

Wirkungsgradaufwertung; Wasserkraft



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2011/12
Optimierung und Skalierung
von Fluidsystemen
Vorlesung 7

Literaturhinweis

- Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust
von Albert Betz

1919 Aus den Nachrichten der U. Gesellschaft der
Vinsensleute zu Göttingen S. 193 - 217.

- On the upper limit for hydropower in an
open-channel flow

2011 Journal of hydraulic engineering Nov. 2011
Pelz.



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Optimierung
und Skalierung von
Fluidsystemen



Skalierungsproblem betrifft das Netz

$$P_{fr} = P_{avail} C_p \eta$$

$$P_{avail} := \frac{\rho}{2} U_{\infty}^3 A$$

$$C_{Pmax} = \frac{16}{27} \quad \text{Betzsche Gesetz.}$$

η aerodynamisch Wirkgrad

$$\epsilon = 1 - \eta \quad \text{,,} \quad \text{Ineffizienz.}$$

η, ϵ sind Größen, die
das Netz betreffen.

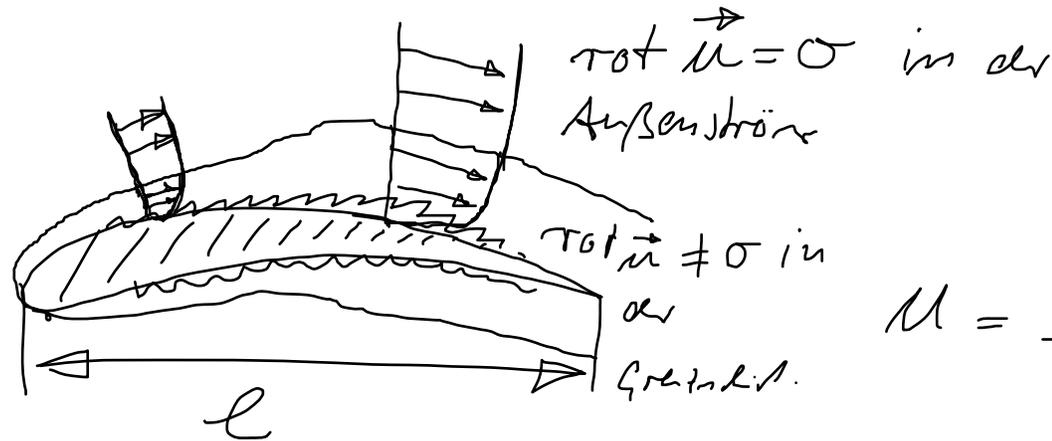


Maß für die Reib.

$$\zeta = \zeta \left(Re, \varphi = \frac{1}{\lambda}, \frac{k}{l}, \text{ Gestalt} \right)$$

Maß für die

Reib



$$u = \frac{\Omega D}{2}$$

Blockspitzengeschw.

u_0

Auströgeschw.

$$Re = \frac{u D}{\nu} : \text{Die Geschwindigkeit ist in Folge}$$

$$Re' := \frac{|w| l}{\nu} : \text{Das Profil ist im Folge}$$



Wenn $\text{rot } \vec{u} \equiv \sigma$, dann hat
das Geschwindigkeitsfeld ein Potential $\bar{\Phi}$ d.h.,

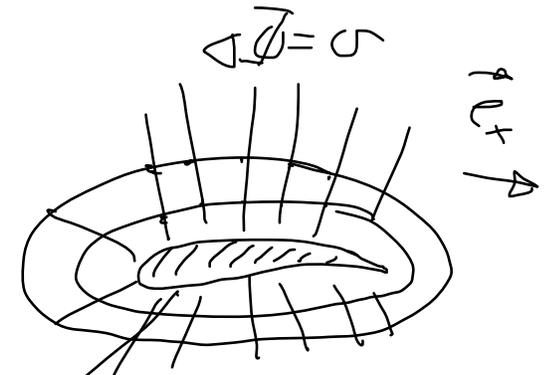
$$\text{d.h.} \quad \vec{u} = \nabla \bar{\Phi}$$

