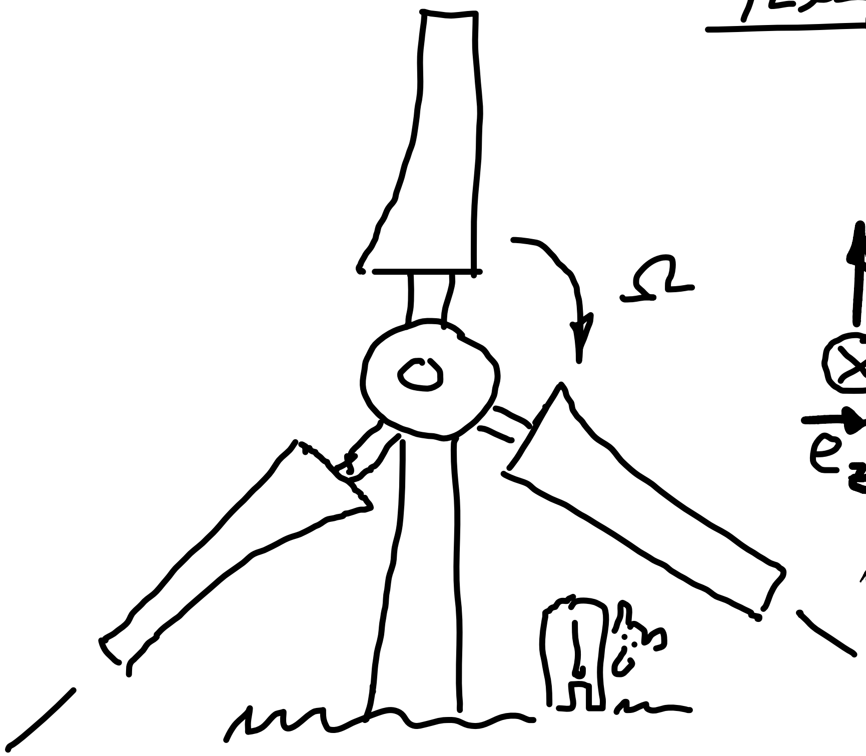
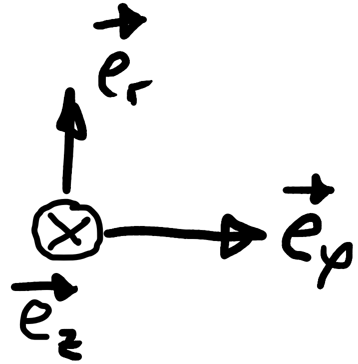
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Maschinen mit großem Teilungswinkel / Teilungsverhältnis





