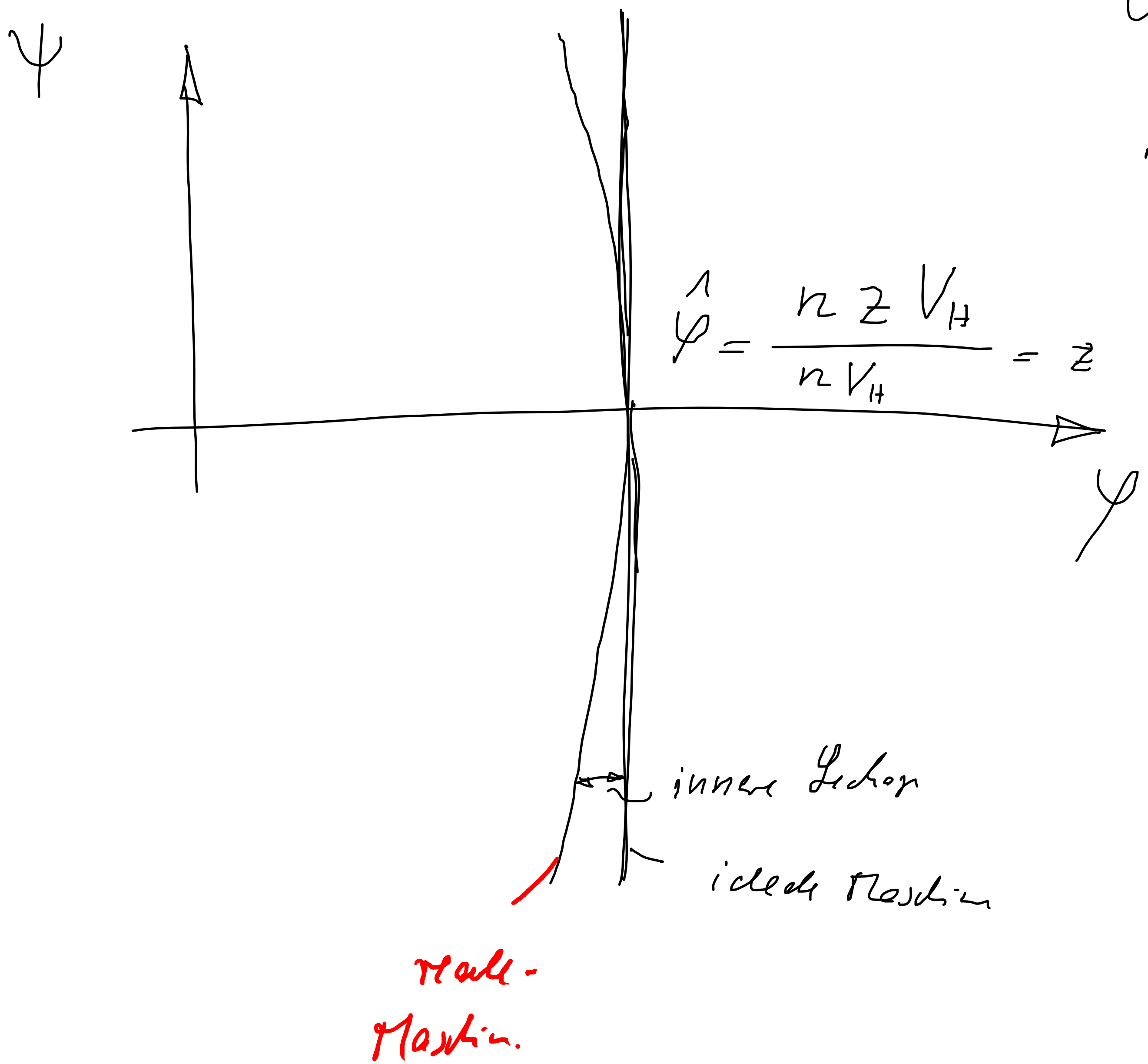


$$\varphi = \frac{1}{\delta^3 \sigma} = \frac{4Q}{n\pi^2 d^3} \qquad \text{Durchflusszahl.}$$

$$\psi = \frac{1}{\delta^2 \sigma^2} = \frac{2gH}{n^2 \pi^2 d^2} \qquad \text{Druckzahl.}$$

Verdräng.

Arbeitsmaschin.



$$\hat{\varphi} = \frac{n\, z\, V_H}{n\, V_H} = z$$ Zahl der Arbeitsräume.

n Drehzahl

V_H Schluckvol.

Kraftmaschin.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Technische Fluidsysteme

$$(\psi, \varphi) \longrightarrow (\sigma, \delta)$$

$$\varphi = \frac{1}{\delta^3 \sigma} \quad (1)$$

$$\psi = \frac{1}{\delta^2 \sigma^2} \quad (2)$$

$\varphi = \hat{\varphi} = \text{const}$ für die idealen Verdrängermaschinen.

in (1) $\quad \hat{\varphi} = \dfrac{1}{\delta^3 \sigma} \Rightarrow \boxed{\sigma = \dfrac{1}{\hat{\varphi}\, \delta^3}} \qquad \sigma \sim \delta^{-3}$

$$\hat{\varphi} \approx 0.25 \ldots 0.5$$