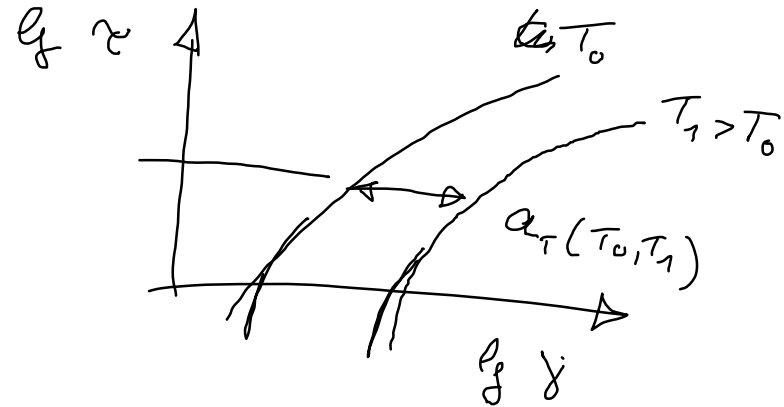
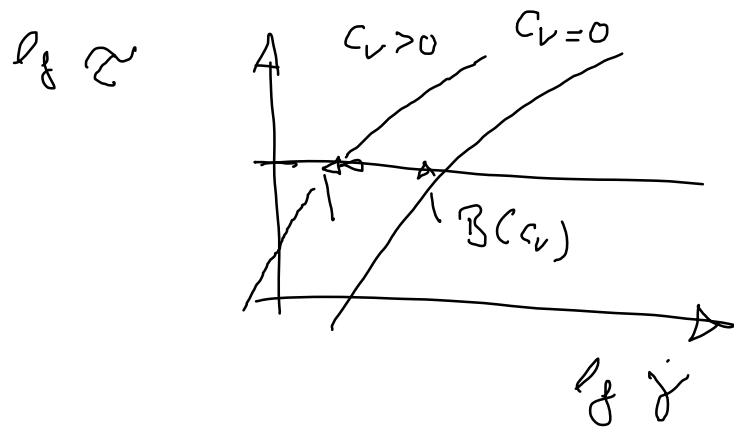
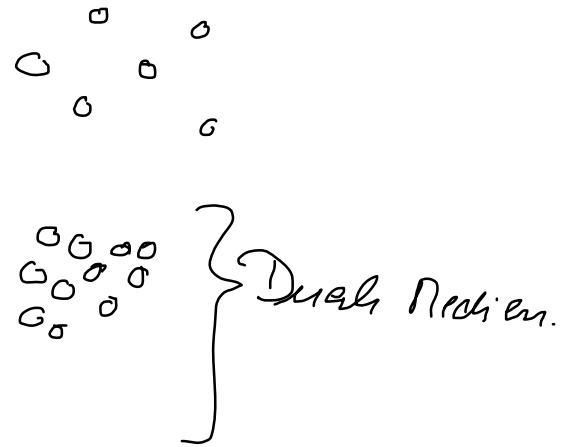


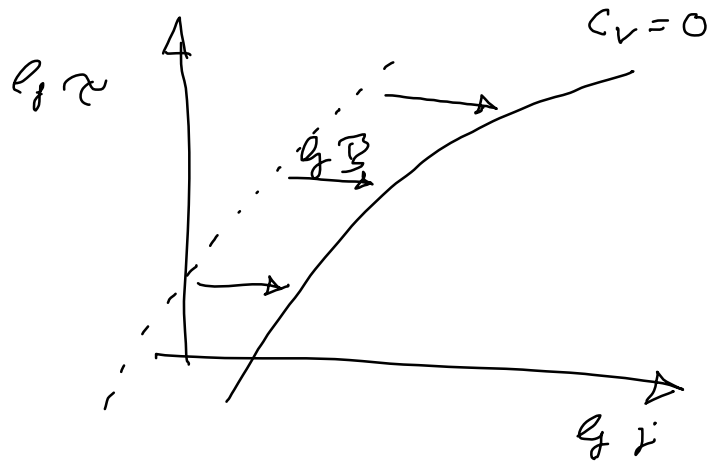
# Viskose Strömungen

- Newtonsche Flüssigkeit
- Suspensionen  $c_v \ll 1$
- Bingham Medien (Paste  $c_v \sim 1$ )
- Viskodestruktive Medien

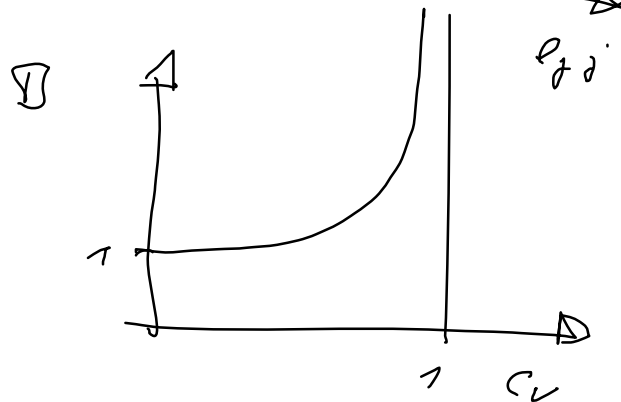
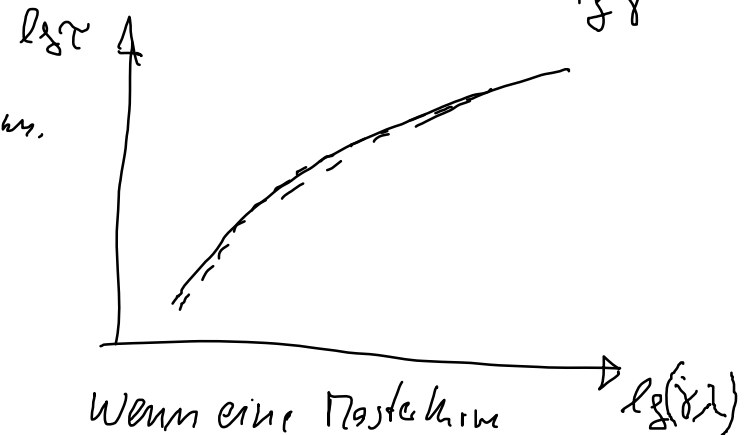
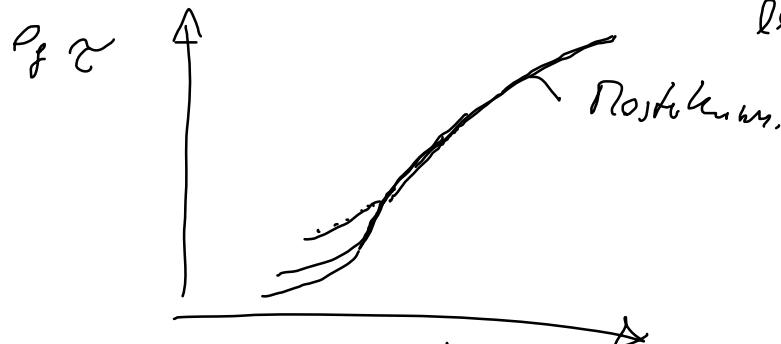
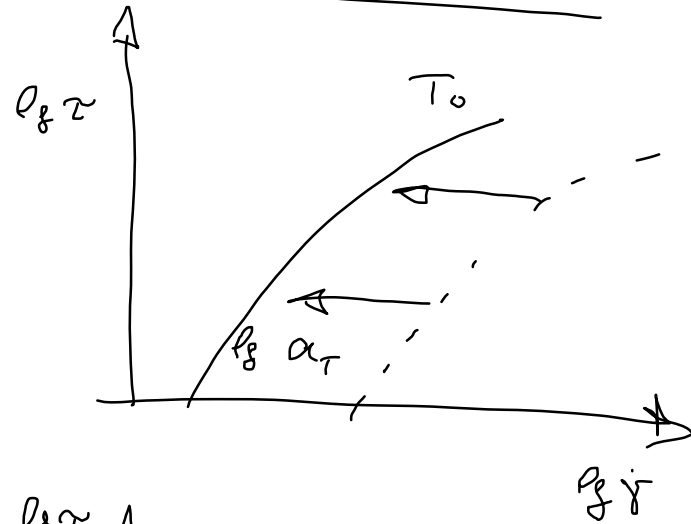


Masterkurve

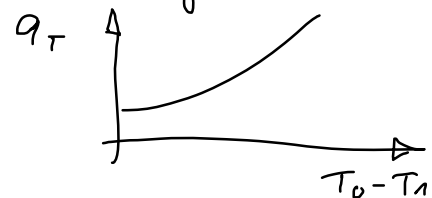
Suspension



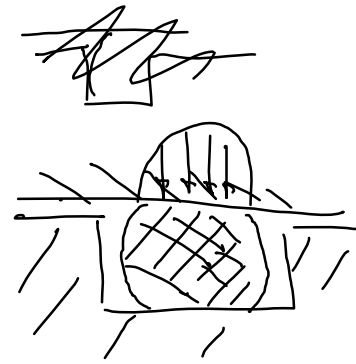
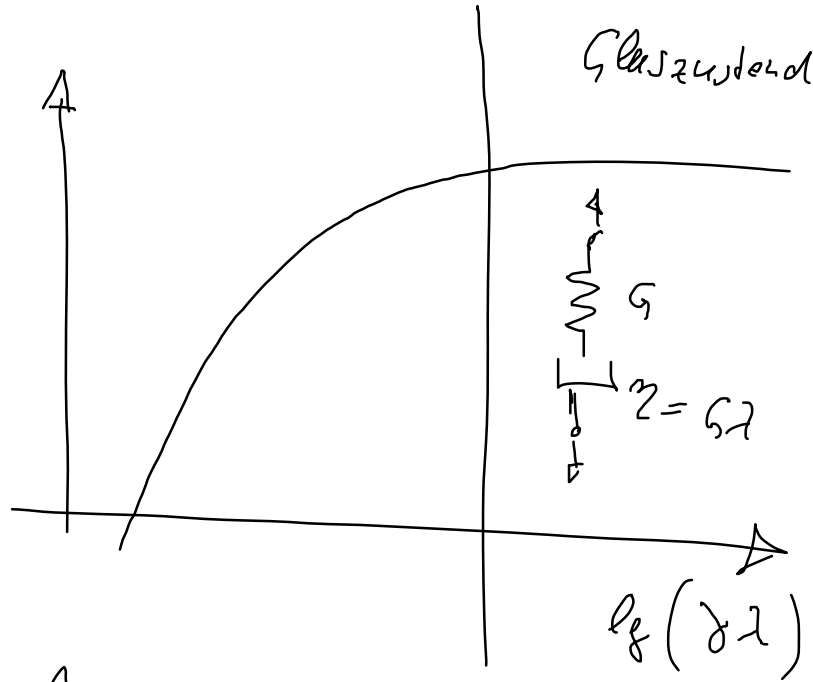
Viskoelastisches Material



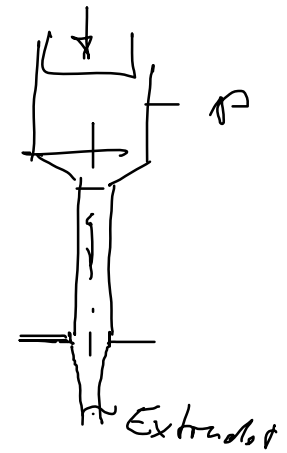
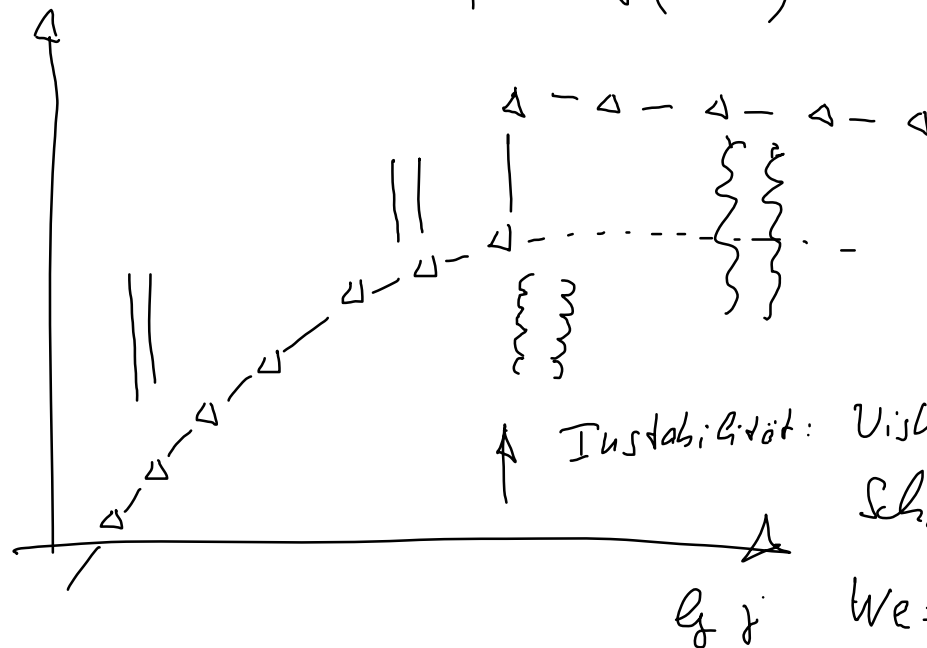
Wenn eine Masterkurve  
 erstellt wurde kann, dann  
 spricht man von thermorheologisch  
 einfaches Material:



$\rho_f \tau$

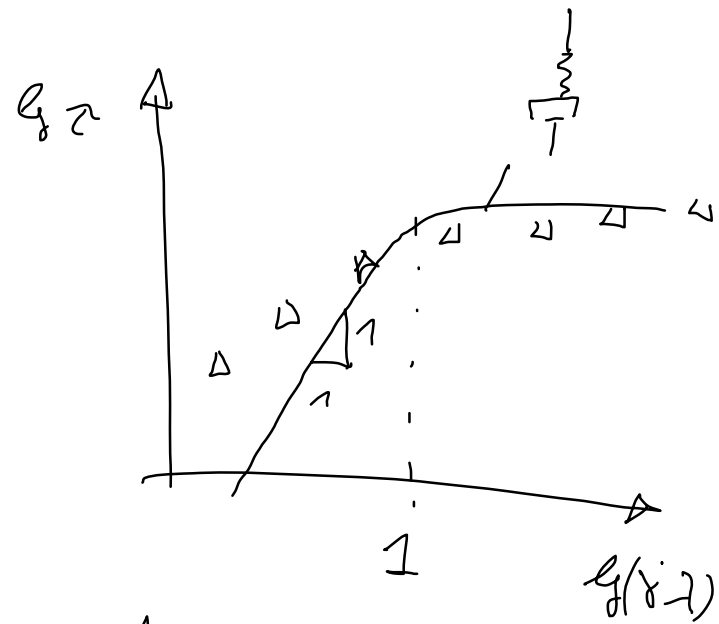
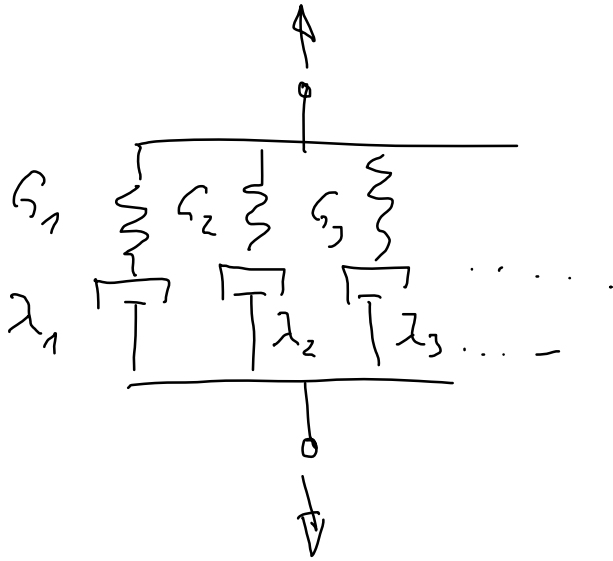


$\rho_f \tau$



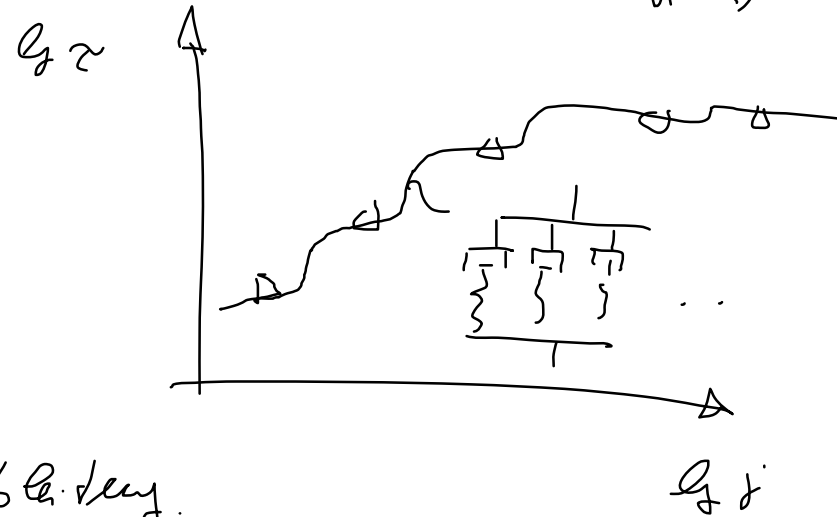
Viskoselektive Turbulenz  
Schmelzextrusion

$$We = \frac{\text{elastisch } \rho_f}{\text{viskos } \rho_f}$$



$\lambda_1 \dots \lambda_N$  Relaxationszeiten-  
Spektren

$G_1 \dots G_N$  Relaxationsstärken.