ungestörte Anströmung

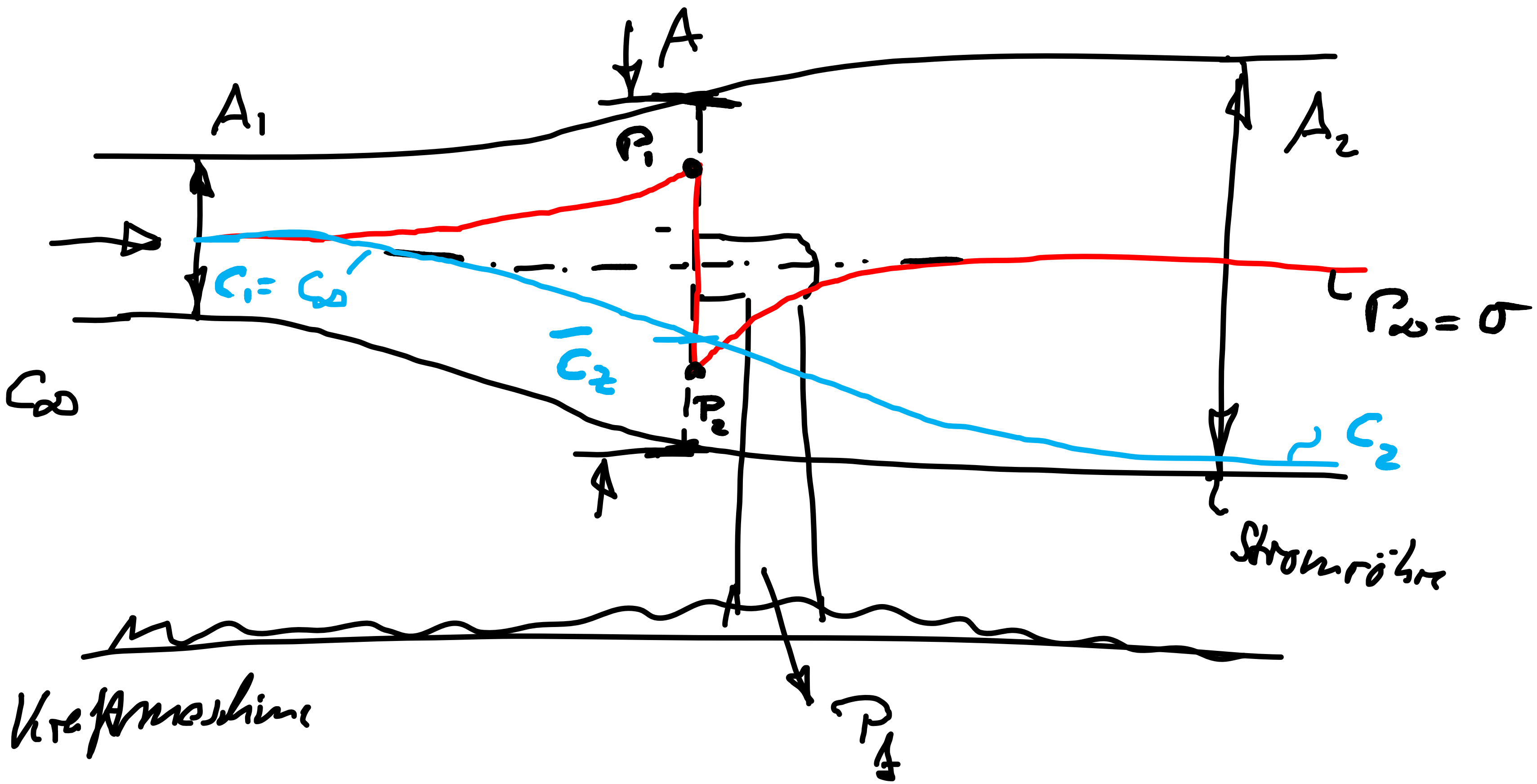
$$\vec{c}_1 = c_\infty \vec{e}_z$$

Teilungswinkel $\Delta\varphi = \frac{2}{3}\pi$ ist so groß, dass eine Schaufelkongruente Strömung nicht vorliegen kann.

⇝ Auslegung über „Betz" + „Aerodynamik".

1921 Monographie über Windmühlen

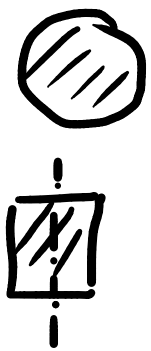
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 11



A ist die projizierte Fläche der Maschine inkl. Leitapparatur.

Geg: c_∞, ρ, $A = \frac{\pi}{4} D^2$ für eine horizontale Achse

(kann auch eine rechteckige Fläche sein)