Wenn zusätzlich $\frac{D\rho}{Dt} \equiv \sigma$, dann $\nabla \cdot \vec{u} \equiv \sigma$.

$$\nabla \cdot \vec{u} = \nabla \cdot \nabla \bar{\Phi} = \Delta \bar{\Phi} = \sigma$$



u_x
→



1. Numerisch Lösung von $\Delta \bar{\Phi}$ mittels Feldmethoden.

2. Lösung mittels verteilter Singularitäten
(Randelementmethoden, Boundary-
Element Methods)

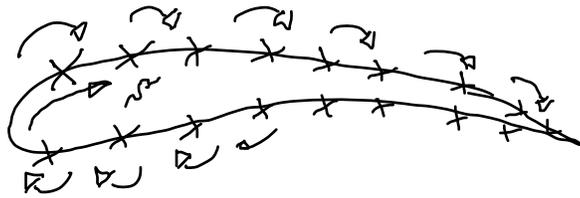
$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \sigma$ Unendlich
r.B

$\bar{\Phi} \cdot \vec{e}_x = u_x$
für $x \rightarrow \infty$



$$\Delta \Phi = 0 \text{ lineares Gleich}$$

↳ Superposition ist
möglich



Bestimme die Quellstärke $q(s)$ und Wirbelstärke $\gamma(s)$
 oberhalb, daß die kinematische Randbedg $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$ a.d.W. und

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = U_\infty \text{ für } \frac{x}{c} \rightarrow \infty \text{ erfüllt ist.}$$

↳ Integralgleichg wird i.d.R. numerisch gelöst.

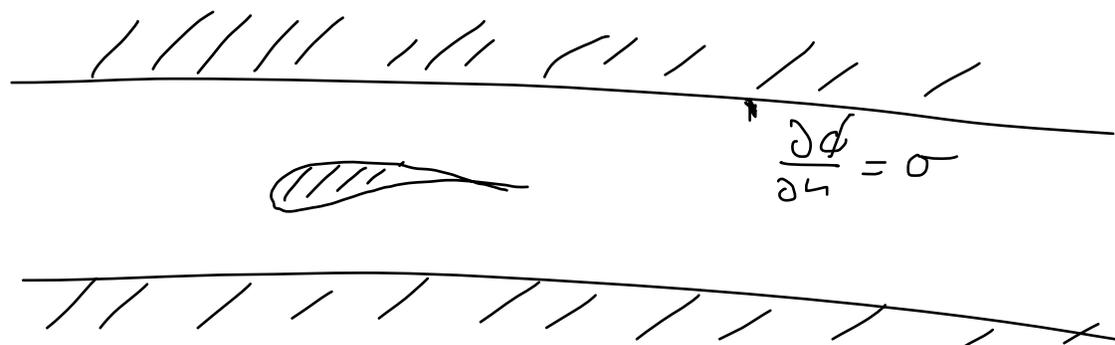


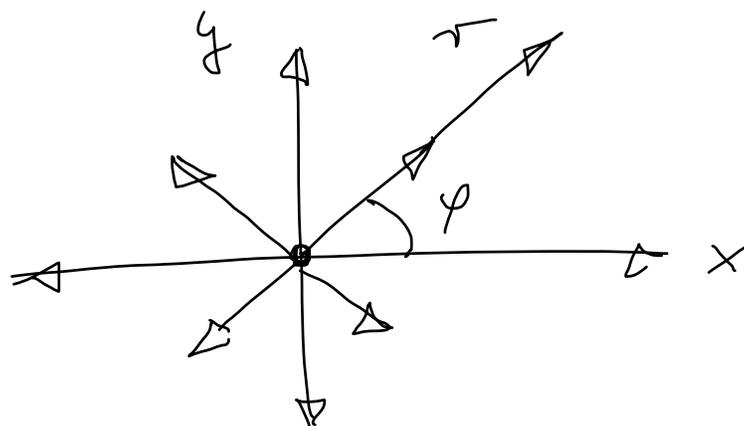
⊕ kleine Gleichungsterme

⊕ Lösung im Unendlichen wird
sehr gut schaff.