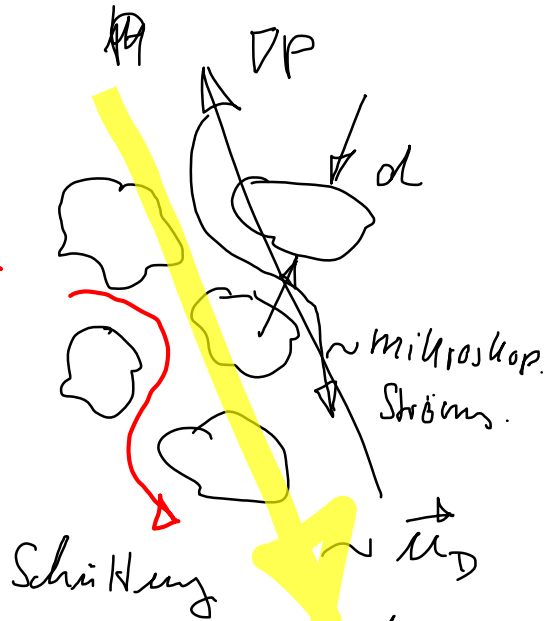
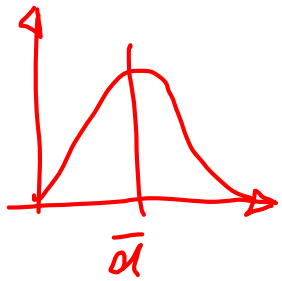


$\Rightarrow$  einander Fractionelle Zeitbedeutung.

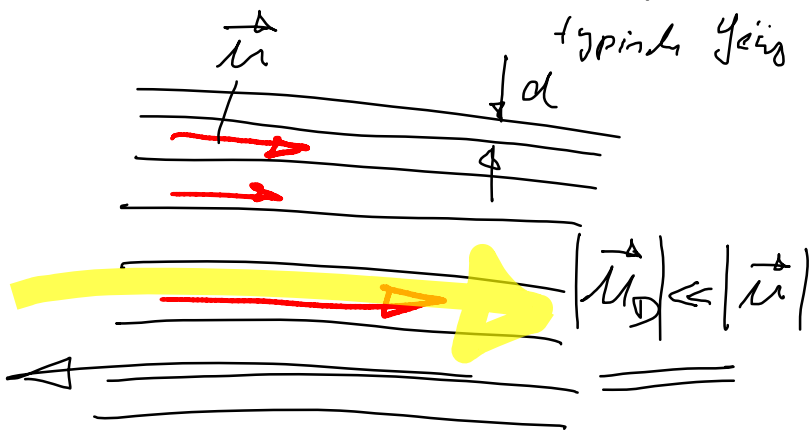
## Poröse Medien.

### Beispiele

- Filter
- Verfahrenstechnische Anlagen (Chromatographie)
- Membran
- Sieb
- ~~Grundwasser~~ Boden
- ...
- Katalysator.
- Windel.
- Gasdiffusionschicht einer Brennstoffzelle.

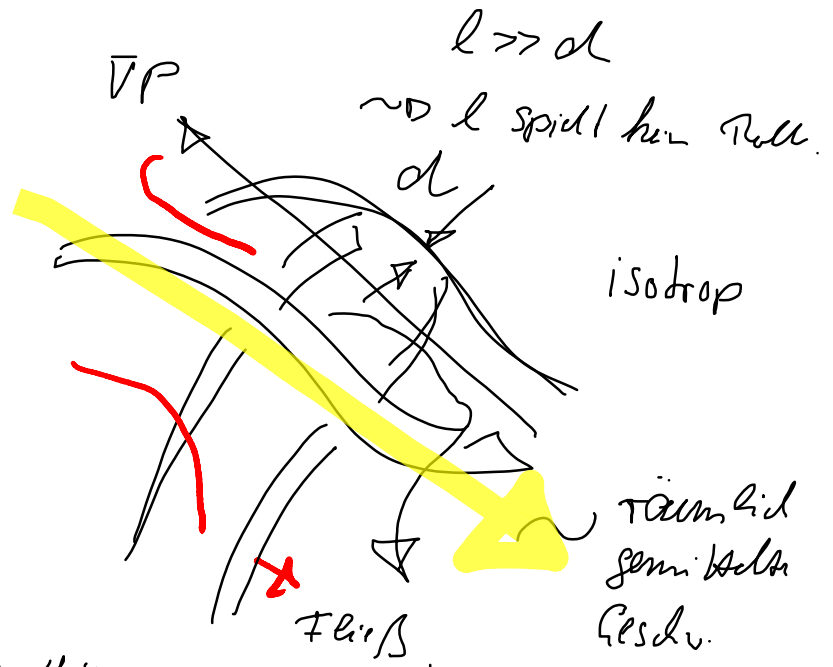


$d$  ist die typische Größe



VP

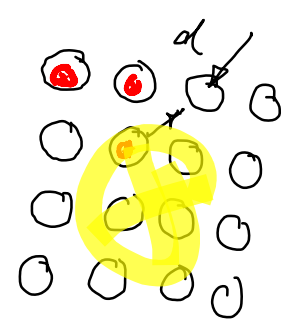
Kapillarbündel



isotrop

räumlich gemittelte Geschw.

$u_D$



Gitter

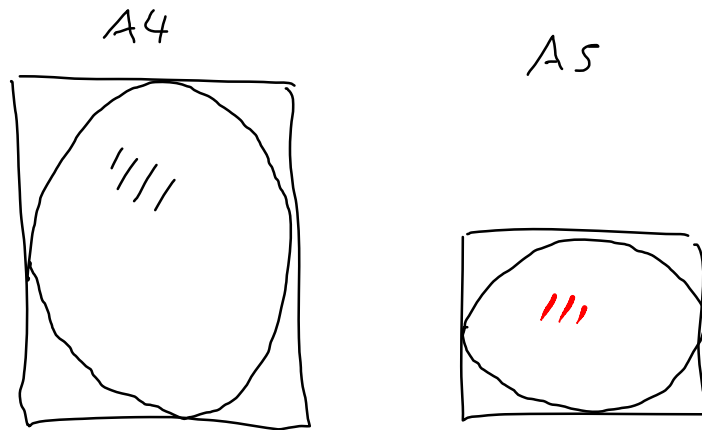
" $D \hat{=} Darcy$ "  
anisotrop

$\Rightarrow$  Vorzugsrichtung für die Ström.

Wichtige dimensionslose geometrische Größe

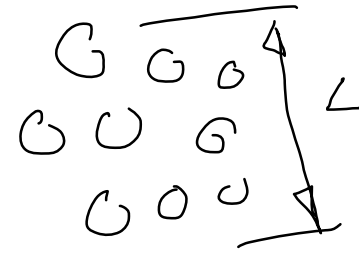
$$\text{Porosität} := \frac{\text{Hohlraumvolumen}}{\text{Gesamtvolumen}} = \varepsilon$$

Porosität ist unabhängig von  $d$

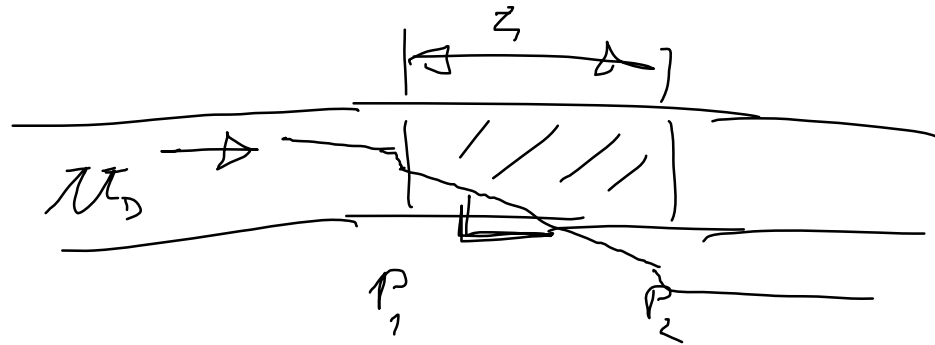


$$\varepsilon_{A4} = \varepsilon_{A5}$$

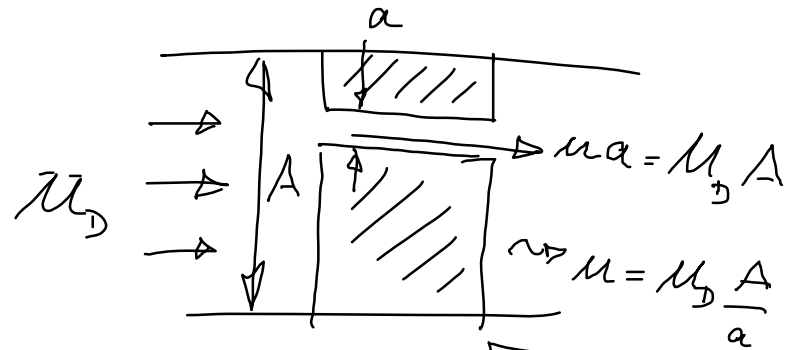
$$\Delta P_4 \sim \frac{\Delta P_v}{L} = f_4(d, \epsilon, \eta, \rho, \mu_D)$$



Dimensionsanalyse.



$$\underbrace{\frac{\Delta P_v d^2}{L \eta \mu_D}}_{\text{Re}} = f_4\left(\underbrace{\frac{\mu_D d \rho}{\eta}}_{\text{Re}}, \epsilon\right)$$



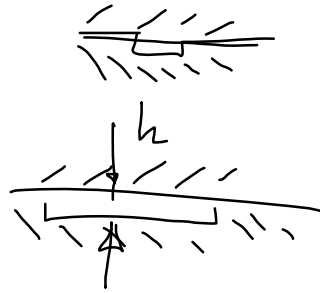
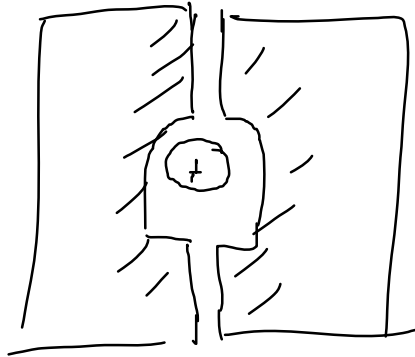
typischer Fall  $\text{Re} \ll 1$ , da  $d \ll \frac{\eta}{\mu_D \rho}$

$$\frac{\Delta P_v d^2}{L \eta \mu_D} = f_4(\epsilon)$$

$$\epsilon = \frac{a}{A}$$

$$\boxed{\mu = \frac{\mu_D}{\epsilon}}$$





Mikropumpe schriba durch  
Ventilationsblock

Ohl; Singapur.

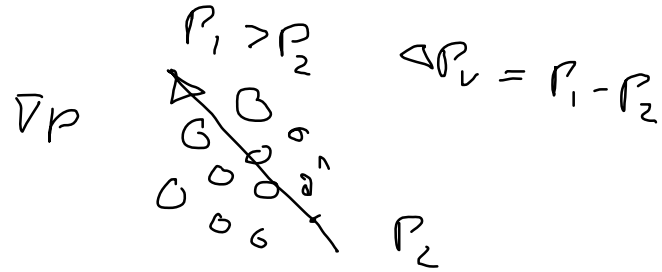
Aufgepräg Zeit  $T \ll$  Diffusionszeit  $\frac{h^2}{D}$

$$[D] = \frac{L^2}{T} \quad !$$

Reibung ist nur wichtig, wenn

$$T \gg \frac{h^2}{D}$$

$$\frac{\Delta P_v}{\zeta} \frac{d^2 \phi(\epsilon)}{\zeta} = \mu_D$$



$$-\nabla P \frac{\phi}{\zeta} = \vec{\mu}_D$$

Darcy - Gesetz.  
für ein isotropes Medium

$\phi$  ist die Permeabilität des porösen Mediums.

Bei einem anisotropen porösen Medium ist  $\phi$  ein Tensor.

$$-\frac{\partial P}{\partial x_j} \phi_{ij} \frac{1}{\zeta} = \mu_{iD}$$

$$-\nabla P \cdot \underline{\underline{\phi}} \frac{1}{\zeta} = \vec{\mu}_D$$

Platzes ist die Strömung inkompressibel.

$$\operatorname{div} \vec{u}_D = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} u_{iD} = 0$$

Kont.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\rho}{2} \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) = 0$$