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010

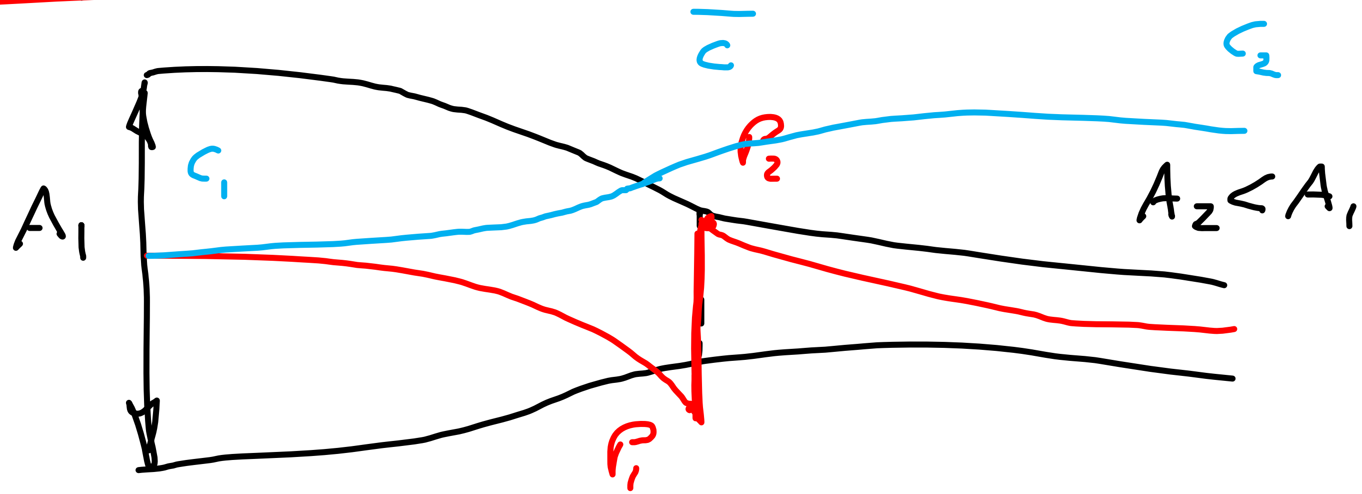
Fluidenergiemaschinen

Vorlesung 11

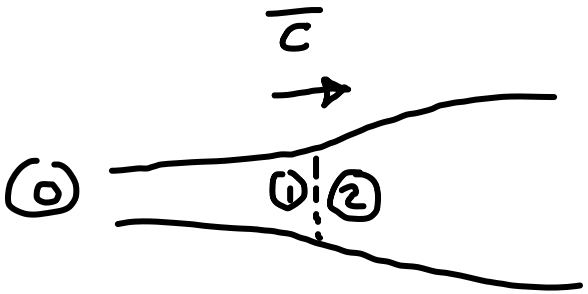
Gesucht ist die maximal, theoretisch mögliche Leistung.

$$P_{f\,max} = ?$$

Als Arbeitsmaschine



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz



Bernoulli: 0 → 1

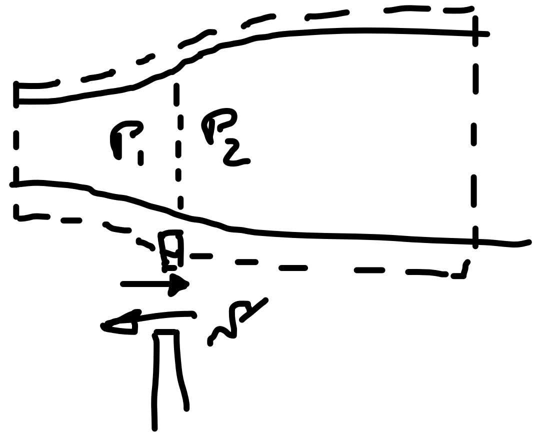
$$\frac{\rho}{2}c_1^2 = p_1 + \frac{\rho}{2}\bar{c}^2 \qquad (1)$$

Bernoulli: 2 → 0'

$$p_2 + \frac{\rho}{2}\bar{c}^2 = \frac{\rho}{2}c_2^2 \qquad (2)$$

Ideale Maschine
kein Drall in der Abströmung

Impulssatz in axialer Richtung



S Axialschub

$$-\rho c_1^2 A_1 + \rho c_2^2 A_2 = -S \qquad (3)$$

$$S = (p_1 - p_2)A \qquad (4)$$

Konti

$$c_1 A_1 = \bar{c} A \qquad (5)$$

$$c_2 A_2 = \bar{c} A \qquad (6)$$

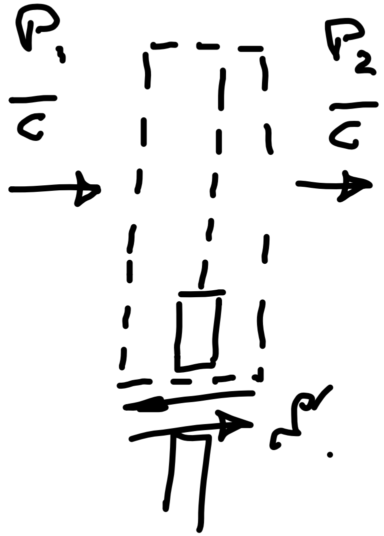
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 11

Aus (1) und (2) folgt.