Grund: Abklingen der Wirbel von
Quelle und Senke.

⊖ Funktionswert bei Innenströmungen nicht
gut.





$$\vec{u} = u_r \vec{e}_r, \text{ mit } u_r = \frac{Q}{2\pi r} \quad \text{eben, Quelle.}$$

$$\Phi_Q = \frac{Q}{2\pi} \ln r + C$$

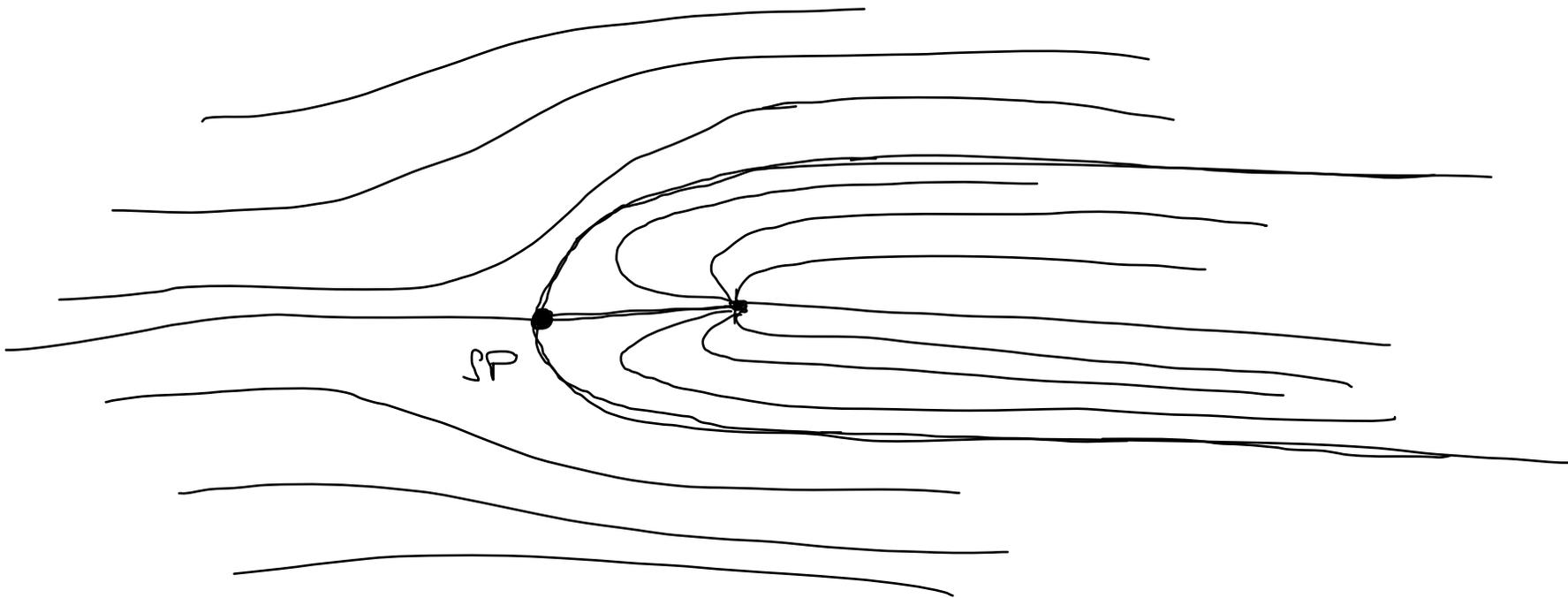