$$u_{iD} = - \frac{\rho}{2} \frac{\partial p}{\partial x_i}$$

Darcy

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} = \rho u_{iD}$$

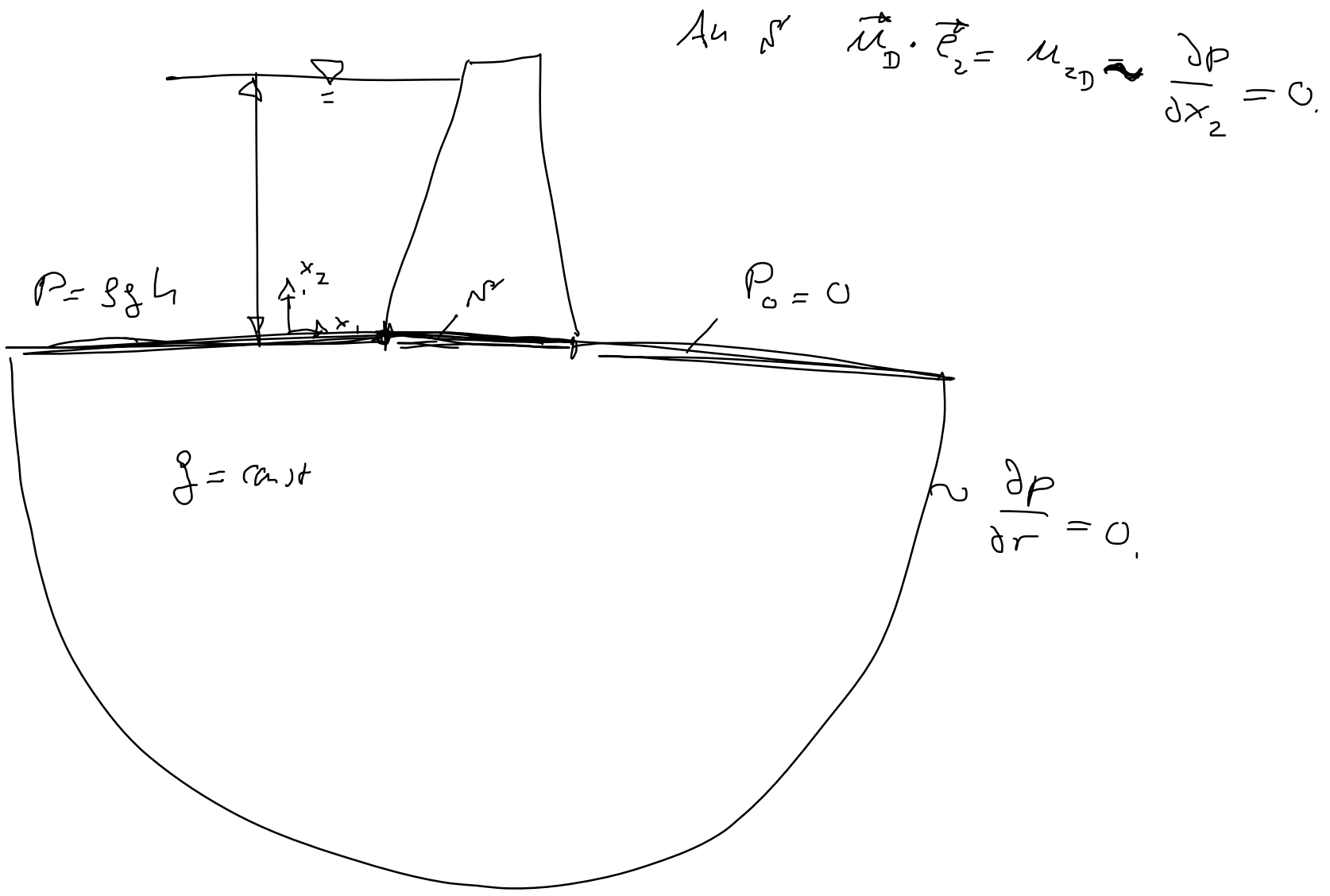


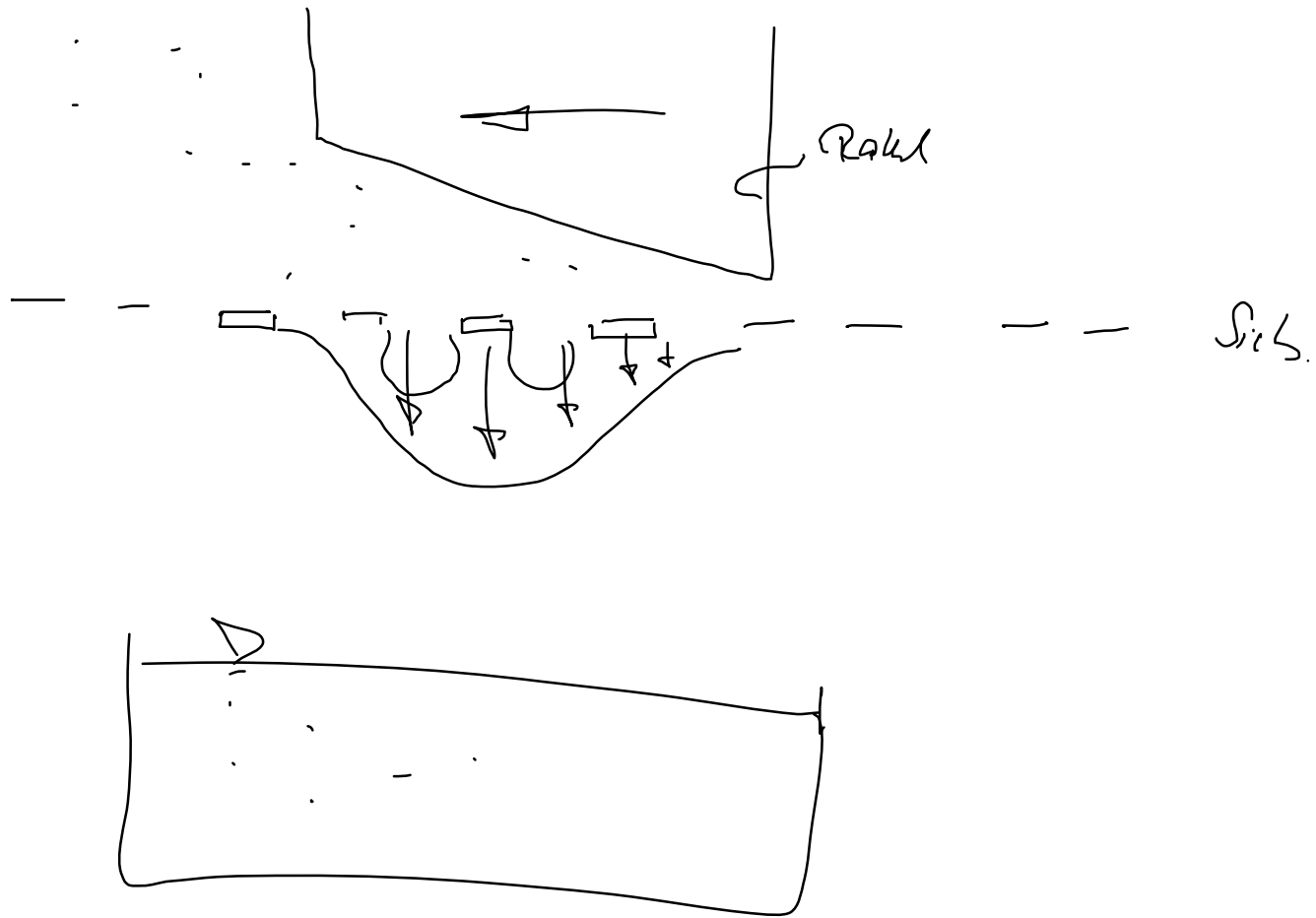
$$\Rightarrow \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} = 0 \quad \text{Laplace-Gleich.}$$

$\vec{u}_D$  ist genau eine solche Funktion.

$\leadsto$   $p$  ist das Potential der Geschwindigkeitsfeld.

$\leadsto$  Flex PDE





17

Problem bei Strömung im Porenbereich.

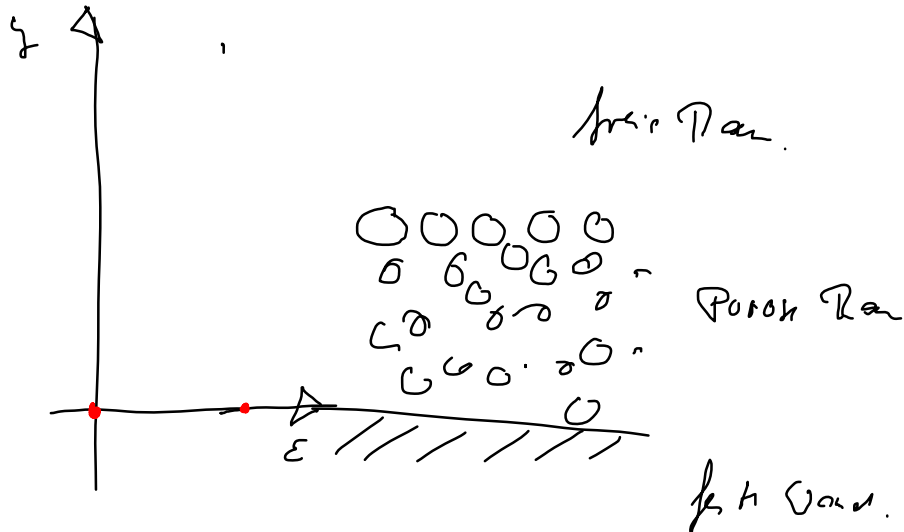
$$\epsilon = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta V_{\text{Hohl}}}{\Delta V}$$

Kontinuumshypothese

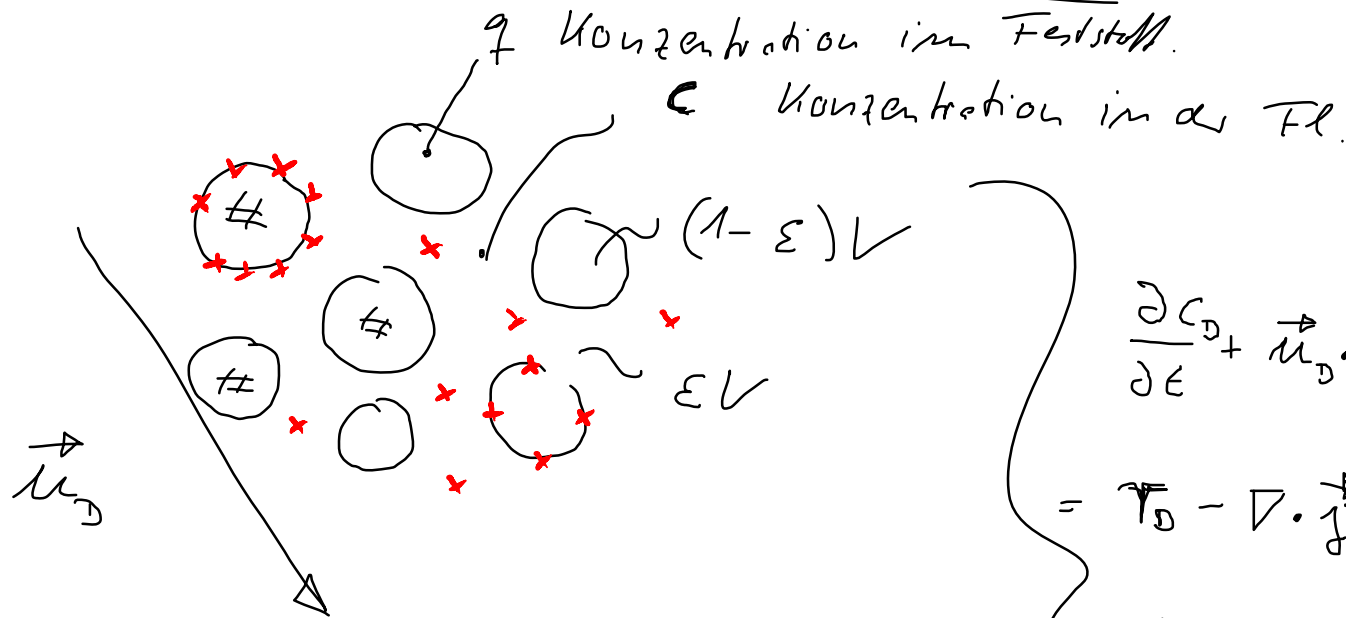
$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

~D "poröse Teilchen"

~D "Flüssigkeitsteilchen"



# Sorptionsvorgänge in porösen Medien.



$$\frac{\partial C_D}{\partial t} + \vec{u}_D \cdot \nabla C_D =$$

$$= \tau_D - \nabla \cdot \vec{j}_D - \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \left( \frac{\partial q_D}{\partial t} - \tau_{q_D} \right)$$

Kontin.

$$\frac{\partial N}{\partial t} = R + J \quad (2x)$$

→ Kombinatorik

→ Erhaltungsgleich in differentieller Form





## Zum Diffusionsgesetz

$$\vec{j}_D = - \nabla C_D \mathcal{D} \quad \text{Fick'sches Diffusionsgesetz.}$$

$$\vec{q} = - \nabla T \lambda \quad \text{Fourier'sches Wärmeflussgesetz.}$$

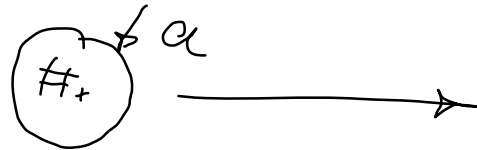
$$[\mathcal{D}] = \frac{\text{L}^2}{\text{T}} \quad \text{Diffusionskonstante für Stoff}$$

$$\left[ \frac{\lambda}{c_p \rho} = \alpha \right] = \frac{\text{L}^2}{\text{T}} \quad \left. \vphantom{\left[ \frac{\lambda}{c_p \rho} = \alpha \right]} \right\} \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \quad \text{für Wärme}$$

$$[\nu] = \frac{\text{L}^2}{\text{T}} \quad \left. \vphantom{[\nu]} \right\} \text{Sc} = \frac{\nu}{D} \quad \text{für Reibung.}$$

Bei einer wässrigen Lösung. (Flüssigkeit)

$$D = f_{\text{L}}(kT, z, a) \rightarrow \text{vgl. Rikval.}$$



Dimension  $\rightarrow$  Nernst-Einheiten für  
den Diffusionskoeffizient.

Spezialfall des Transportgleich.

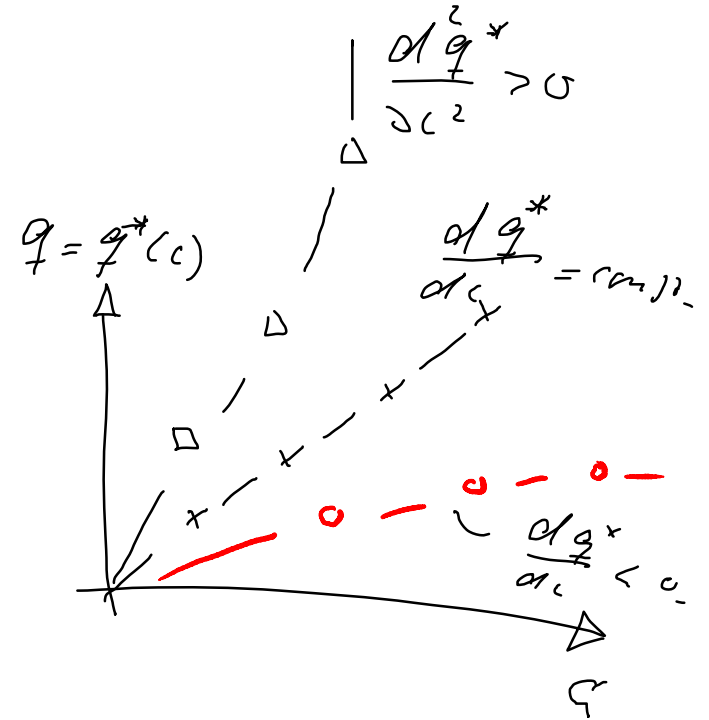
"D" weglassen  $\vec{u}_D = M \vec{e}_x$

Keine Reaktion  $\tau = \tau_f \equiv 0$

Keine Diffusion  $\vec{j} \equiv 0$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + M \frac{\partial c}{\partial x} = - \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \frac{\partial q}{\partial t}$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = - \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \underbrace{\frac{\partial q^*(c)}{\partial c}}_{\text{Steigung}} \frac{\partial c}{\partial t}$$



Steigung der Adsorptionsisotherme im Gleichgewicht.

→ Materialkonstante für das System Sorbens + Gen

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{M}{1 + \frac{d\varphi^*}{dc} \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}} \frac{\partial c}{\partial x} = 0$$

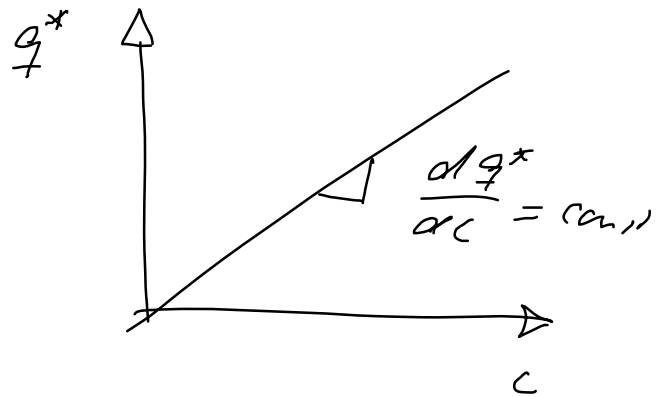
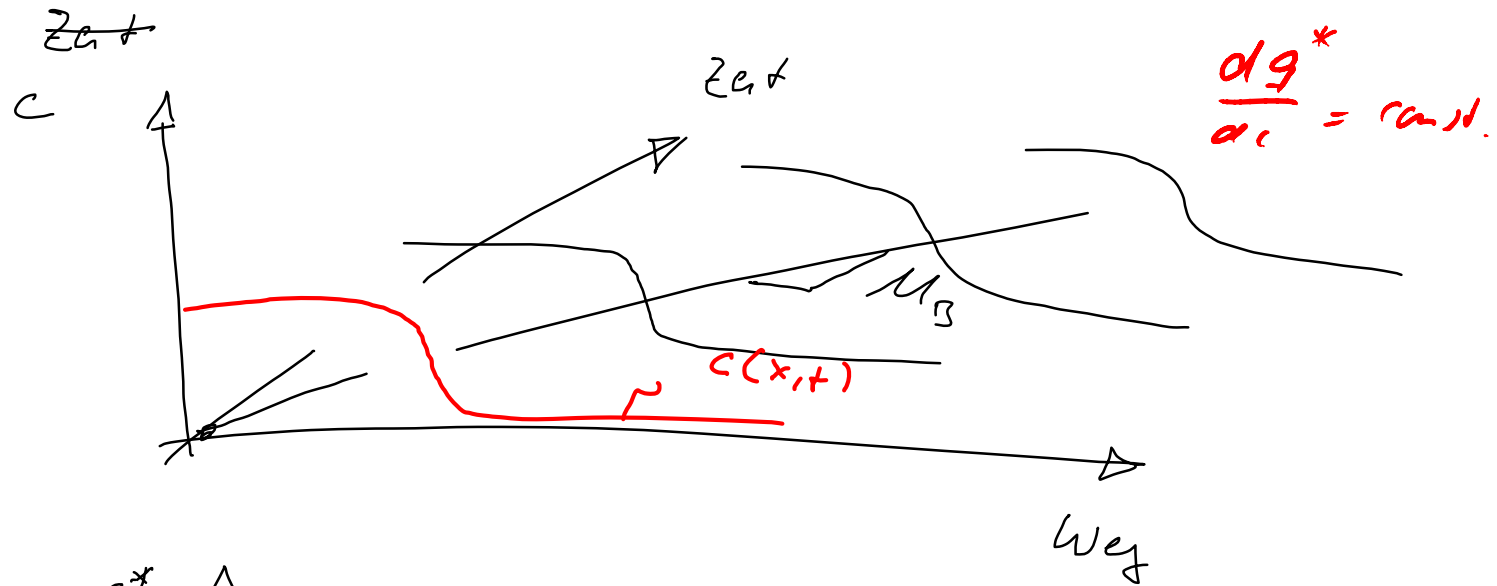
$$\frac{dc}{dt} = 0, \text{ mit}$$