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2}\left(c_1^2 - c_2^2\right)$$



(3), (4), (5), (6) folgt

$$\cancel{\rho}\,\bar{c}\,\cancel{A}\,\cancel{(c_1 - c_2)} = (p_1 - p_2)\,\cancel{A} = \frac{\cancel{\rho}}{2}\cancel{(c_1 - c_2)}(c_1 + c_2)$$

$$\boxed{\bar{c} = \frac{c_1 + c_2}{2}}$$

sofern die Strömung drallfrei ist.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 11

$$P_A = A\bar{c}(p_1 - p_2)\,\eta_A \,.$$

Energiegleichung.

$$\boxed{\frac{P_A + \dot{Q}}{\dot{m}} = h_{t2} - h_{t1}}$$

$$= \eta_A \bar{c} A \rho \bar{c}(c_1 - c_2) \,, \quad \text{mit} \quad \bar{c} = \frac{1}{2}(c_1 + c_2)$$

$$= \eta_A \underbrace{\frac{\rho}{2} A c_1^3}\; \frac{1}{2}\left(1 + \frac{c_2}{c_1}\right)^2 \left(1 - \frac{c_2}{c_1}\right)$$

Fluß der kinetischen Energie durch die Scheibe A, sofern kein Aufstauen stattfindet. $\int \frac{\rho}{2} c^2 \vec{c}\cdot\vec{n}\, dS$

$$P_0 = \frac{\rho}{2} A c_\infty^3$$ Energieangebot der Natur.

$$c_\infty = c_1$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

$$\frac{P_1}{P_0} = \eta_1 \, \frac{1}{2} \left(1 + \frac{c_2}{c_1}\right)^2 \left(1 - \frac{c_2}{c_1}\right)$$

$\lambda := \dfrac{P_1}{P_0}$ Leistungszahl

$c_p = \lambda$ Coefficient of performance COP

$$c_p = \eta_1 \, \frac{1}{2} \left(1 + \frac{c_2}{c_1}\right)^2 \left(1 - \frac{c_2}{c_1}\right)$$

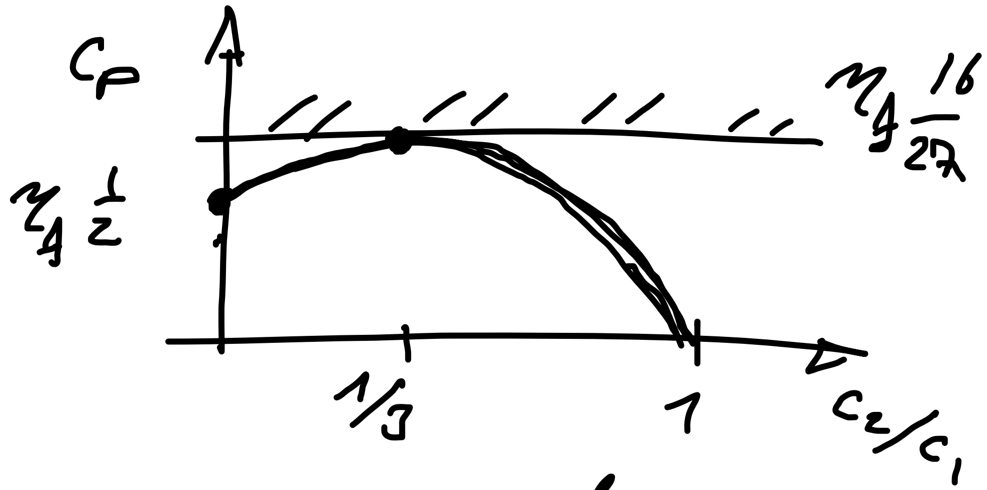
$$\frac{d c_p}{d(c_2/c_1)} = 0 \rightsquigarrow 2 \cancel{\left(1 + \frac{c_2}{c_1}\right)} \left(1 - \frac{c_2}{c_1}\right) = \left(1 + \frac{c_2}{c_1}\right)^{\cancel{2}}$$