$$\vec{u} = u_\omega \vec{e}_x$$

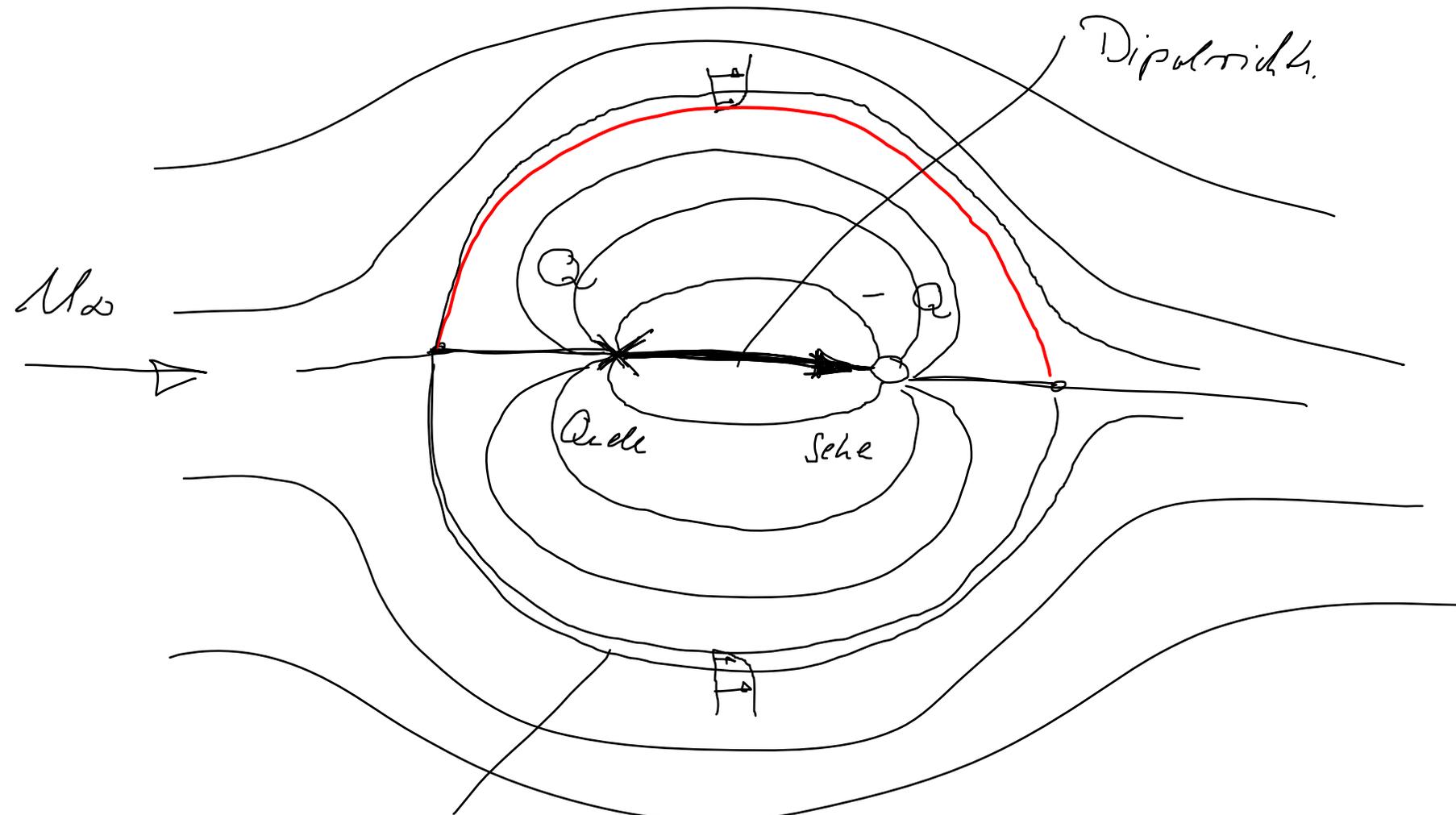
$$\Phi_{u_\omega} = u_\omega x = u_\omega r \cos \varphi$$



$$\bar{\Phi} = \bar{\Phi}_{M_\infty} + \bar{\Phi}_Q$$

$$= M_\infty r \cos \varphi + \frac{Q}{2\pi} \ln r$$





Grenzschicht zu Prandtl.