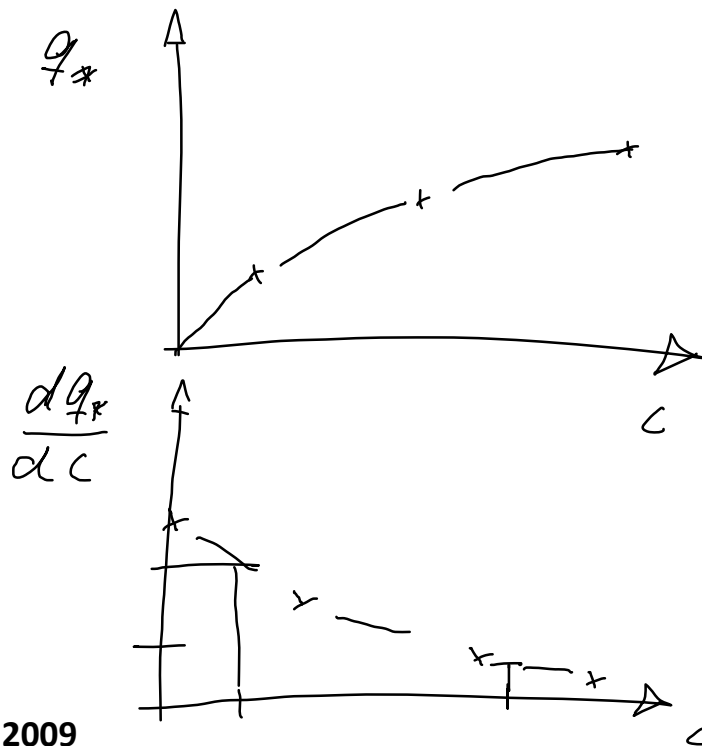
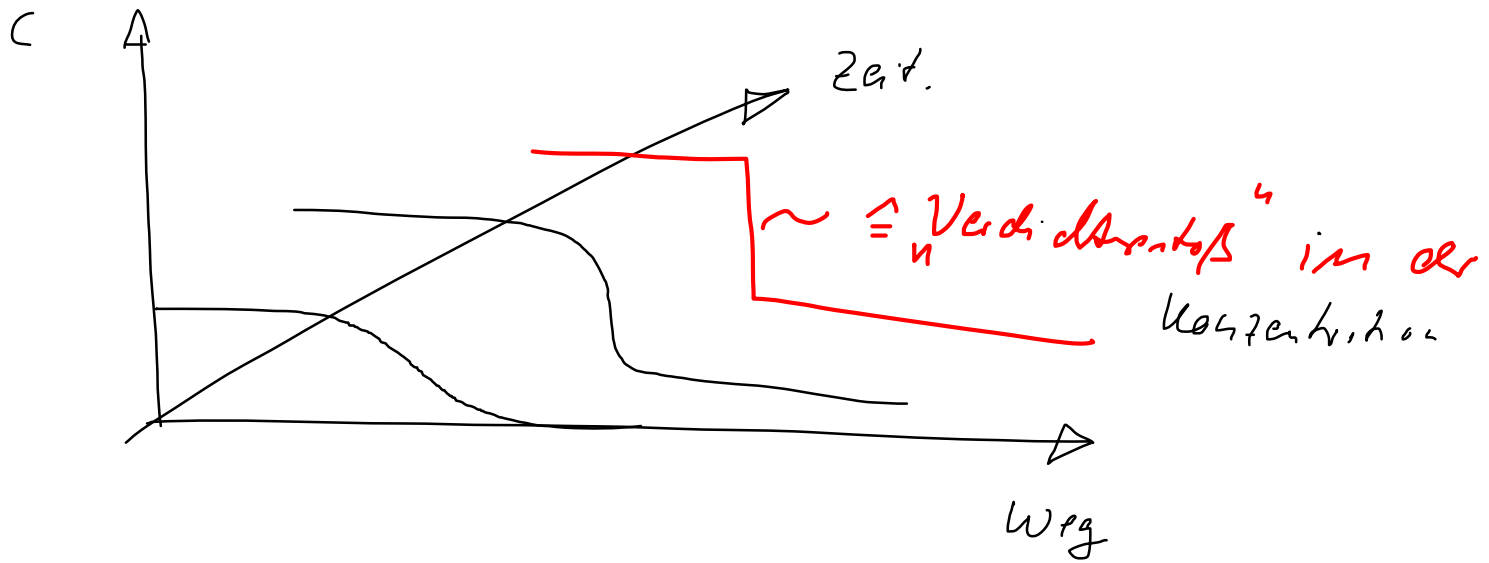
des allgemeinen Leibniz R. L.

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \underbrace{\frac{M}{1 + \frac{d\varphi^*}{dc} \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}}}_{\text{Beobachtungsgeschw.}} \frac{\partial}{\partial x}$$

Beobachtungsgeschw.

$$M_B < M, \text{ wenn } \frac{d\varphi^*}{dc} \geq 0$$





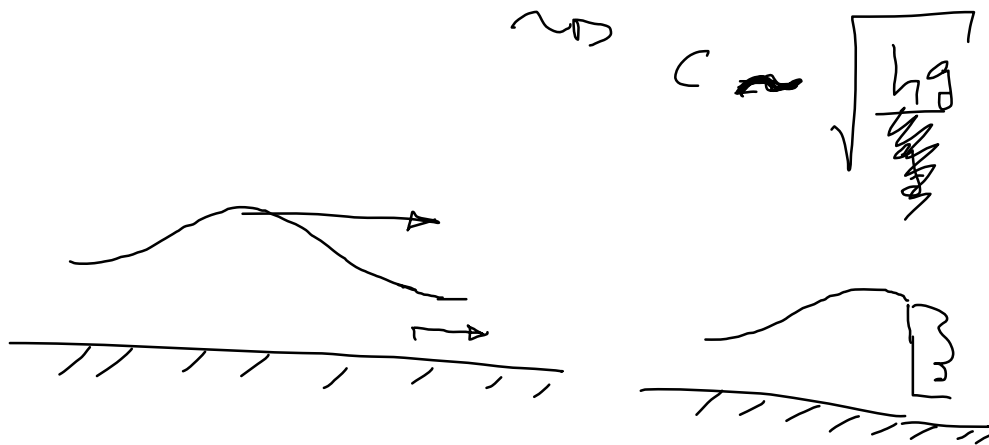
$\hat{=}$

$$M_B = \frac{M}{1 + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \frac{dq^*}{dc}} = M_B(c)$$

# Analog zur Wasserwell

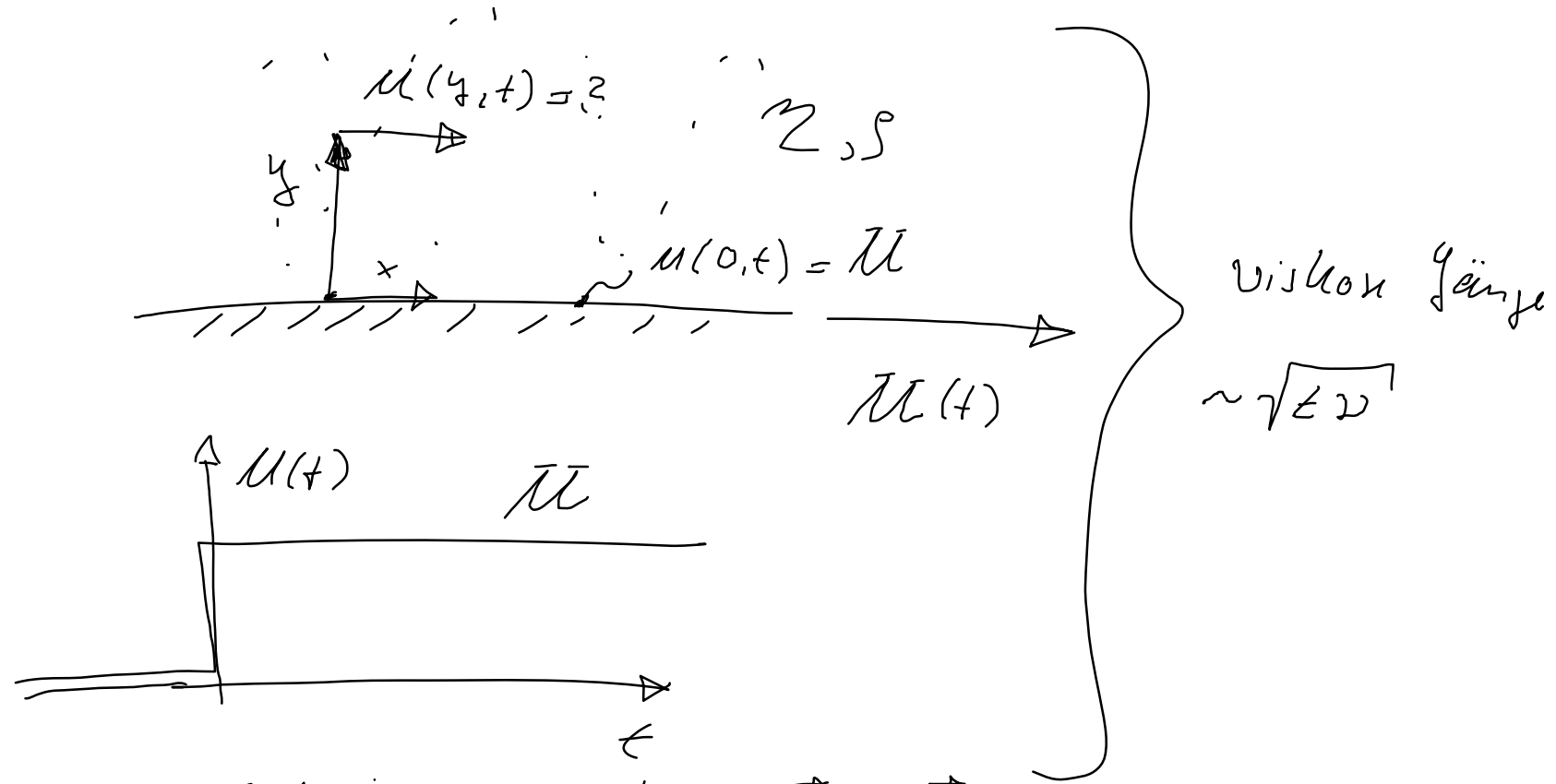
Ausbreitungsgeschw

$$c = \sqrt{g \cdot h}$$



Zeitliches Verhalten bei Pulsungsverjugung / laminar.

$$u(\infty, t) = 0$$



Bewegungsgleichung in x-Richtung  $\vec{u} = u \vec{e}_x$

$$\rho \frac{D u}{D t} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \rightsquigarrow \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$



$$\rho \frac{\partial \mu}{\partial t} = \tau \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2}$$

Impulsbilanz

$$u = f(\bar{u}, y, t, \nu)$$

⇔ Dimensionsanalyse

$$\frac{u}{\bar{u}} = f\left(\frac{y}{\sqrt{t\nu}}\right)$$

Bei einer harmonischen Bewegung ist

$$\text{als } u \text{ ist } \sqrt{\frac{\nu}{\Omega}}$$

Ursache für

$$\sqrt{\nu t}$$

!!!!

$$T(\omega, r) = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Energiebil.



$$T(0, t) = T_w$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}$$

Monti:

$$[D] = [a] = [D] = \frac{L^2}{T}$$

Die dt  $y$  und  $\epsilon$  treten nur in der  
 Kombination  $\frac{1}{2} \frac{y}{\sqrt{2\epsilon}}$  auf.

$z := \frac{1}{2} \frac{y}{\sqrt{2\epsilon}}$  ist die Ähnlichkeitsvariable

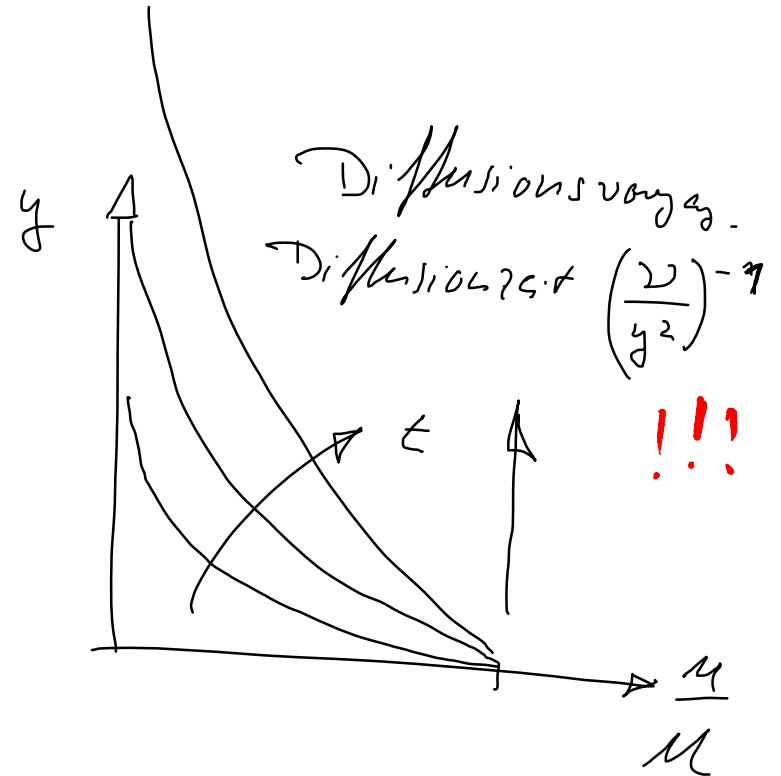
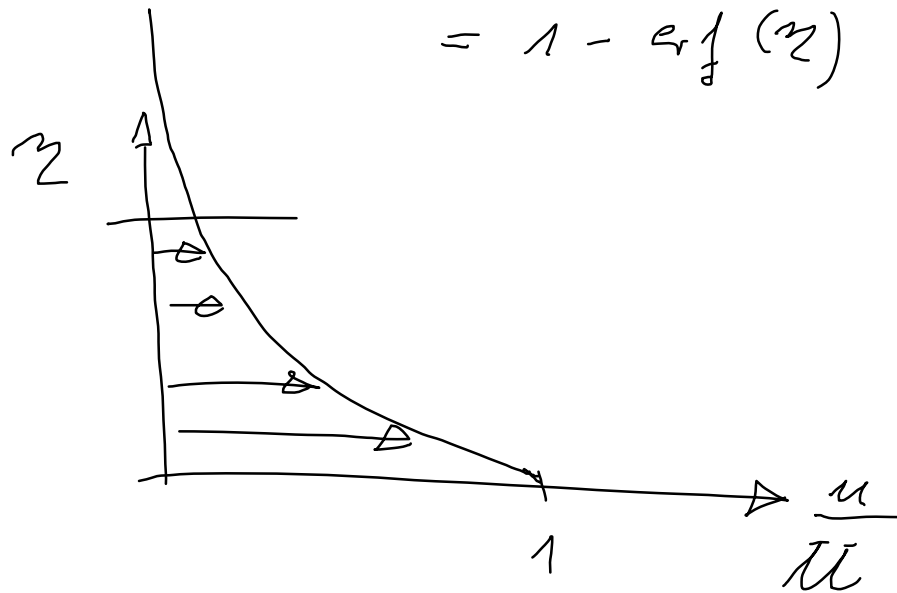
$u = U \frac{1}{2} (z) \leadsto$  Einsetzt in die  
 PDE.  $\leadsto$  gewöhnl. DGL.

$$\leadsto \frac{1}{2}'' + 2z \frac{1}{2}' = 0 \quad \frac{1}{2}(0) = 1$$

$$\frac{1}{2}(\infty) = 0$$

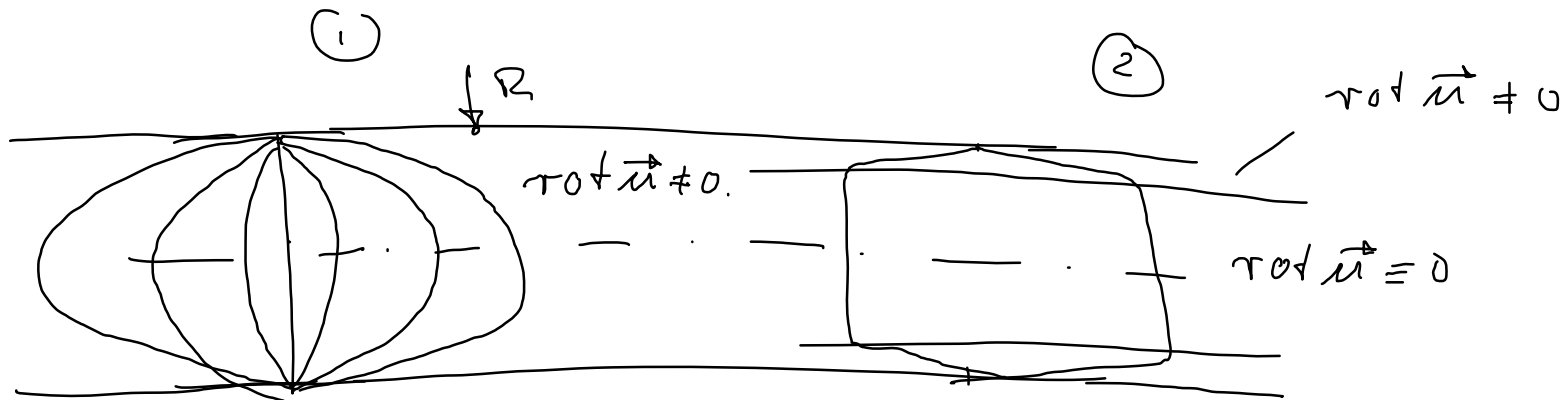
Ges:  $\frac{u}{U} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\eta} \exp(-\eta^2) d\eta$

$\text{erf}(\eta) = \text{Fehlerfunktion}$



# Anwendung.

$$\Delta P = \hat{p} e^{i\Omega t}$$



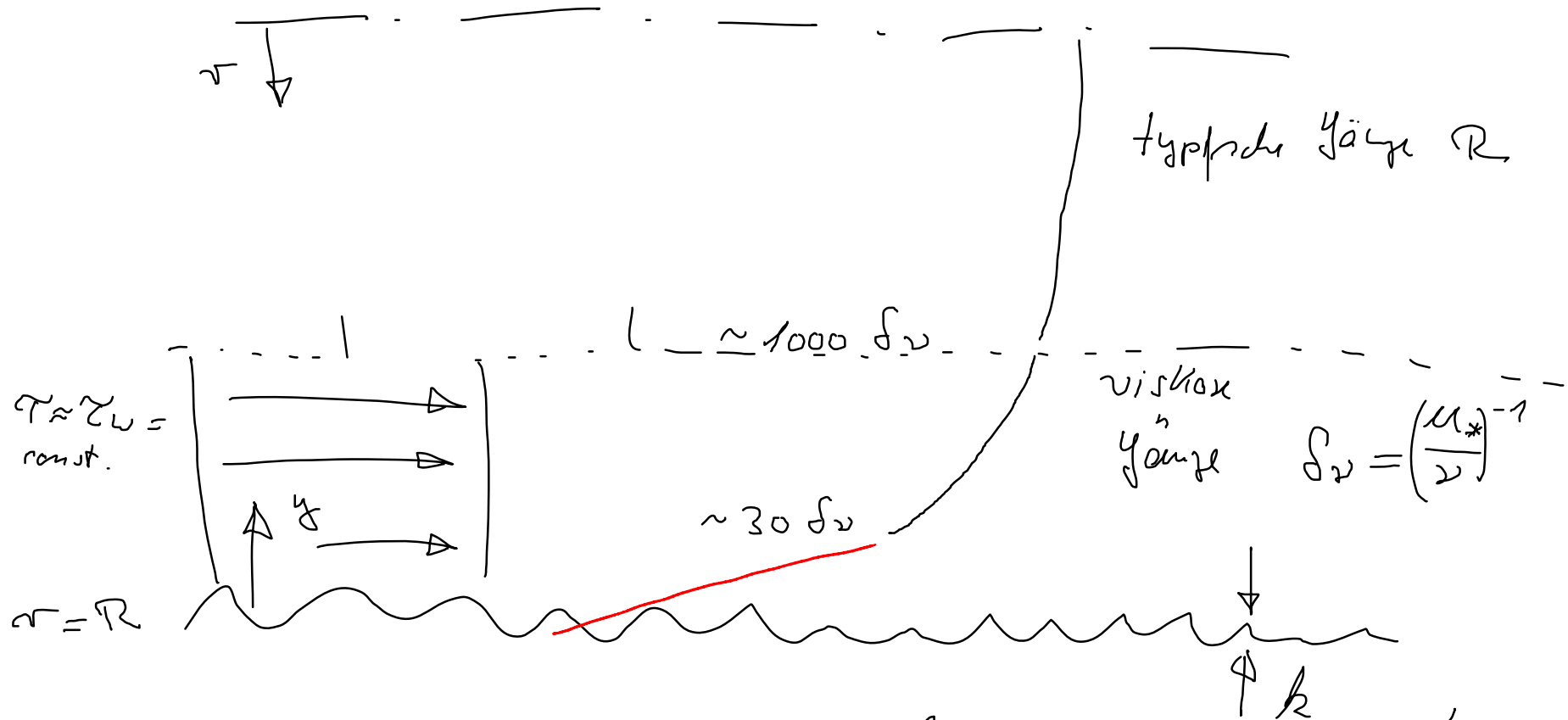
$$\Omega \ll \frac{\nu}{R^2} \quad !$$

Reibung hat ausreichte Zeit  
→ quasi stationäre Str.

$$\Omega \gg \frac{\nu}{R^2} \quad !$$

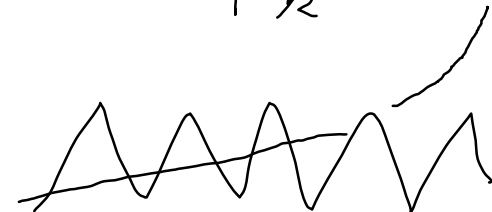
→ Reibung ist  
nur in der Grenzschicht  
relevant.

# Turbulente Strömung



$h \leq 5 \delta_v$  hydraulisch glatt.

$h \gg 5 \delta_v$  vollkommene rel.



Schubspannungskurve

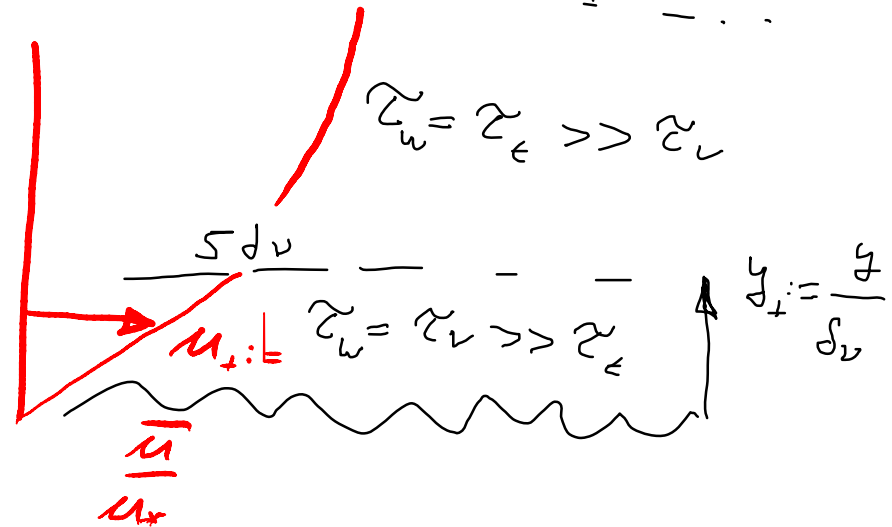
$$u_x := \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

$$\rho u_x^2 := \tau_w$$

$$\tau_w = \tau_v + \tau_e$$

$$= \eta \frac{d\bar{u}}{dy} - \overline{\rho u'v'}$$

1000- $\rho v$



$$u_+ = y_+ \text{ für } 0 < y_+ < 5$$

Zum logarithmischen Vordruck.

$$\bar{\mu} = f(y, z, p, v) \quad \text{Dim. lern.}$$

$$\frac{\bar{\mu}}{\mu_*} = f\left(\frac{y}{p}\right) \quad \text{mit } p = \frac{v}{\mu_*}$$

$$\mu_* = \sqrt{\frac{v}{p}}$$

$$\mu_+ = f(y_+) \quad (1)$$

$$\frac{d\bar{\mu}}{dy} = f'(z) \quad \text{wird referiert im Bereich des logarithmischen Vordruckes.} \quad (2)$$

$$(1) \text{ und } (2) \Rightarrow \boxed{\frac{d\mu_+}{dy_+} = \frac{1}{x} \frac{1}{y_+}} \Rightarrow \frac{\bar{\mu}}{\mu_*} = \frac{1}{x} \ln \frac{y \mu_*}{v} + B$$

$\kappa = 0.4$  Korrekturen Konstante  
 $B = 5$

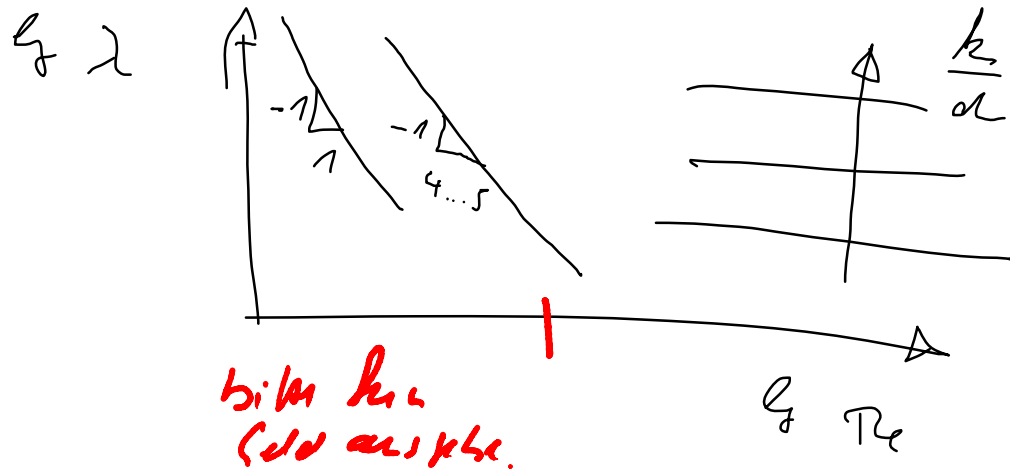
$\kappa, B$  sind unabhängig  
 von der Reynoldszahl.  
 universelle Konstante

Für  $Re \gtrsim 50$  verwendet die viskose  
 Unterdecke,

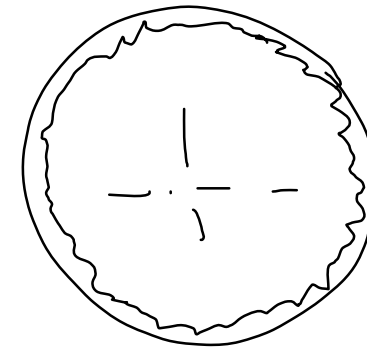
$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{k}\right) + B'$$

$$B' = 8.5$$





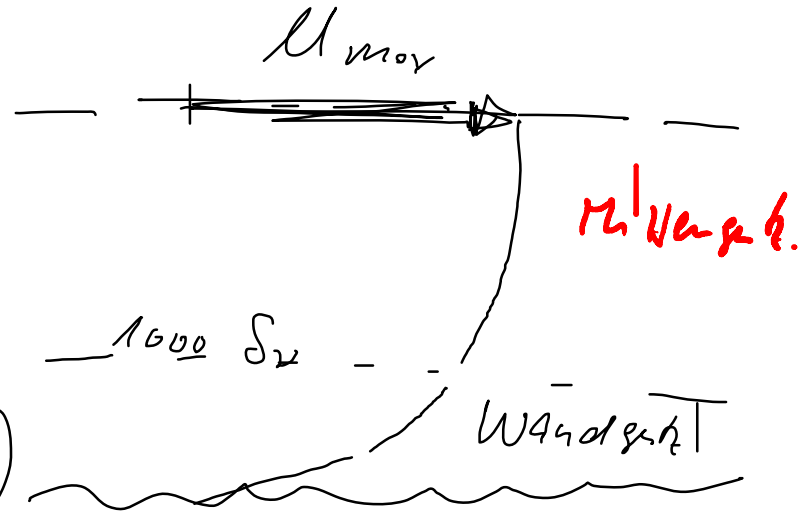
Für die laminare Strömung und für die  
 hydrodynamisch gleichwertige  $S_2 \Rightarrow k$  spielt  
 die Rauigkeit hier keine Rolle



Mittelpunkt.

$$\bar{u} = f(R, \gamma, \tau_w, \nu, \rho) \quad \text{Dimensionlos.}$$

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = F\left(\frac{\gamma}{R}, \frac{\gamma}{\delta \nu}\right)$$



Prandtl'sche Wandst.  $\frac{\bar{u}}{u_*} = f\left(\frac{\gamma}{\delta \nu}\right)$

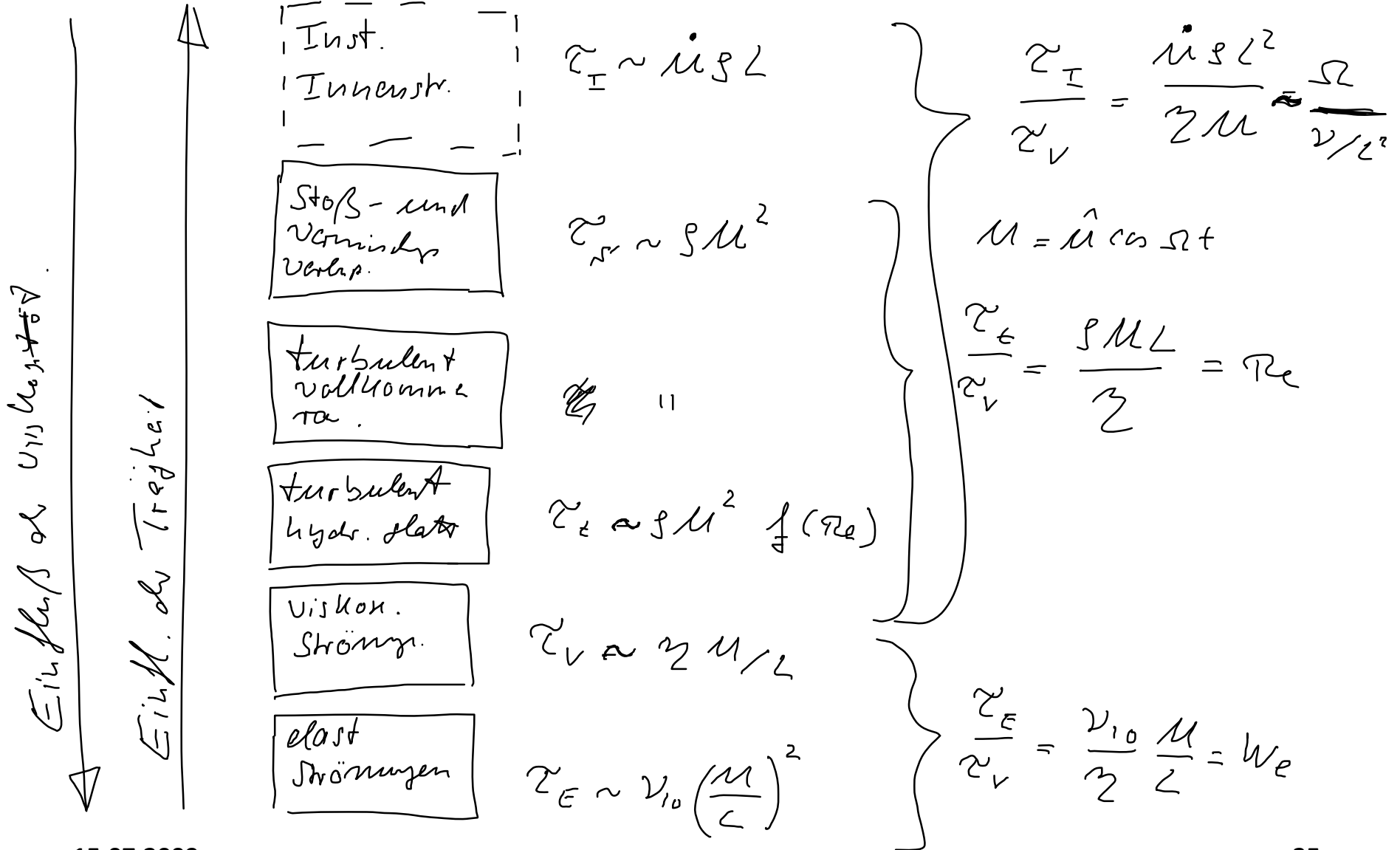
Mittelpunkt bestimmt sich durch die Überlagerung

$$\frac{d\bar{u}}{d\gamma} = \frac{u_*}{R} \frac{dF}{d(\gamma/R)} = \frac{u_*^2}{\nu} \frac{dF}{d(\gamma/\delta \nu)}$$

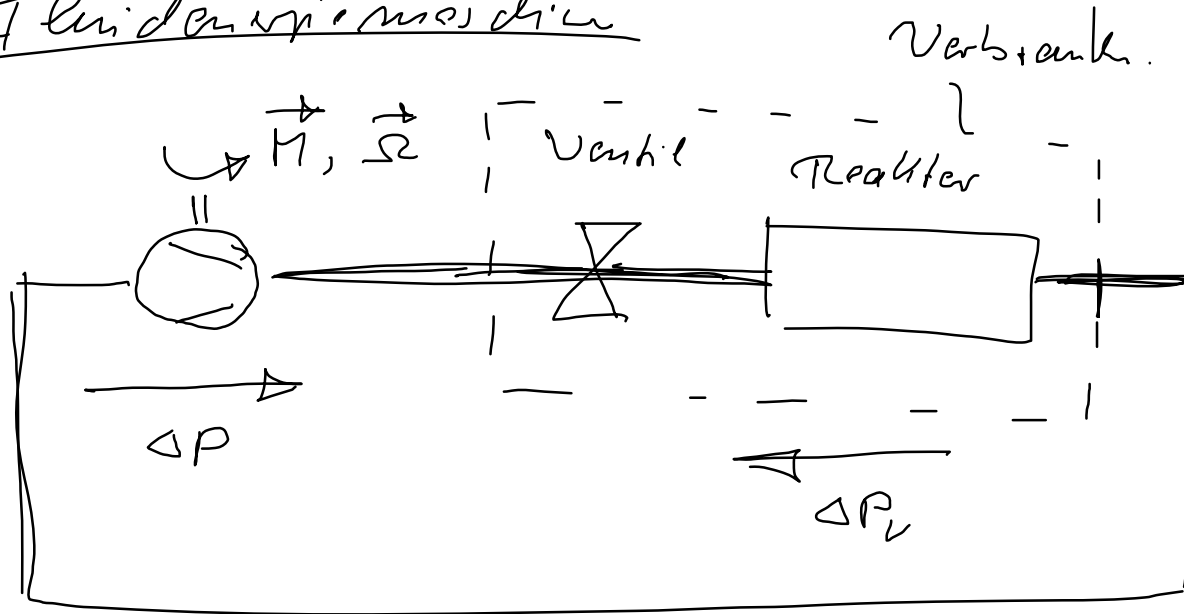
$\sim \tau_w$

$$\leadsto F = \frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{\gamma}{R} + \frac{u_{max}}{u_*}$$

# Überblick für Widerstandsgrade



# 4 Fluidenergiemaschine

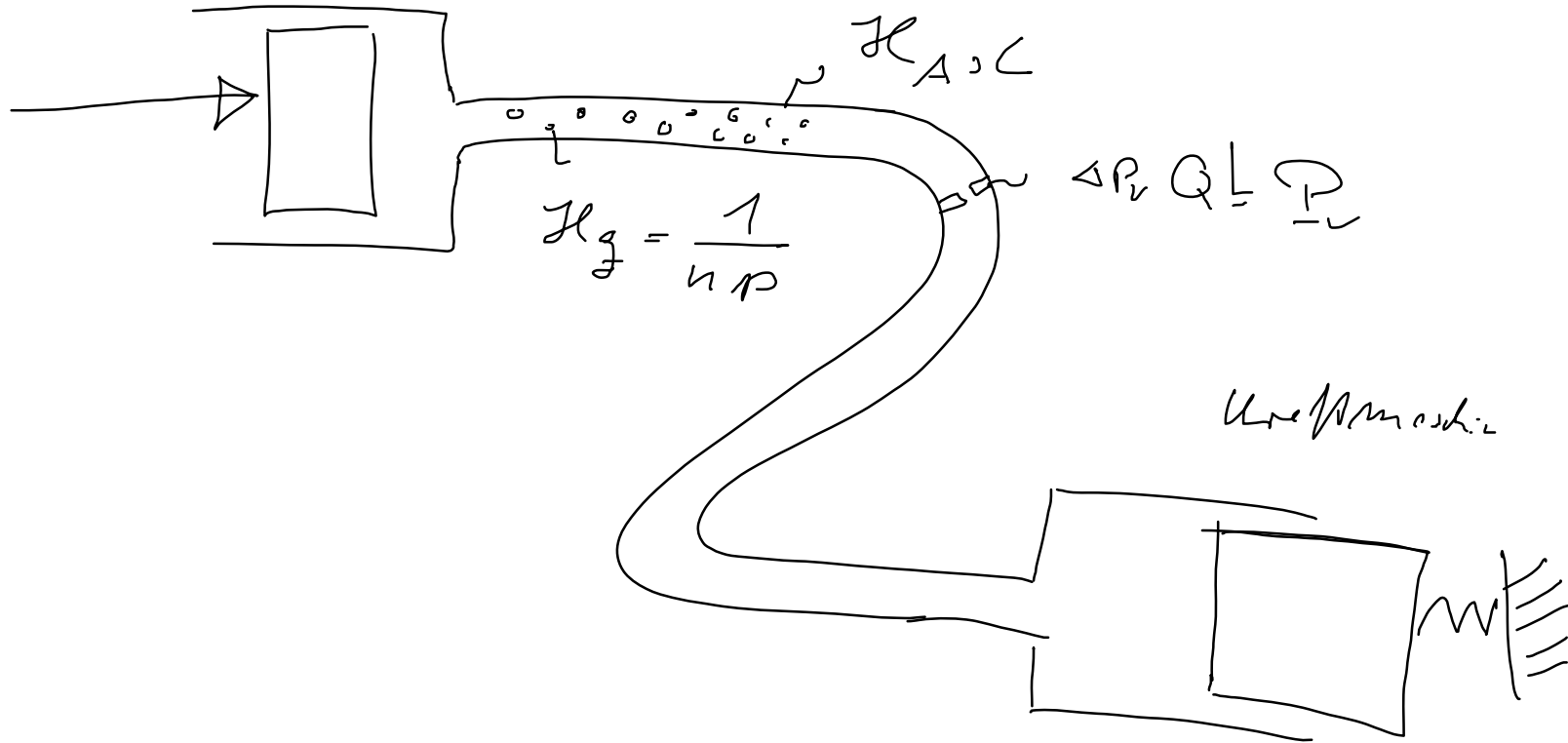


Im stationären Fall

$$\Delta P = \Delta P_v$$

Fluidempfindliche  
Arbeitsmaschine

Hydrostatische Getriebe



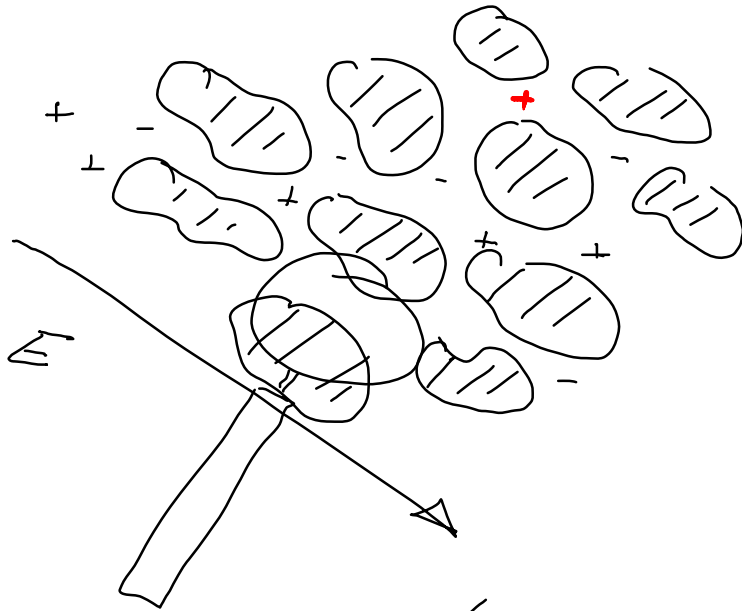
## Fluiddynamische

- hydrostatische Kraftübertr.  $\rightarrow$  Verdüpfmaschine.
- dynamische Kraftübertr.  $\rightarrow$  Turbomaschine.
- elektromagnetische Kraftübertr.  $\rightarrow$  Elektromagnetische Maschine.
- elektrostatische Kraftübertr.  $\rightarrow$  Elektrosmoke.

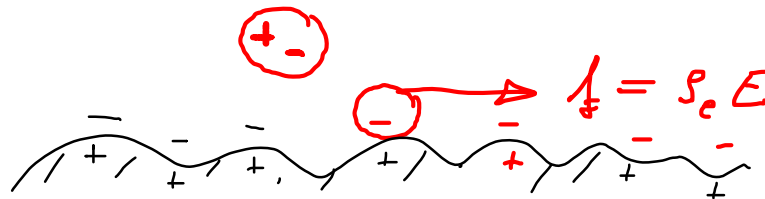
# Ektrosmose

## Voraussetzung

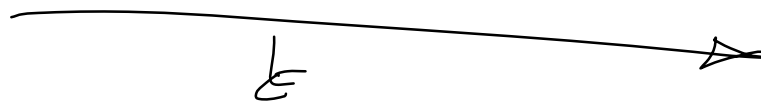
- „klein“ Kanäle
- Elektrolyt.
- Spannungsfälle

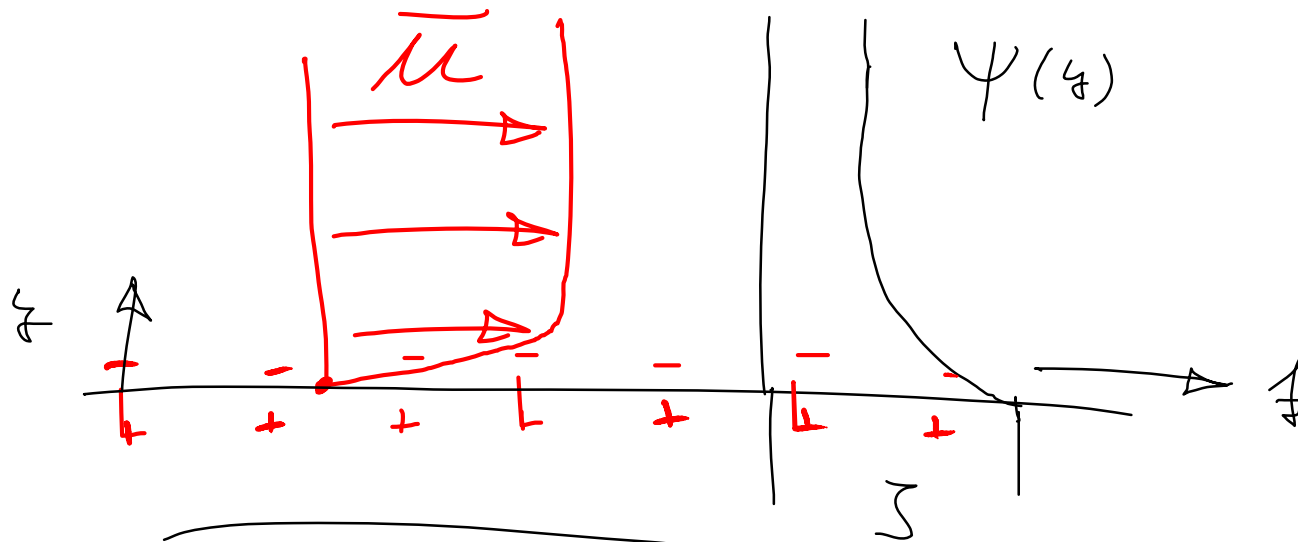


elektrische Doppelschicht



Lorentzkraft





$$\bar{u} \ll \frac{\epsilon \zeta}{\gamma} E$$

Helmholtzsch.

$\epsilon$  Dielektrizitätskonstante

$\zeta$  Helmholtzsch.

$\gamma$  allgemeine U.Konv.

$\zeta$  Zeta potential.

$\zeta$  ist ein Helmholtz-  
konstante für  
Systeme Sorbent +  
Elektrolyt.



$$\sigma(\bar{\mu}) \approx 10 \frac{\mu\text{m}}{\text{sec}} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Vorlesung} \\ \text{Biofluidmechanik} \\ \text{im WS.} \end{array} \right\}$$


---

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} \stackrel{!}{=} \nabla \cdot \vec{T} + \underbrace{\vec{c} \times \vec{B} + \rho_e \vec{E}}$$

$$\vec{J} = \vec{c} \times \vec{B} + \rho_e \vec{E}$$

Galvani - Ann.

ELG-Gleichungen.

$$\nabla \cdot \vec{T} + \rho_e \vec{E} = 0$$

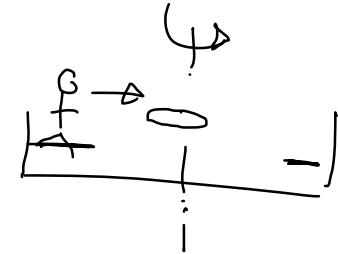
# Zusammenhang zwischen Drehmoment und Drehmoment

## Drehmoment

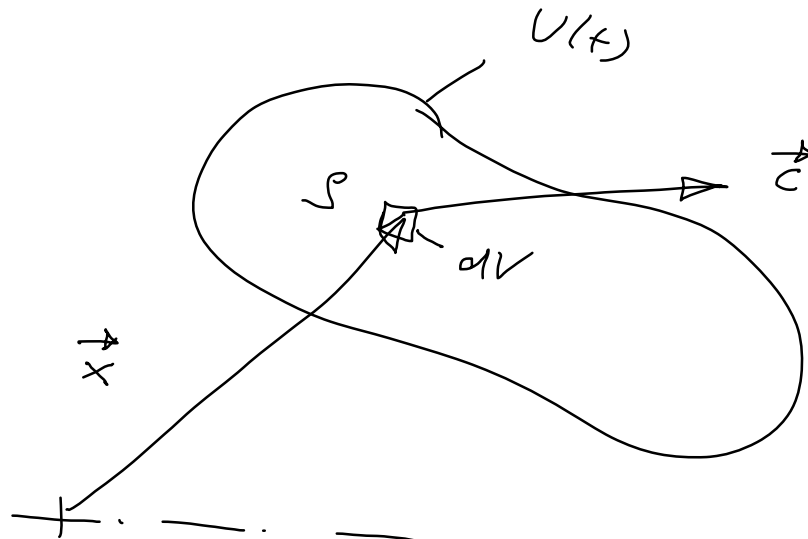
eines Flüssigkeitskörpers

Die zeitliche Änderung des Drehmomentes ist gleich dem Drehmoment auf den Körper

Axiom der Physik.



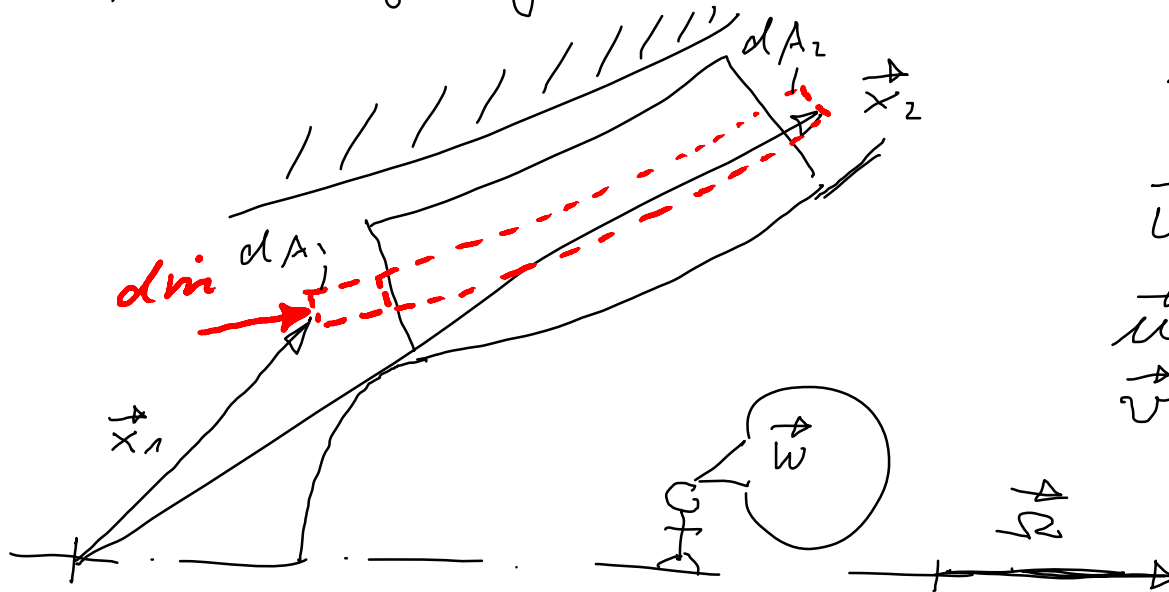
$$\frac{d}{dt}(\vec{D}) = \vec{M}$$



Drehmoment eines Flüssigkeitskörpers  $d\vec{D} = \vec{x} \times \rho \vec{c} dV$

$$\vec{D} = \int_{V(t)} d\vec{D} = \int_{V(t)} \vec{x} \times \rho \vec{c} dV$$

Anwendung auf eine Turbomaschine.



$\vec{c}$  Absolut Geschw.

$\vec{w}$  relativ Geschw

$\vec{\omega} = \vec{\Omega} \times \vec{x}$  Muffengeschw

$\vec{v}$  Führungsgeschw.

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{dV}{dt} \right) = \vec{v}$$

$$dm = \int_2 (\rho \vec{w} \cdot \vec{n}) dA_2 = - \int_1 (\rho \vec{w} \cdot \vec{n}) dA_1$$

$$\frac{D}{Dt} \int_V \vec{x} \times \rho \vec{c} dV + \int_{S^*} \vec{x} \times \rho \vec{c} \cdot \vec{w} \cdot \vec{n} dS^* = \vec{M}$$

Drehsatz  
im lau-  
fenden System.

Im zeitlichen Mittel ist die Strömung stationär.

keine Maschine hochlauf / keine Instabilität.

$$dm \left( \vec{x}_2 \times \vec{c}_2 - \vec{x}_1 \times \vec{c}_1 \right) = d\vec{\Gamma}$$

Euler'sche Verticesgleichung für eine differentiell kleine Stromröhre.

$$\frac{d\vec{\Gamma}}{dm} = \vec{x}_2 \times \vec{c}_2 - \vec{x}_1 \times \vec{c}_1 \quad \Bigg| \cdot \vec{e}_z$$

In Zylinderkoordinaten

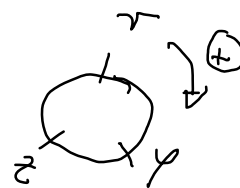
$$\vec{x} = z \vec{e}_z + r \vec{e}_r$$

$$\vec{c} = c_z \vec{e}_z + c_r \vec{e}_r + c_\varphi \vec{e}_\varphi$$

$$\begin{aligned} \vec{x} \times \vec{c} = & +z c_r \vec{e}_\varphi - z c_\varphi \vec{e}_r + \\ & - r c_z \vec{e}_\varphi + r c_\varphi \vec{e}_z \end{aligned}$$

$$\nabla_{||} \varphi \stackrel{!}{=} \omega$$

Umfangsgeschwindigkeit



$$\begin{aligned} \nabla_{||} \varphi &= \omega \\ &= \omega_z \vec{e}_z \end{aligned}$$

$$\frac{dM_z}{d\dot{m}} = \tau_2 c_{\varphi 2} - \tau_1 c_{\varphi 1}$$

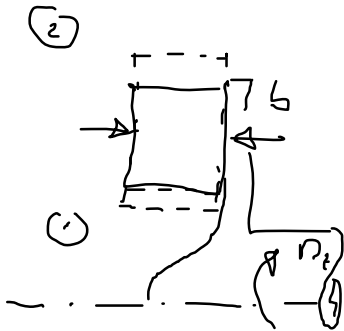
$$= \tau_2 c_{u2} - \tau_1 c_{u1}$$



axiale Komponente der Euler Turbinengleichung.

$\tau c_u =$  Drehmoment eines Flüssigkeitsteils.

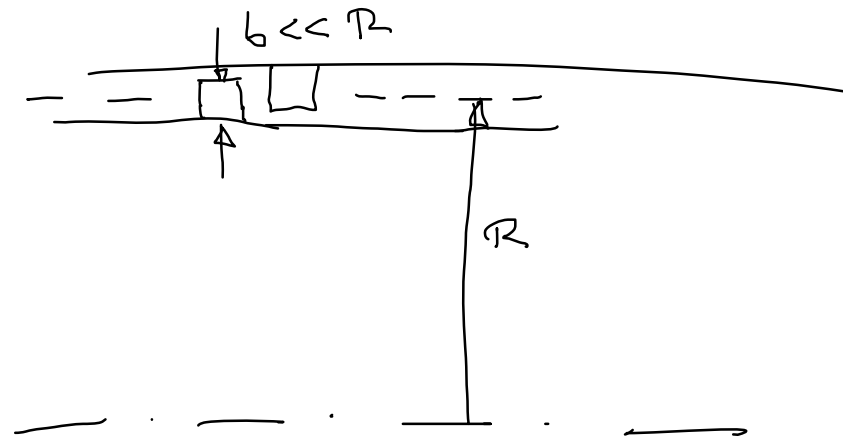
1. Spezialfall: Drehmoment  $\tau c_u$  ist konstant über die Schaufeldicke.



$$\frac{dM_z}{d\dot{m}} = \frac{M_z}{\dot{m}} = \tau_2 c_{u2} - \tau_1 c_{u1}$$



2. Spezialfall: Axialmaschine mit kleiner Schaufelhöhe  
im Vergleich zum mittleren Radius.



$$M_z = \dot{m} (T_2 c_{m2} - T_1 c_{m1})$$

3. Spezialfall

$$dM_z \equiv 0$$

keine Beschleunigung

keine Reibung.



$$T_2 c_{m2} = T_1 c_{m1}$$

$$r c_m = \text{const.} = \frac{\Gamma}{2\pi}$$

Zirkulation  $\Gamma := \oint_C \vec{c} \cdot d\vec{x}$  ist ein Maß für

die Stärke der Drehl.



Drehbewegte  
Zustände

$$\Gamma = \oint_C \vec{c} \cdot d\vec{x}$$

$$= \int_0^{2\pi} \vec{c} \cdot (r d\varphi \vec{e}_\varphi)$$

$$= c_\mu 2\pi r$$

$$\leadsto c_\mu = \frac{\Gamma}{2\pi r} \sim \frac{1}{r}$$

$$Q = - \int \vec{c} \cdot \vec{n} dA$$

$$= - \int \vec{c} \cdot (-\vec{e}_r) 2\pi r b$$

$$= c_r 2\pi r b$$

$$c_r = \frac{Q}{2\pi r b} \sim \frac{1}{r}$$

$$\vec{c} = c_r \vec{e}_r + c_\varphi \vec{e}_\varphi$$

mit  $c_r = \frac{Q}{2\pi r b}$

$$c_\varphi = \frac{\Gamma}{2\pi r}$$

$\Gamma_2 = 0$

Wirbelquelle

"Grundströmungen"

bei radialer Turbomaschine

Stromlinie

$$\frac{d\vec{x}}{ds} = \frac{\vec{c}}{|\vec{c}|} \quad \text{Dgl. der Stromlinie}$$

$$d\vec{x} = dr \vec{e}_r + r d\varphi \vec{e}_\varphi$$

$$\frac{dr}{ds} = \frac{Q}{2\pi r b} \frac{1}{|\vec{c}|}$$

$$\frac{r d\varphi}{ds} = \frac{\Gamma}{2\pi r} \frac{1}{|\vec{c}|}$$

$$\frac{dr}{r} = \frac{Q}{b\Gamma} d\varphi \Rightarrow \ln r / r_0 =$$

$$= \frac{Q}{b\Gamma} (\varphi - \varphi_0)$$

48

Leitrad  
mit 2 Schaufeln  
der Zirkulär

15.07.2009



Euler's Turbinengleichung formuliert mit  
der Zirkulation.

$$\Gamma = 2\pi r c_u$$

$$\frac{d\Gamma_z}{dz} = \tau_2 c_{u2} - \tau_1 c_{u1}$$

$$= \frac{\Gamma_2}{2\pi} - \frac{\Gamma_1}{2\pi} = z \frac{\Gamma}{2\pi}$$

$\Gamma$  ist die Zirkulation der Einzelradial.

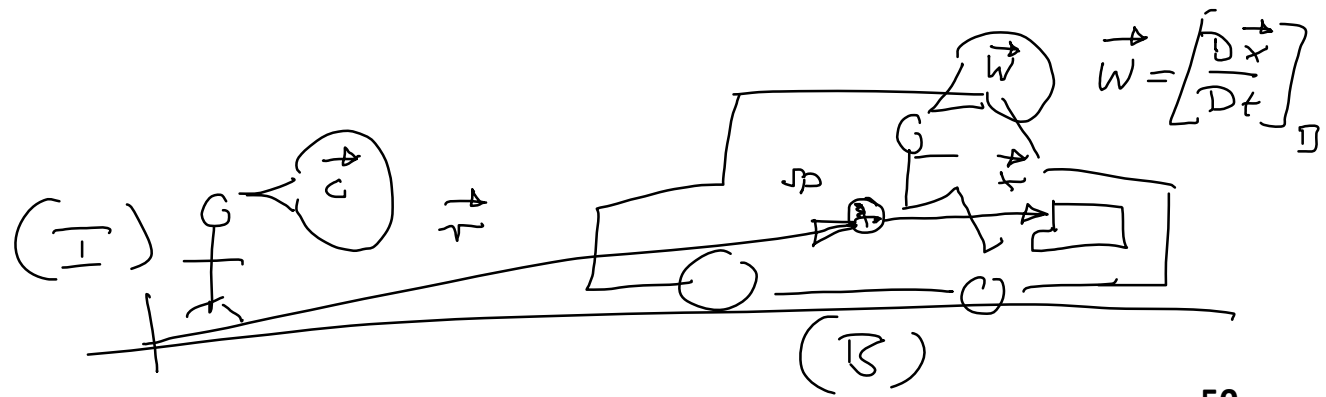
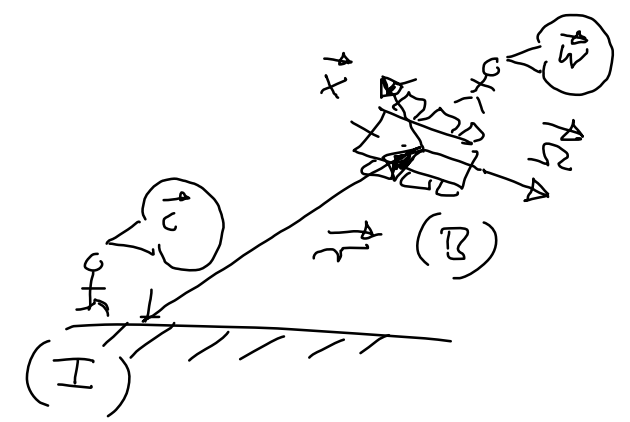
$z$  Schlauenzahl.

Absolutegeschwindigkeit  $\vec{v} = \vec{w} + \vec{u} + \vec{v}_s$

Relativgeschwindigkeit  $\vec{v}_s$

Winkelgeschwindigkeit  $\vec{u} = \vec{\Omega} \times \vec{r}$

Führungsgeschwindigkeit  $\vec{v} \equiv 0$  bei einer Translation  
 $\vec{v}_s = \dot{\vec{r}}$

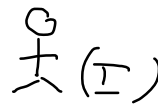


Zeitliche Änderung von Tensoren.

$$\left[ \frac{D \vec{D}}{Dt} \right]_{\mathbb{I}} = \vec{\Gamma}$$



$$\int \vec{x} \times \rho \vec{c} \cdot \vec{n} dV = \dots$$



$\equiv 0$ , wenn  $\vec{D} = D_z \vec{e}_z$

$$\left[ \frac{D \vec{D}}{Dt} \right]_{\mathbb{B}} + \underbrace{\vec{\Omega} \times \vec{D}}_{\vec{\Gamma}} = \vec{\Gamma}$$

$$\int \vec{x} \times \rho \vec{w} \cdot \vec{n} dV$$

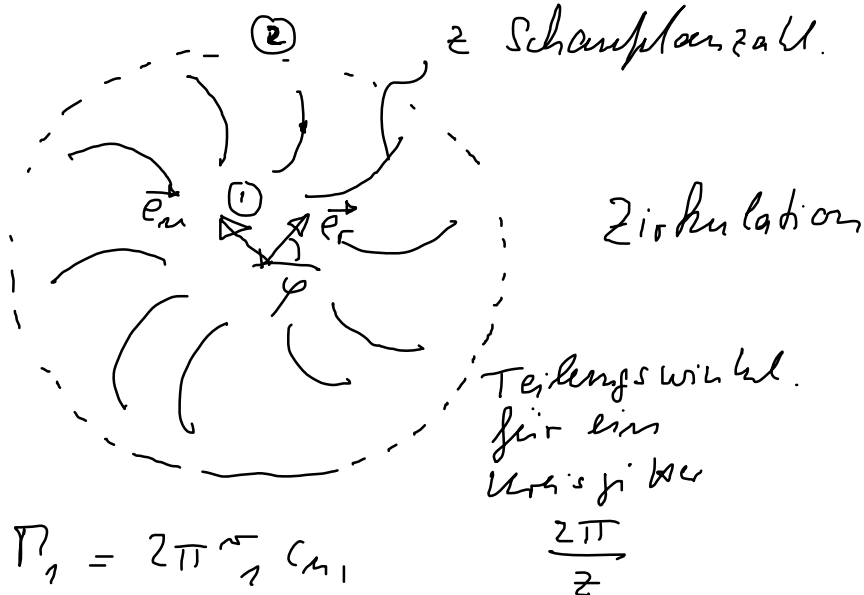
Ganz allgemein

$$\left[ \frac{D \vec{b}}{Dt} \right]_{\mathbb{I}} = \left[ \frac{D \vec{b}}{Dt} \right]_{\mathbb{B}} + \vec{\Omega} \times \vec{b}$$

# Turbomaschinen

$$\frac{dM_z}{d\dot{m}} = r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}$$

$$M_z = \dot{m} (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1})$$



für homogene Drall an der Stelle ① und ②

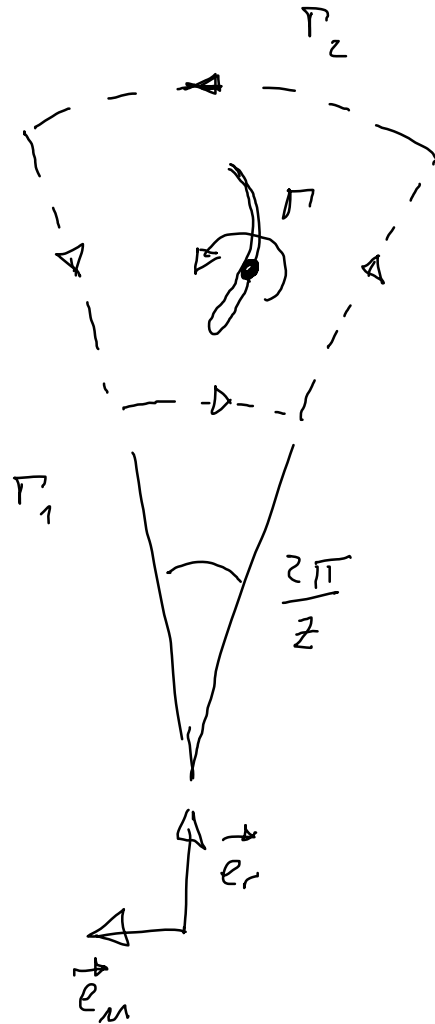
$$\Gamma_2 = \oint_{\text{②}} \vec{c} \cdot d\vec{x} = 2\pi r_2 c_{u2}$$

Annahme  $c_{u2} \neq f(\varphi)$

Annahme:

dominant | Frequenz  
 ist der sogenannte Drehton  $f = \frac{\Omega}{2\pi}$

Blade passing frequency BPF.



$$\Gamma = \oint \vec{c} \cdot d\vec{x} = c_{u2} r_2 \frac{2\pi}{z} - c_{u1} r_1 \frac{2\pi}{z}$$

$\Gamma$  wird die bezeichnet die Stärke des zehrunalenen Wirbels.

$$\Gamma_2 = 2\pi r_2 c_{u2}$$

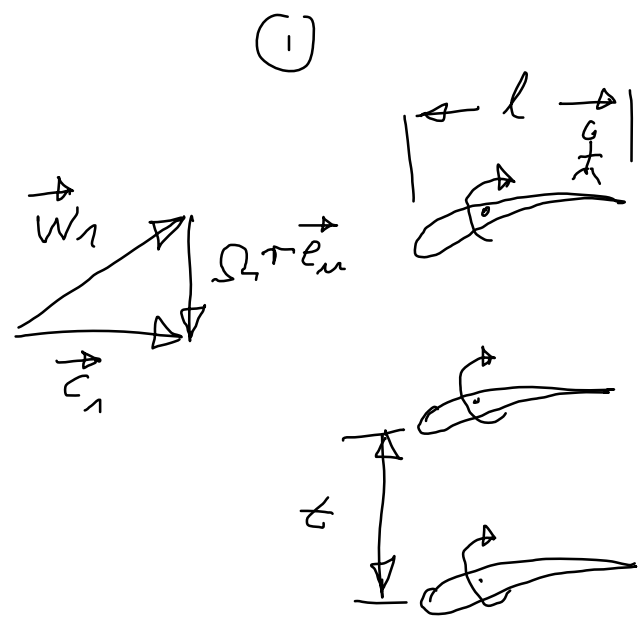
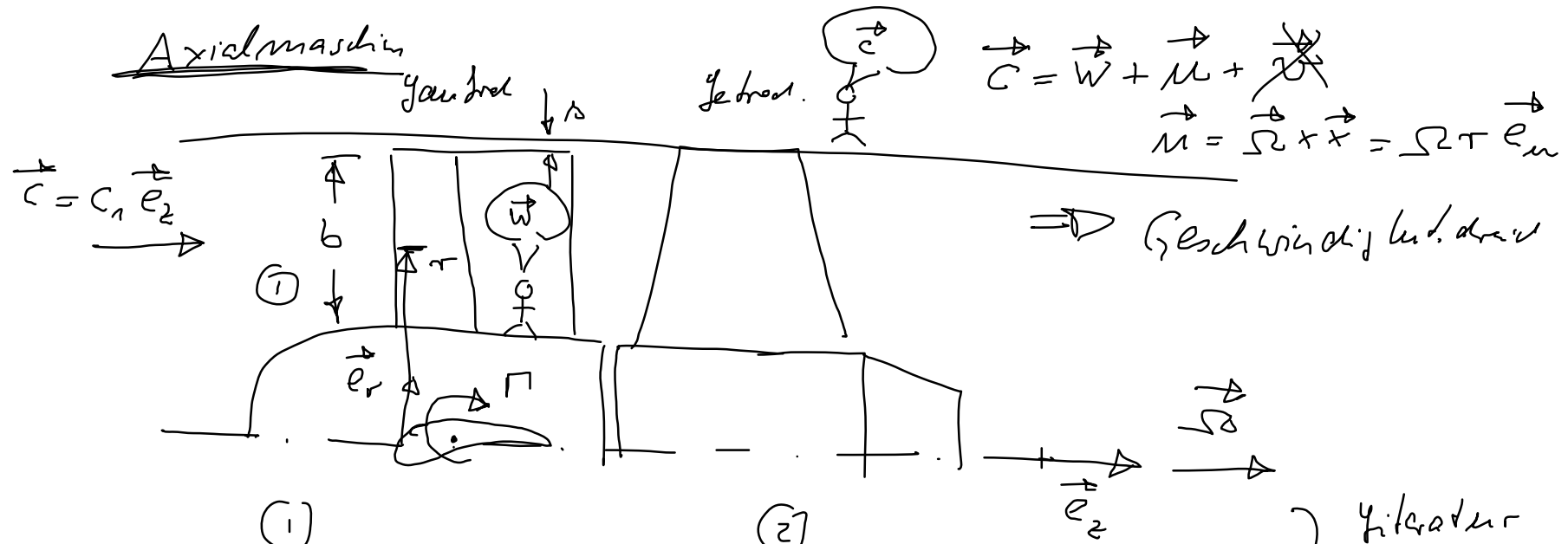
$$\Gamma_1 = 2\pi r_1 c_{u1}$$

$$\Gamma_2 - \Gamma_1 = z \Gamma$$

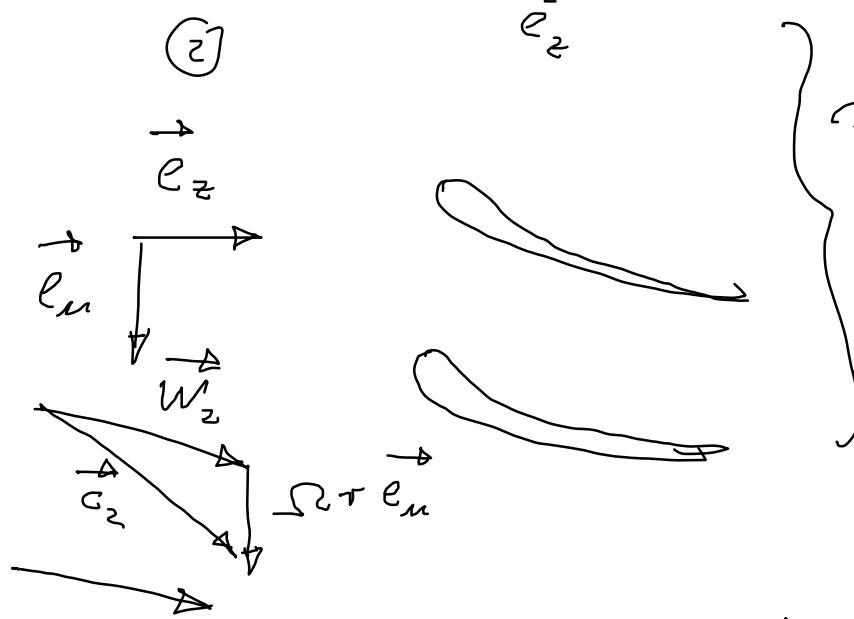
$$M_z = \frac{m}{2\pi} (\Gamma_2 - \Gamma_1) = \frac{m}{2\pi} z \Gamma$$

$$\Gamma = \frac{M_z}{m z} 2\pi$$

# Axialmaschine



gerade Gitter



Gitterteil

Filtration  
 Becker  
 Störmer Lehr.  
 ID student.  
 PWD student.  
 Betz  
 Strömungs-  
 maschine

Christopher Brennen Caltech

Multiphase Flow.

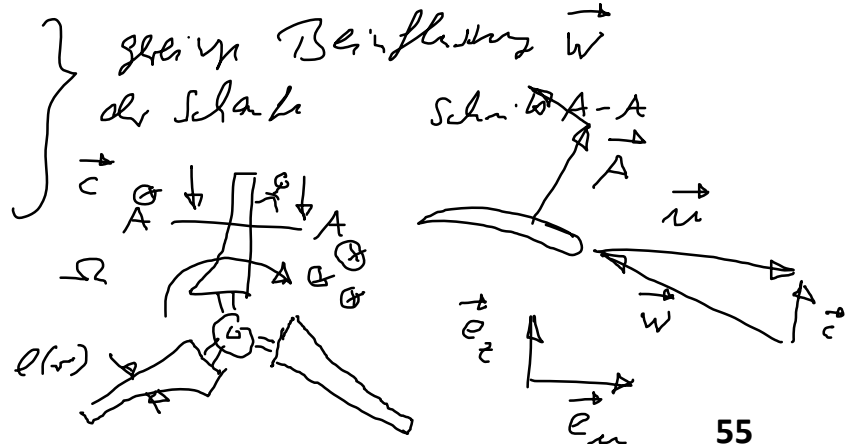
Pump book.

### Auslegungsmethoden

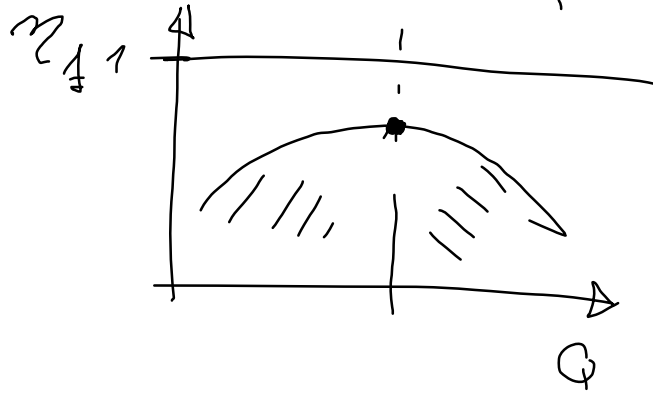
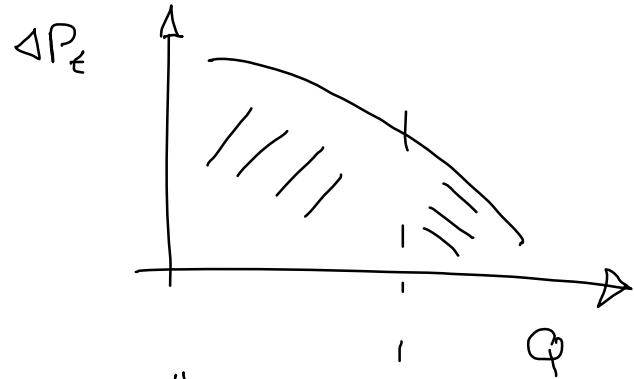
kleine Teilerspizahl  $\frac{2\pi}{z}$  } große Bspfl.  
 kleine Teilerspizabstand  $\frac{t}{l}$  }  $\Rightarrow$  Schaufelkonvergente Strömung.



große Teilerspizahl  $\frac{2\pi}{z}$  } geringe Beeinflussung  $w$   
 große Teilerspizabstand  $\frac{t}{l}$  } der Schale

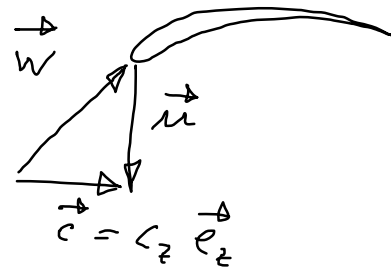


# Kennlinie von Turbinmaschine.



$$\eta_A := \frac{\Delta P_t Q}{P_A}$$

Stoßfreie Anström

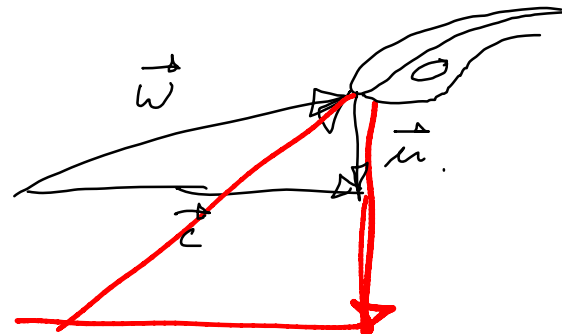
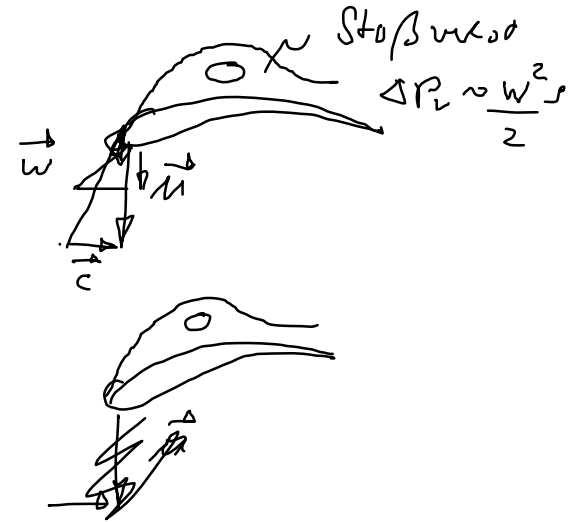


$$Q = c_2 A$$

$$Q \downarrow \quad c_2 \downarrow$$

Abstrakt

Angebrochen  
Teillast



Geitung: Drehzahlverh.

→ Folgerung unmöglich.



# Dimensionslose Darstellung der Kennlinie.

①  $\Delta P_L$  ,  $Q$  werden mit  $\rho, d, n = \frac{Q}{2\pi}$  (2) dimensionslos gemacht.



Für ein  
Nepshen.

$$\frac{\Delta P_L}{\rho n^2 d^2} = \psi$$

Druckkoeff.  
Druckkoeff.

$$\frac{Q}{d^3 n} = \varphi$$

Durchflusskoeff.

$$\frac{\rho n d^2}{\eta} = Re$$

Reynoldszahl

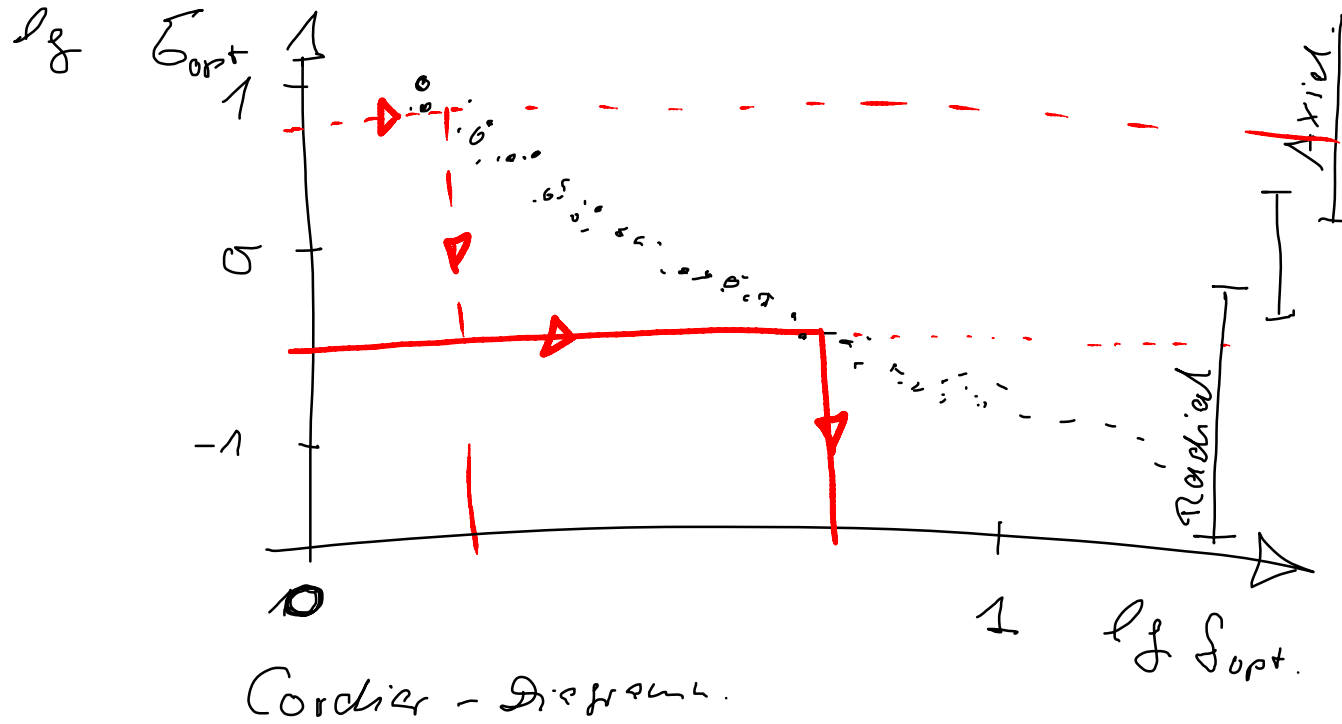
②  $n$  ,  $d$  werden mit  $\Delta P_L, Q, \rho$  (2) dimensionslos gemacht.

Anlagen-  
beob.

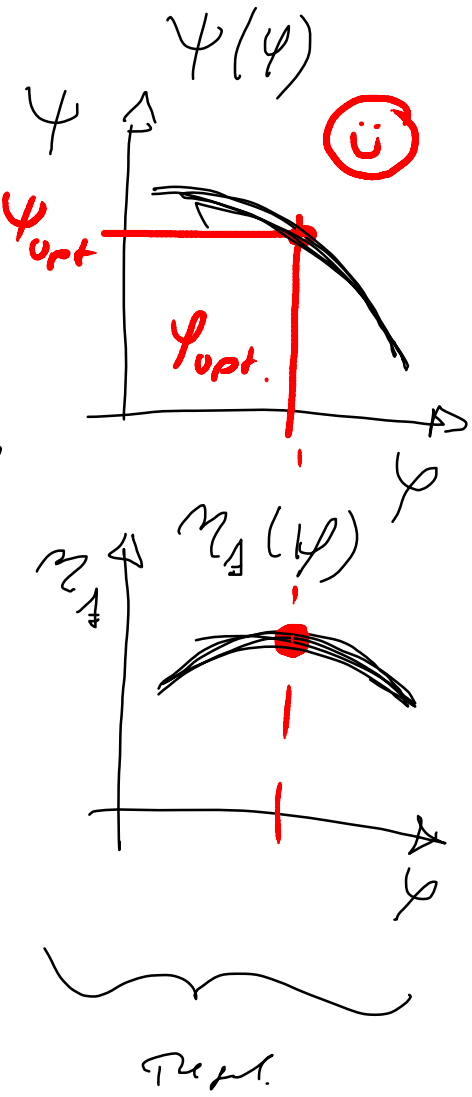
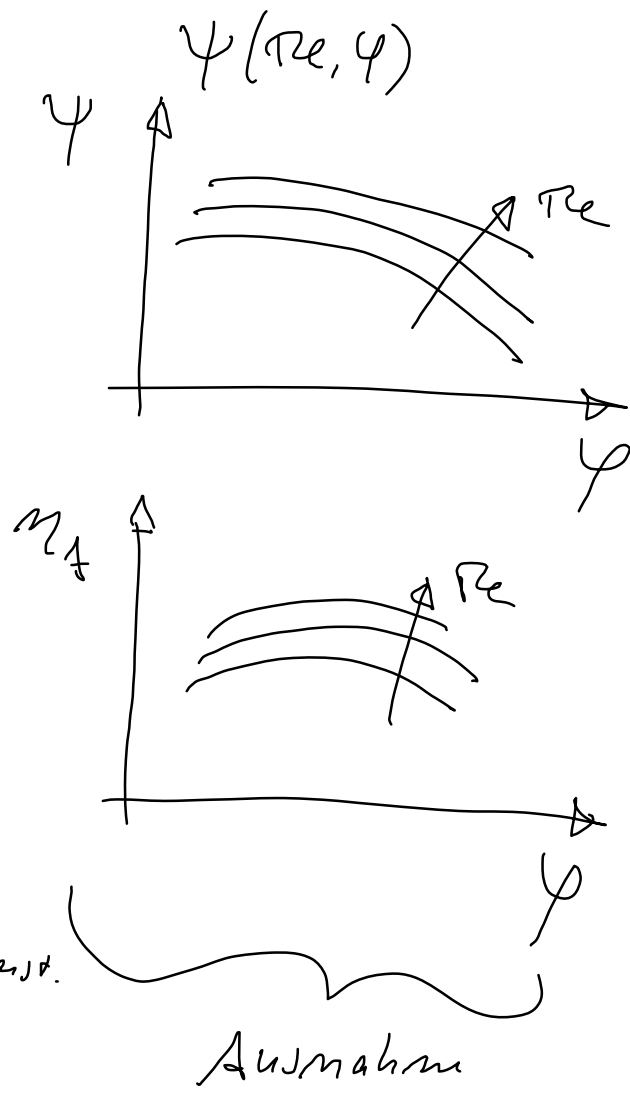
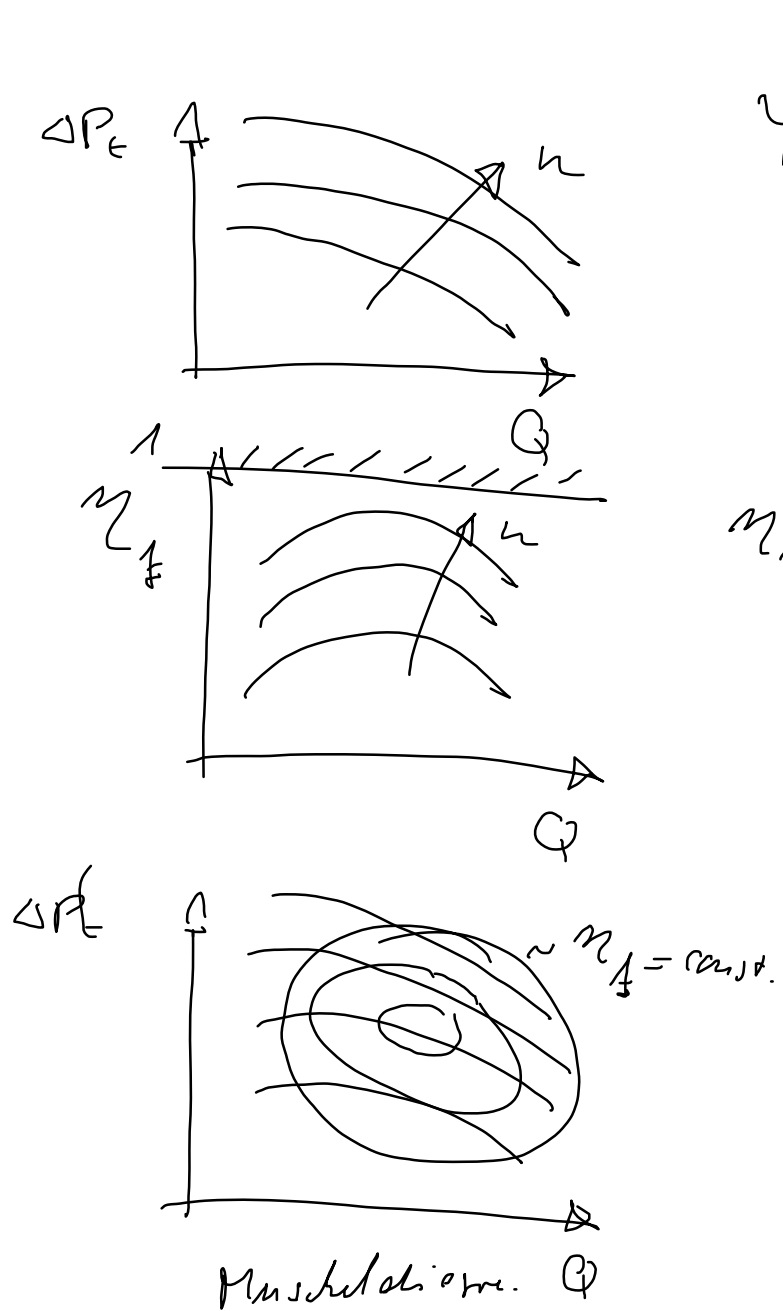
$$n \frac{Q^{1/2}}{(\frac{\Delta P_L}{\rho})^{3/4}} = \delta ; \quad d \frac{(\frac{\Delta P_L}{\rho})^{1/4}}{Q^{1/2}} = \delta$$

Schnellzahl

Durchmesserzahl.



$n, \Delta P_t, Q \rightsquigarrow \xi \rightsquigarrow f \rightsquigarrow d$   
 Maschinentyp



$$(\psi_{opt}, \psi_{opt}) \rightarrow (f_{opt}, z_{opt})$$