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{1}{3}$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 11

Optimale Aufstauung

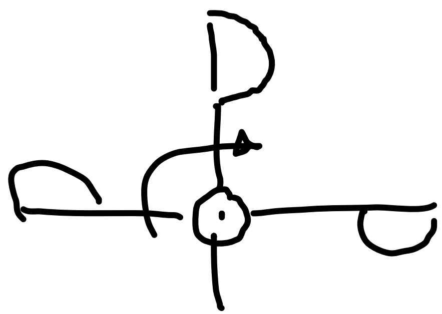
$$\left.\frac{c_2}{c_1}\right|_{opt} = \frac{1}{3}$$



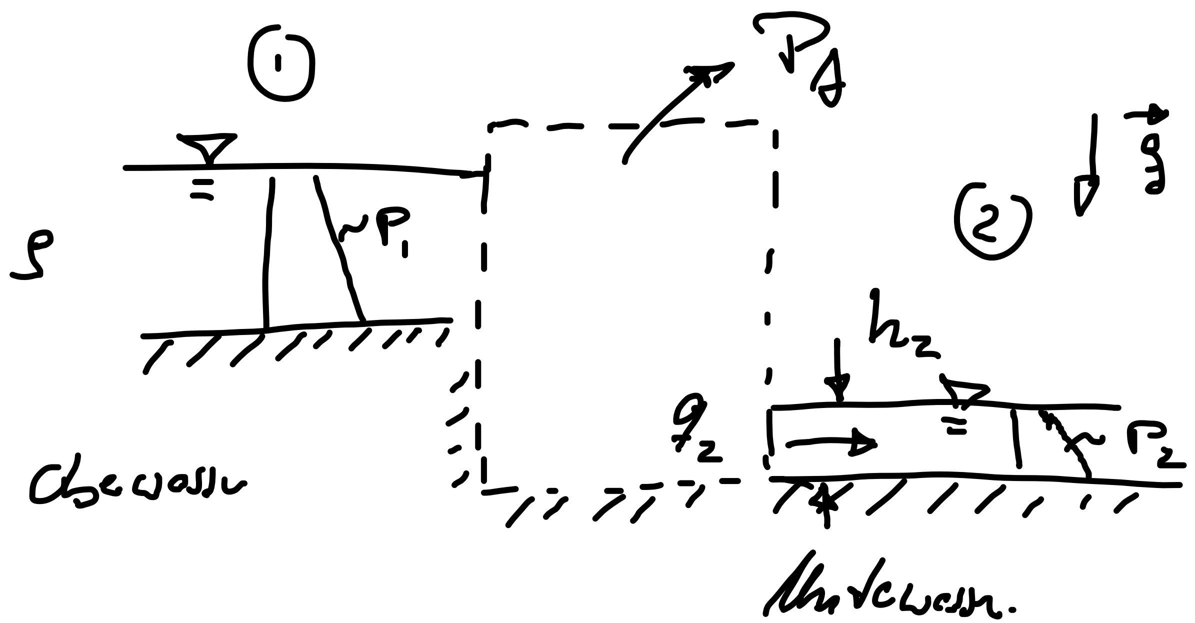
$$\left.\frac{\bar{c}}{c_\infty}\right|_{opt} = \frac{2}{3}$$

Wird benutzt für die Maschinenauslegung.