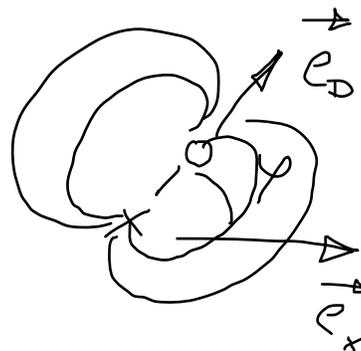
Quelle und Senke \rightarrow Dipol.



$$\bar{\Phi}_{\text{Dipol}} = \bar{\Phi}_{\text{Quelle}} + \bar{\Phi}_{\text{Senke}}$$

$$= \frac{Q}{2\pi} \ln r - \frac{Q}{2\pi} \ln(r-a)$$

$$\lim_{\substack{a \rightarrow 0 \\ Q \rightarrow \infty}} \bar{\Phi}_{\text{Dipol}} = \frac{D}{2\pi r} \vec{e}_D \cdot \vec{e}_r = \frac{D}{2\pi r} \cos \varphi$$

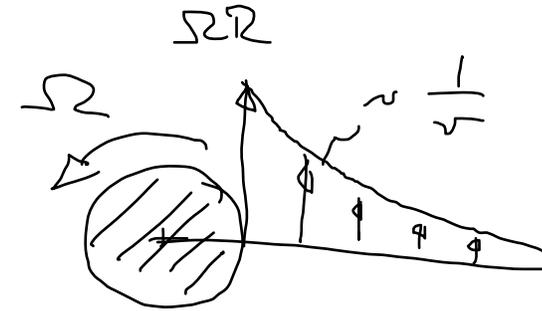


Potential vortices

$$\vec{u} = \frac{\Gamma}{2\pi r} \vec{e}_\varphi$$

$$\vec{\Phi} = \frac{\Gamma}{2\pi} \varphi$$

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi$$



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Optimierung
und Skalierung von
Fluidsystemen

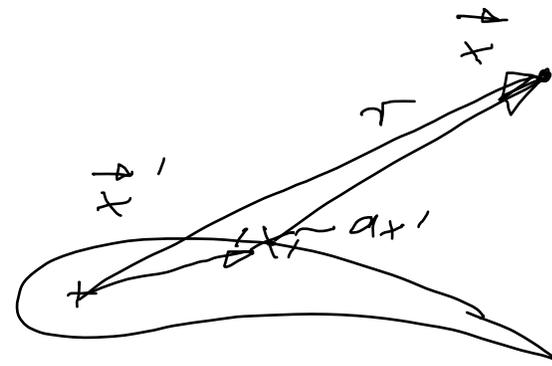
$$\bar{\Phi} = \frac{Q}{2\pi} \ln r \rightarrow \Phi$$





$$\varphi_Q = \frac{\oint \gamma(\vec{x}') d\vec{x}'}{2\pi} \ln r$$

$$r = |\vec{x} - \vec{x}'|$$



$$\varphi_Q = \frac{\gamma(\vec{x}')}{2\pi} \ln |\vec{x} - \vec{x}'| dx'$$

$$\varphi_T = \frac{\gamma(\vec{x}') dx'}{2\pi}$$



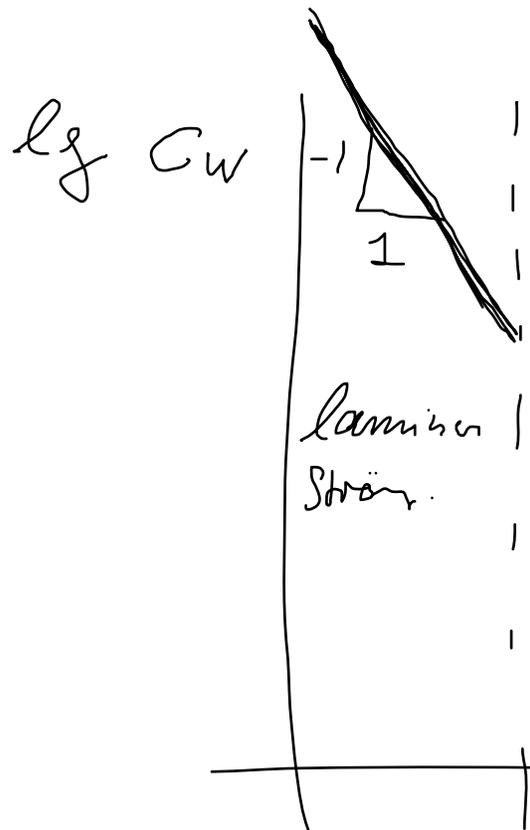
$$\eta = \eta \left(\underbrace{Re, \frac{k}{e}}_{\parallel}, \varphi = \frac{1}{\lambda}, \zeta_{\text{gestellt}} \right)$$

$$C_w \left(Re, \frac{k}{e}, \zeta_{\text{gestellt}} \right)$$

$$\eta = \eta \left(C_w \left(Re, \frac{k}{e} \right), \varphi = \frac{1}{\lambda} \right)$$

$$\varepsilon = \varepsilon \left(C_w \left(Re, \frac{k}{e} \right), \varphi = \frac{1}{\lambda} \right)$$

$$\boxed{\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{dC_w}{C_w}} \quad \text{Aufwertgleich.}$$

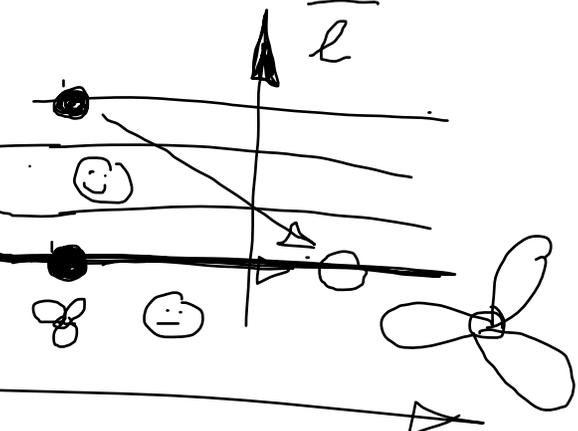


hydraulisch
Rohr turbulente
Ström.

turbulente
Strömung über eine
vollkommene
rauh Wand.

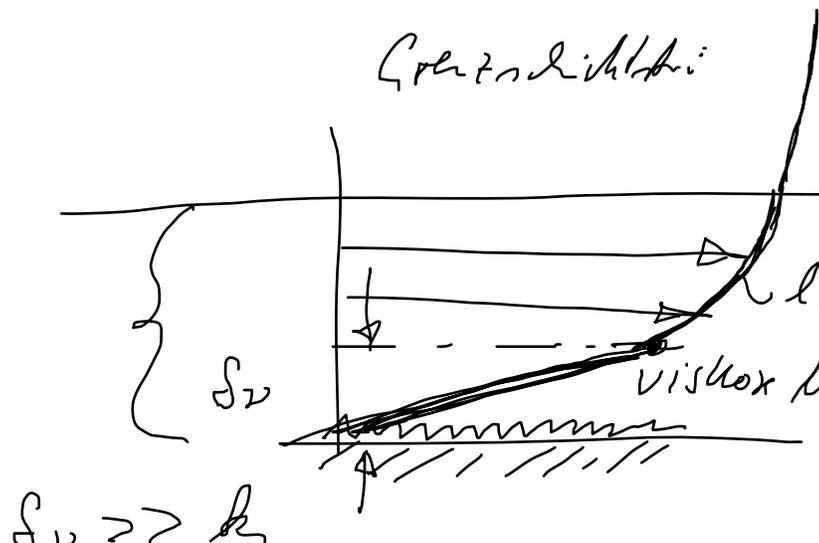
$S_v \gg h$
Bousinesq-Gesetz.

$S_v \ll h$ $\frac{h}{l}$



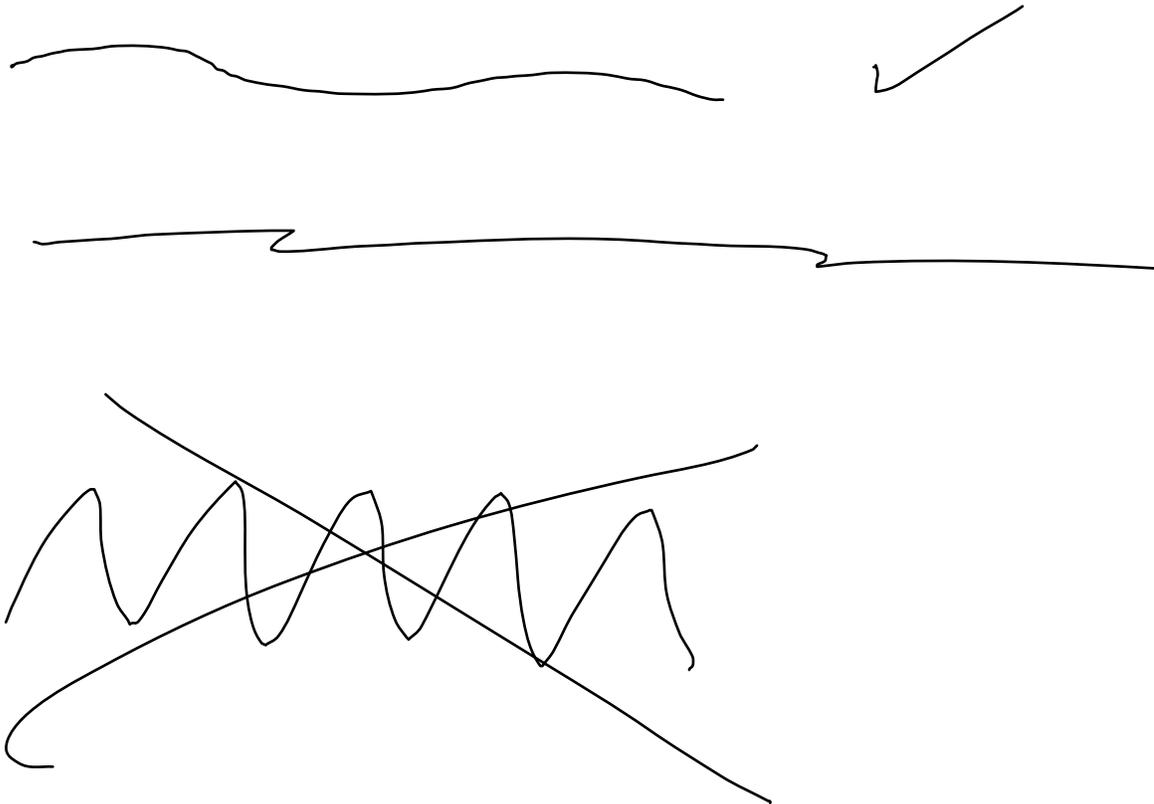
$\lg Re = \lg \frac{(w)l}{\nu}$

Prandtl'sches
Gesetz.



keine Abhängigkeit von der
Reynoldszahl.

Abbildung:



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Optimierung
und Skalierung von
Fluidsystemen



S_v Dichte der viskosen Mantelschicht

$$\frac{S_v}{k} := \frac{\nu}{\mu_* k} = \frac{\nu}{\mu_\infty \sqrt{c_w/2} k} = \frac{\nu}{\mu_\infty} \frac{l}{k} \frac{1}{\sqrt{c_w/2}} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{1}{k/l} \frac{1}{\sqrt{c_w/2}}$$

μ_* Schubspannungskoeffizient

$$\mu_* := \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{c_w}{2}} \mu_\infty$$

τ_w Wandrandspannung

$$\tau_w \sim c_w \frac{\rho}{2} \mu_\infty^2$$

☺: $\frac{S_v}{k} \gg 1$ oder $\frac{S_v}{k} \ll 1$ kann sehr einfach abgeleitet werden.

Optimierung und Skalierung von Wasserwerkanlagen.