$$c_{p\,max} = \eta_A \frac{16}{27} = \eta_A \; 0.59$$



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 11



Energiegleichung in integraler Form

$$P_A = P_A(q_2, h_2)$$

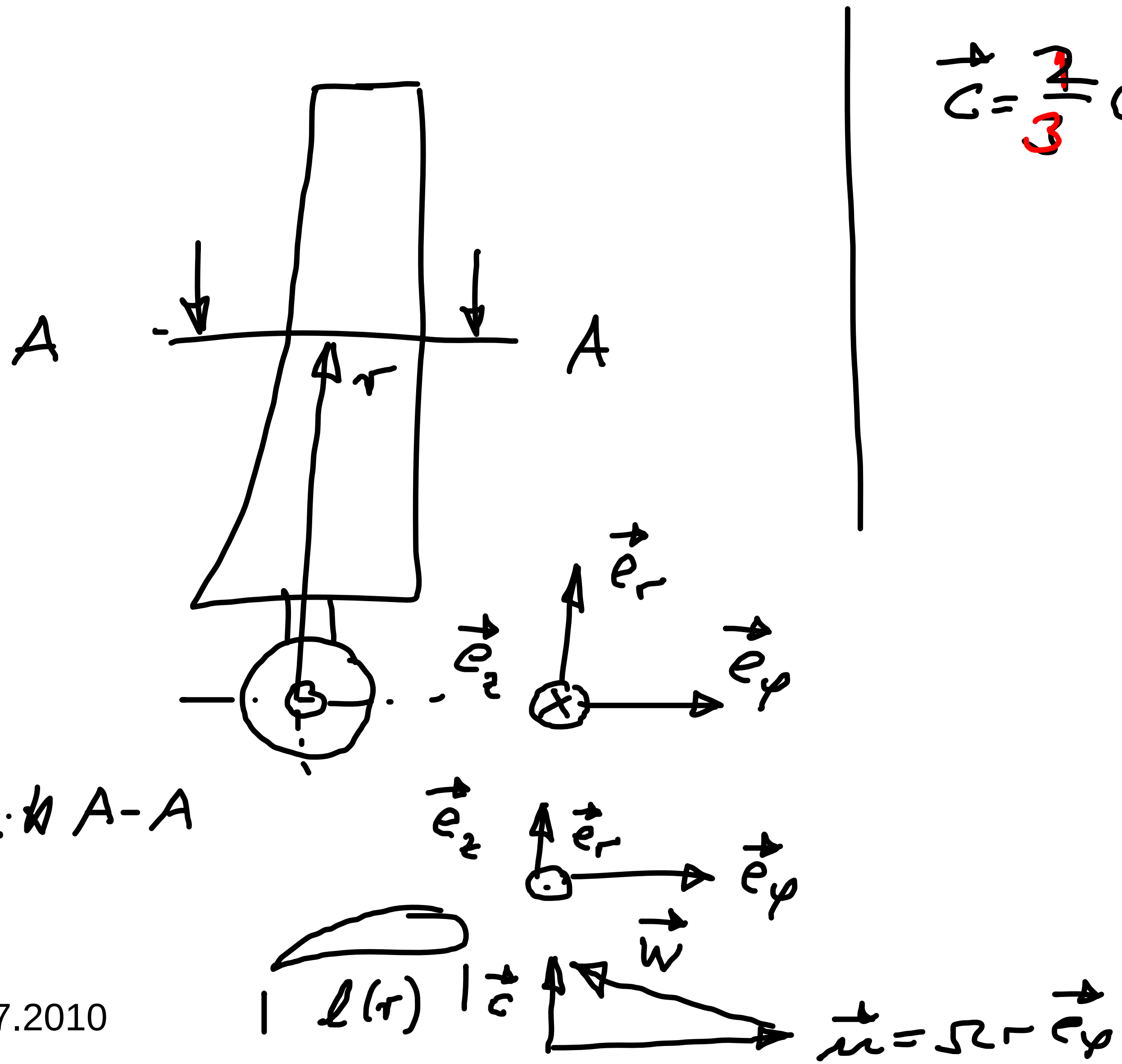
$$\frac{\partial P_A}{\partial q_2} \overset{!}{=} 0 , \quad \frac{\partial P_A}{\partial h_2} \overset{!}{=} 0 \quad \Bigg\} \quad C_{P\,max}.$$

Bei Interesse bei Hr. Keil.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 11

Anwendung der Betzschen Ergebnisse für die Windturbine.