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Optimierung
und Skalierung von
Fluidsystemen

1. Was ist das Energieangebot?

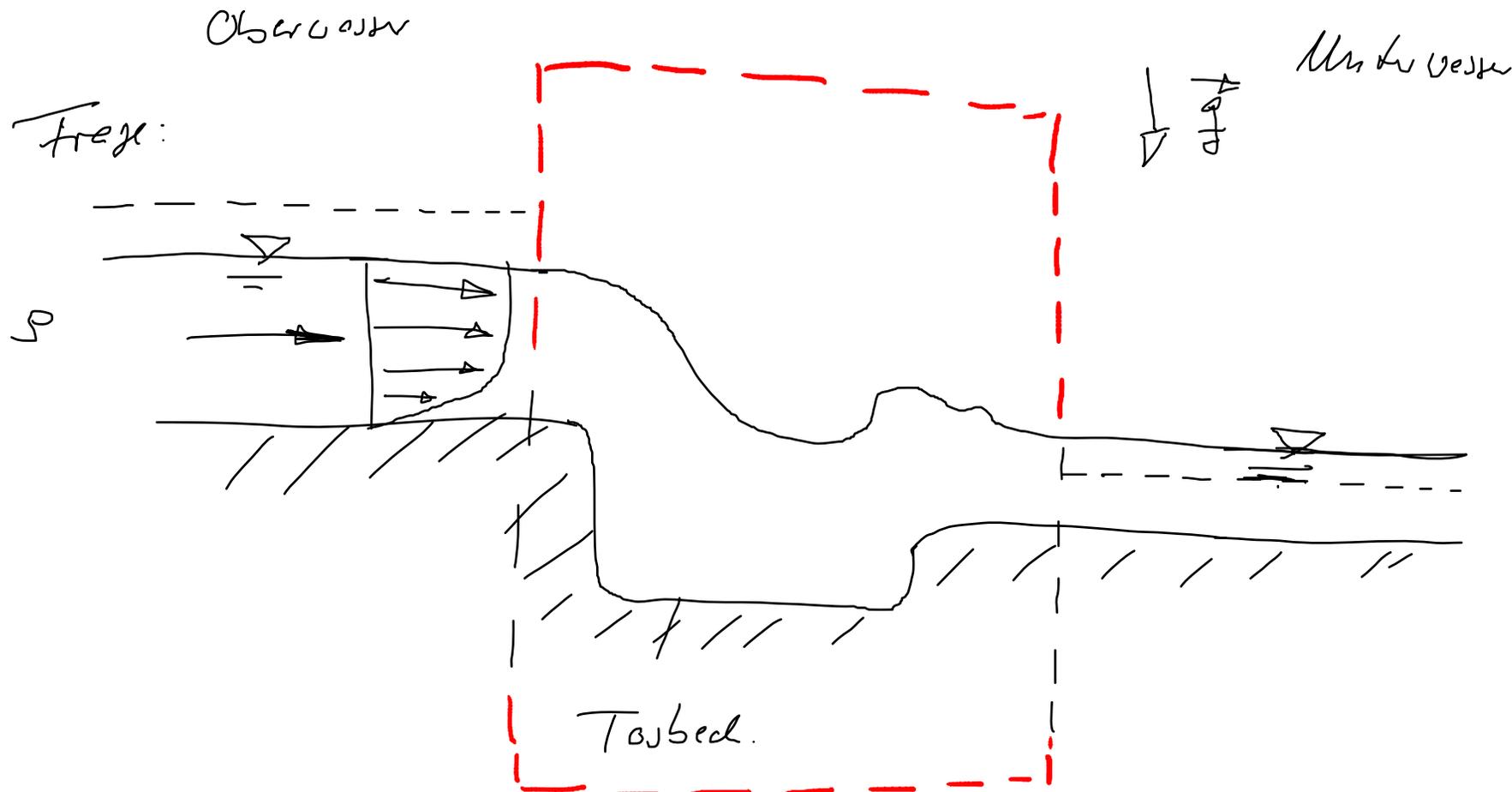
Unterscheidung nach „sehr großen Gefälle“ und „sehr kleinen Gefälle“

2. Wie kann das Energieangebot optimal genutzt werden?

3. Maschinenbau.



Wasserstrahl bei sehr kleinem Gefälle



$$P_{\text{str}} = P_{\text{aver}} C_p \approx 2$$

$C_{p \text{ max}} = ?$	$P_{\text{avail}} = 2$
-------------------------	------------------------