$$\vec{c} = \frac{2}{3} c_\infty \vec{e}_z$$

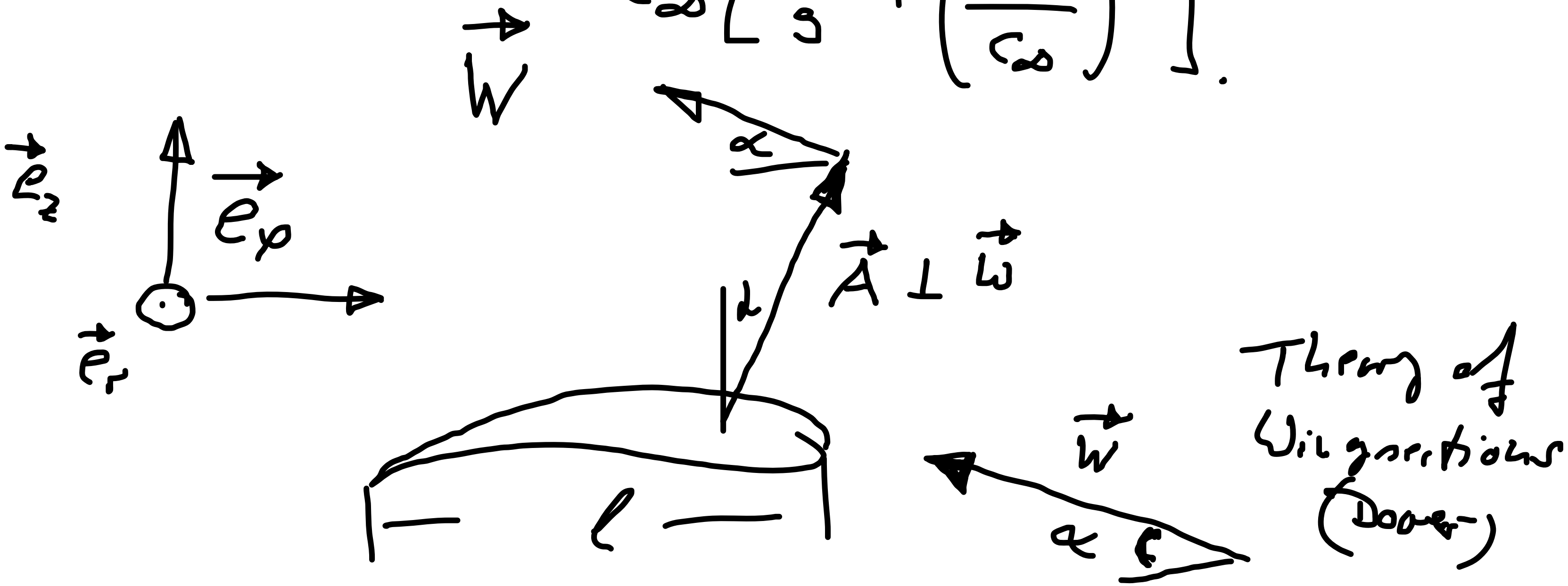


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Quadrat der relativen Anströmgeschw.

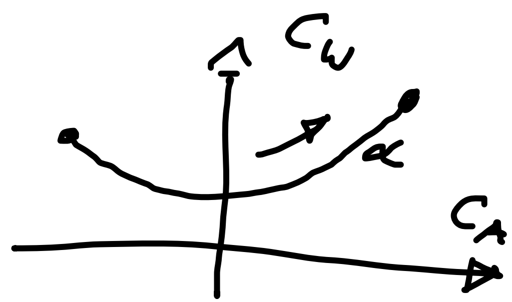
$$\vec{w} \cdot \vec{w} = w^2 = \frac{4}{9} c_\infty^2 + (\Omega r)^2$$

$$= c_\infty^2 \left[\frac{4}{9} + \left(\frac{\Omega r}{c_\infty} \right)^2 \right].$$



$$dA = \frac{\rho}{2} w^2 c_A(\alpha)\, l(r)\, dr$$

$$dW = \frac{\rho}{2} w^2 c_W(\alpha)\, l(r)\, dr$$



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 11

Resultierende Kraft in Umfangsrichtung * r
ergibt den Beitrag zum Moment

Resultierende Kraft in axialer Richtung und Biegung
der Schaufel in axialer Richtung. und
Balken

$$d\vec{M} = r\vec{e}_r \times \left(d\vec{W} + d\vec{A}\right)$$

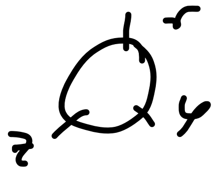
$$d\vec{W} = -\cos\alpha\, dW\, \vec{e}_\varphi + \sin\alpha\, dW\, \vec{e}_z$$

$$d\vec{A} = \cos\alpha\, dA\, \vec{e}_z + \sin\alpha\, dA\, \vec{e}_\varphi$$

$$d\vec{M} = dM_z \vec{e}_z + \cancel{dM_r \vec{e}_r} + dM_\varphi \vec{e}_\varphi .$$

$$dM_z = -r\cos\alpha\, dW + r\sin\alpha\, dA$$

$$dM_\varphi = -r\sin\alpha\, dW - r\cos\alpha\, dA$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 11

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

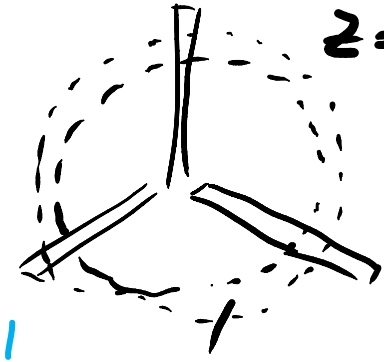
FLUID SYSTEM TECHNIK

$$dP_A = dM_z\,\Omega = r\,\Omega \sin\alpha\, \frac{\varrho}{2}\, c_\infty^2 \left[\frac{4}{9} + \left(\frac{\Omega r}{c_\infty}\right)^2\right] c_A\, l(r)\, dr \times z$$

$\equiv$ Betz. (1)

$$c_W \equiv 0.$$

Betz (2)



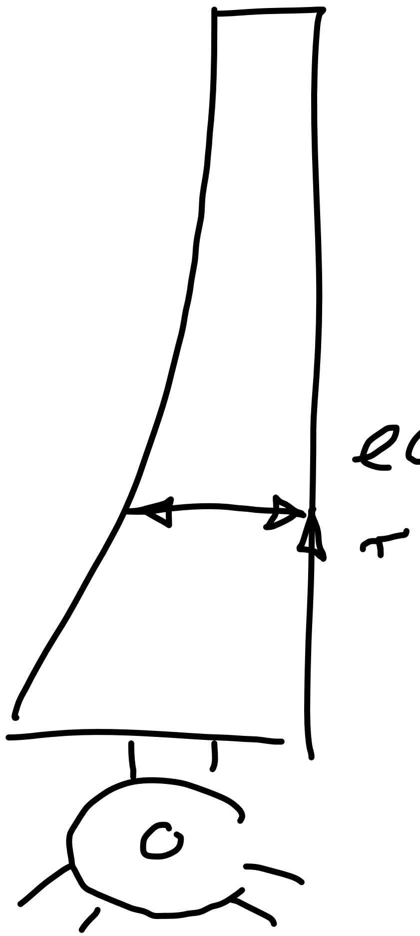
$$dA = 2\pi r\, dr$$

$$\frac{16}{27}\,\cancel{\frac{\varrho}{2}}\, c_\infty^{\cancel{3}}\, 2\pi\, \cancel{r\,dr} \overset{!}{=}$$

$$\cancel{r}\,\Omega \sin\alpha\, \cancel{\frac{\varrho}{2}}\, \cancel{c_\infty^2} \left[\frac{4}{3} + \left(\frac{\Omega r}{c_\infty}\right)^2\right] c_A(\alpha)\, l(r) \times \cancel{dr}\, z$$

$$\boxed{r\,\frac{32}{27}\,\pi\,\frac{c_\infty}{r\Omega}\,\frac{1}{\sin\alpha\; c_A(\alpha)}\,\frac{1}{\frac{4}{3} + \left(\frac{\Omega r}{c_\infty}\right)^2}\,\frac{1}{z} = l(r)}$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 11



$$\ell(r) \sim \frac{1}{\text{const} + r^2}$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 11

Antriebsleist. $\quad dP_A = dM_z \, \Omega$

$$= $$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz