

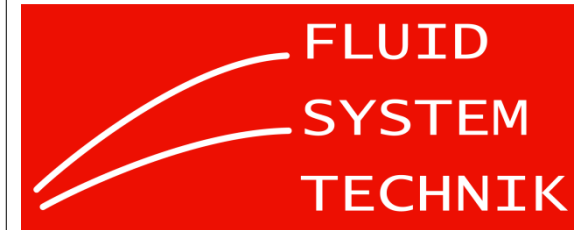
ASCE Journal of Hydranlic Eng. 2011

On the upper limit for
hydropower in an open channel.

▷ Hr. Heil



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 4



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 4

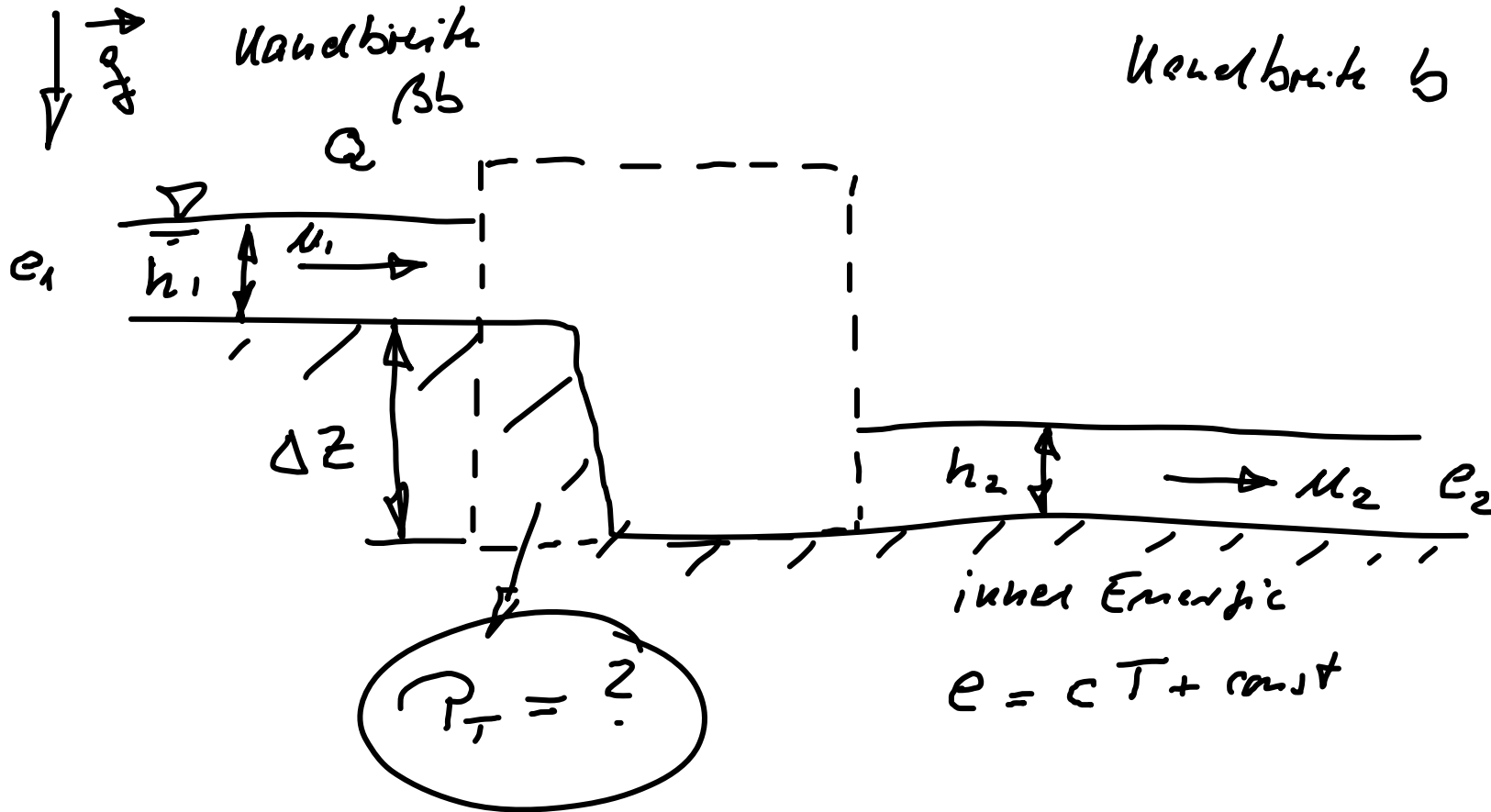
Oberwasser

Maschine

Unterwasser

Handbreite β_b

Handbreite β

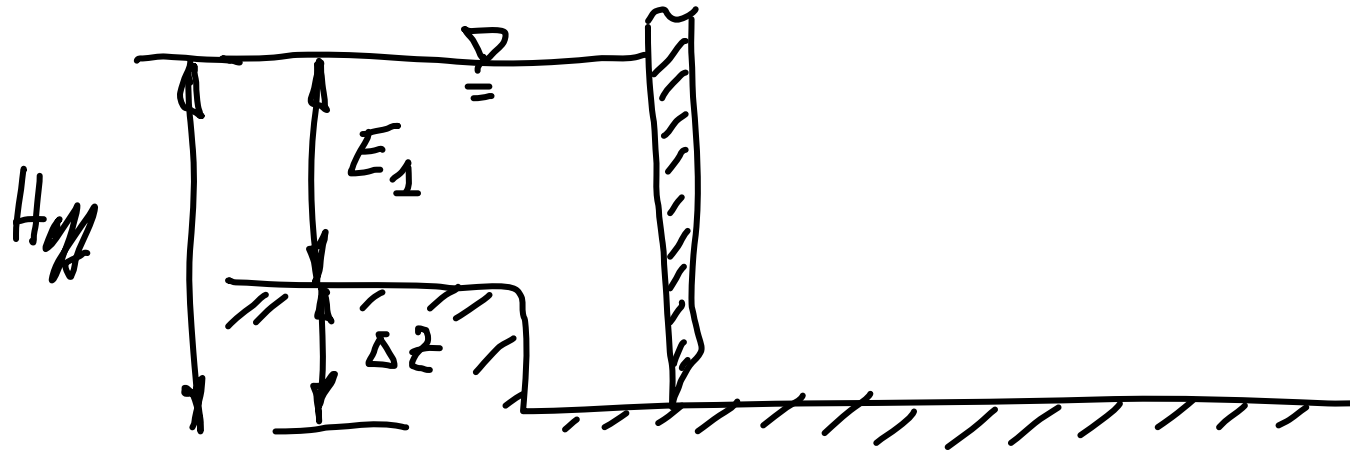


Ges: $q, \rho, \Delta z, H$.

Ges: P_{Tmax}

Gedankenexperiment

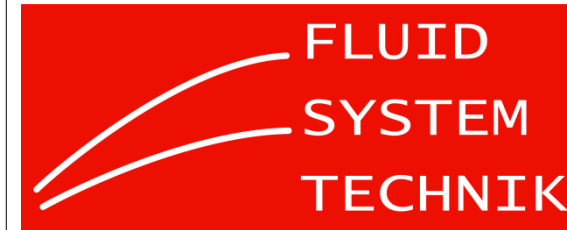
Aufbauen des Wehres solange bis das Wasser zur Ruhe kommt.



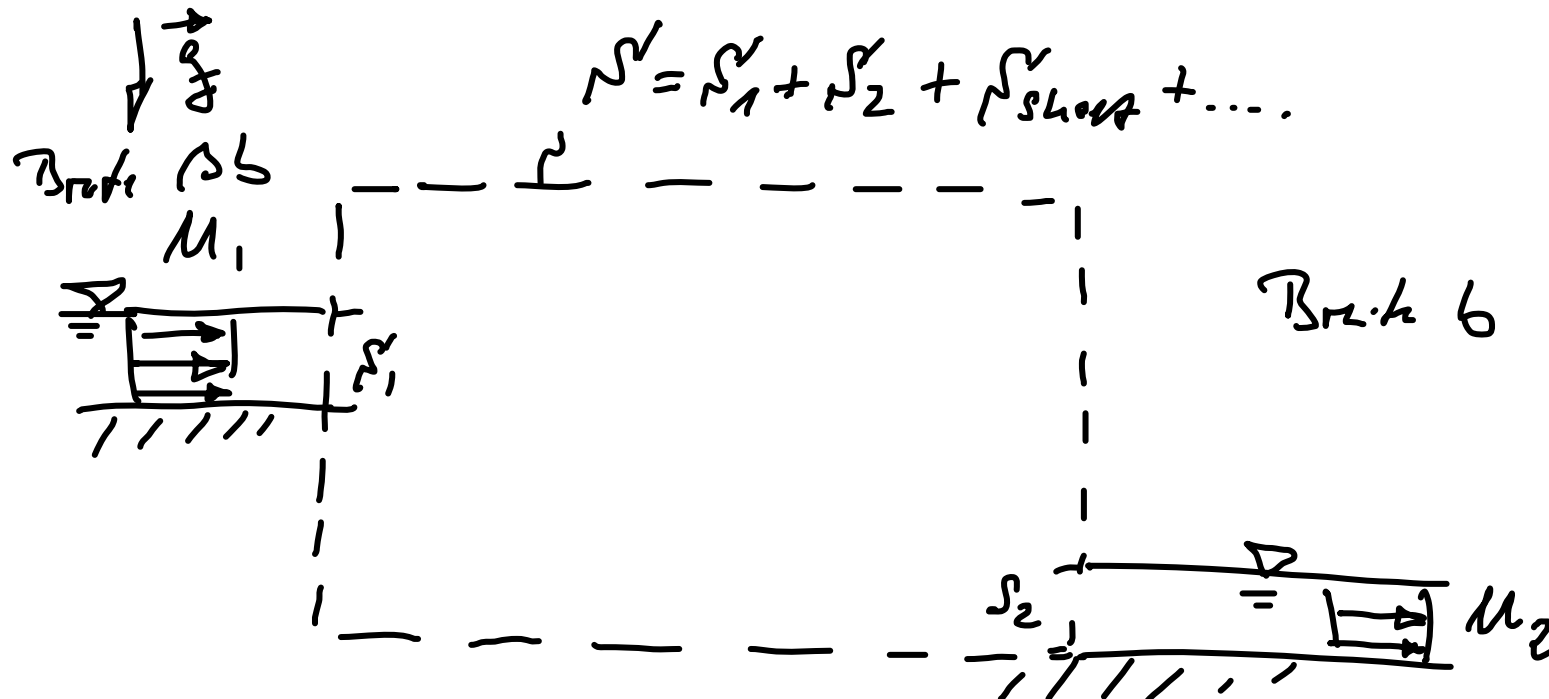
$$H_0 = E_1 + \Delta z \quad \text{ist eine konstante Größe.}$$



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 4



$$\frac{DN}{Dt} + \frac{DE}{Dt} = P - \dot{Q}$$

Volumenstrom $Q = q_2 b = q_1 \beta b$

Volumenstrom pro
Wendebrot q

Annahmen 1. Adiabate Strömung $\dot{Q} \equiv 0$

2. im zeitlichen Mittel stationäre Strömung
 $\frac{\partial}{\partial t} \equiv 0$

3. Inkompressible Strömung $\frac{D\rho}{Dt} = 0$

$\rho = \text{const}$
(homogenes Dichtefeld)

4. Schichtströmung an σ_1 und σ_2
(Unidirektionaler Strömung.)



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 4



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 4


$$\rho Q \left(\frac{u_2^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} \right) + \rho Q (e_2 - e_1) = \int_{S_{\text{shaft}}} \vec{t} \cdot \vec{n} dS +$$

$$+ \int_V \rho \vec{g} \cdot \vec{u} dV + \int_{S_1 + S_2} \vec{t} \cdot \vec{n} dS$$

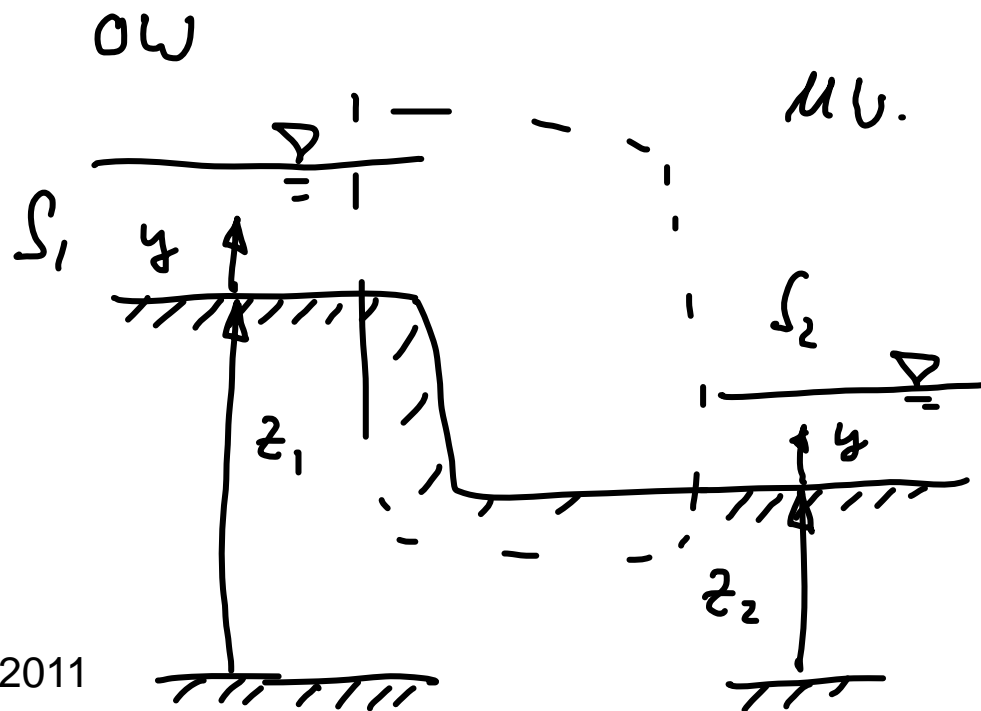
$$\int_{S_{\text{shaft}}} \vec{t} \cdot \vec{n} dS = -P_T \quad (\text{Vorzeichen } P_T > 0)$$



$$\int_V \rho \vec{g} \cdot \vec{u} \, dV = \oint_{\mathcal{N}} -\psi \vec{u} \cdot \vec{n} \, d\mathcal{N} = \rho Q g (z_1 - z_2) + \int_{\mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2} -\rho g y \vec{u} \cdot \vec{n} \, d\mathcal{N}$$

$\nabla \cdot \vec{u} = 0$ + Gauss 

$$\psi = \rho g (z + y)$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 4

Leistung des Volumenkraft $\vec{f} = \rho \vec{g} + d\vec{f}$

Leistung der Oberflächkraft $\vec{t} = -p \vec{n}$ an

den \mathcal{N}_1 und \mathcal{N}_2 (Teil der R.N. von der Hauptachse)

$$\int_V \rho \vec{g} \cdot \vec{u} dV + \int_{\mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2} \overset{-p \vec{n}}{\vec{t}} \cdot \vec{u} d\mathcal{N} = \rho Q g \Delta z +$$

$$- \int_{\mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2} (\rho g \cancel{z} + p) \vec{n} \cdot \vec{u} d\mathcal{N} = \rho Q g \Delta z + \rho Q g (h_1 - h_2)$$

$$p = (h - \cancel{z}) \rho g \text{ hydrostatische Druck an } \textcircled{1} \text{ und } \textcircled{2}$$



1 HS * (-1)

$$\underbrace{\rho Q \left(\frac{u_1^2}{2} - \frac{u_2^2}{2} \right)}_{L_{\text{S}}} + \underbrace{\rho Q g (h_1 - h_2)}_{R_{\text{S}}} + \underbrace{\rho Q g (z_1 - z_2)}_{R_{\text{S}}} =$$

$$= \underbrace{P_T}_{R_{\text{S}}} + \underbrace{\rho Q (e_2 - e_1)}_{L_{\text{S}}} \quad \bigg/ \frac{1}{\rho Q g}$$

E_1 ~~$z_1 + h_1$~~

$$\left(h_1 + \frac{u_1^2}{2g} + z_1 \right)$$

$:= H_1$

$$\left(h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + z_2 \right)$$

$:= H_2$

$$= \underbrace{\frac{P_T}{\rho Q g}}_{:= H_T} + \underbrace{\frac{e_2 - e_1}{g}}_{:= h_L}$$

L_{ou}

Abkürzung



$$H_1 - H_2 = H_T + h_L$$

oder Alternativ

$$\eta := \frac{1}{1 + \frac{h_L}{H_T}} = \frac{H_T}{H_1 - H_2} = 1 - \frac{\rho(T_2 - T_1)}{\rho(H_1 - H_2)}$$

$$H_1 - H_2 = \frac{H_T}{\eta}$$

Hinweis:

Über Temperaturerhöhung kann
im Prinzip η bestimmt
werden.

- ⊕ Eingabe und Kostefaktoren
- ⊖ Ausgaben.



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 4



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 4

$$E = \frac{u^2}{2g} + h \quad \parallel \text{ "Spezifische Energie" }^4$$

Selbst Bericht.

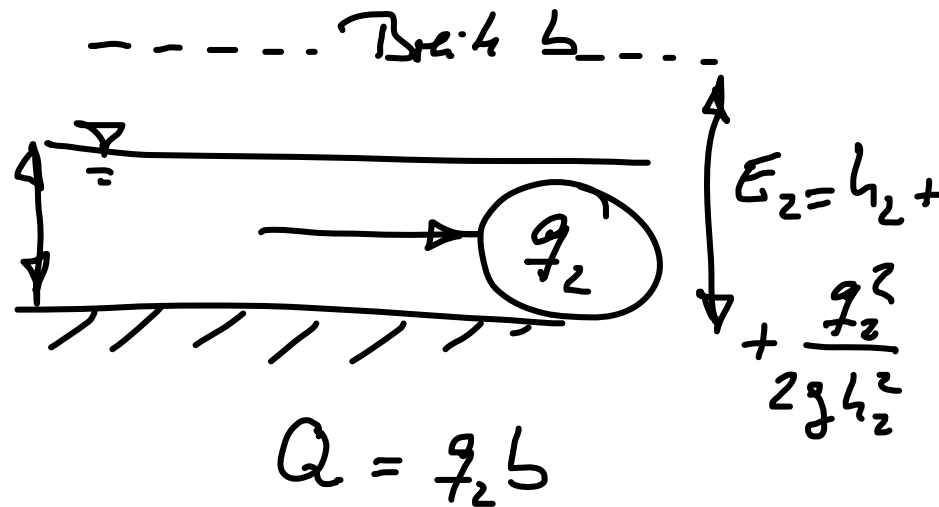
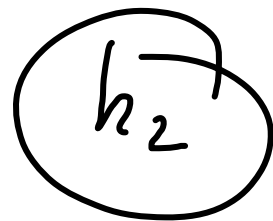
$$H_1 - H_2 = E_1 - E_2 + \Delta z.$$

Frage: Wieviel Energie kann maximal
den Turbinen abgegriffen werden?



Was sind die Freileistgrade?

↳ Unter Wasser ist beliebig
einstellbar.



$$P_T(h_2, q_2) = \sum S Q (H_1 - H_2) \quad \text{1. HS.}$$

$$= \sum S q_2 b (H_{eff} - E_2)$$

$$= \sum S q_2 b \left(H_{eff} - h_2 - \frac{q_2^2}{2g h_2^2} \right)$$

OPTIMIERUNG PROZESS

$$P_{\text{max}} : \nabla P_T = 0$$

$$\frac{\partial P_T}{\partial h_2} = 0$$

$$\frac{\partial P_T}{\partial q_2} = 0$$

$$h_{2,\text{opt}} = \frac{2}{5} H_{\text{eff}}$$

$$q_{2,\text{opt}} = \left(\frac{2}{5} H_{\text{eff}} \right)^{3/2} q_2^{-1/2}$$

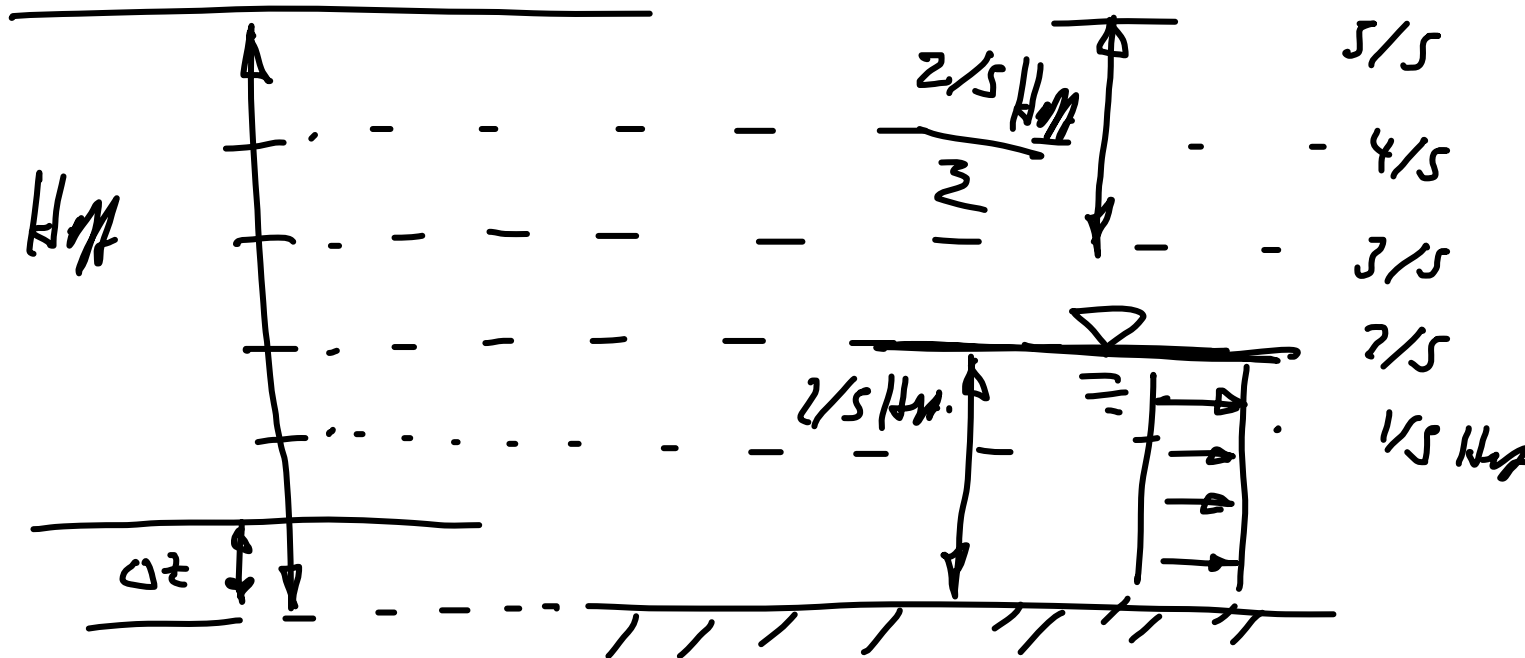
Einschub in $P_T(q_2, h_2)$

$$\hookrightarrow \frac{P_{T,\text{opt}}}{2} = 8 q_2^{3/2} \left(\frac{2}{5} H_{\text{eff}} \right)^{5/2} b.$$





$$H_{T, \text{opt}} / \eta = \frac{2}{5} H_{\text{eff}}$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 4



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 4

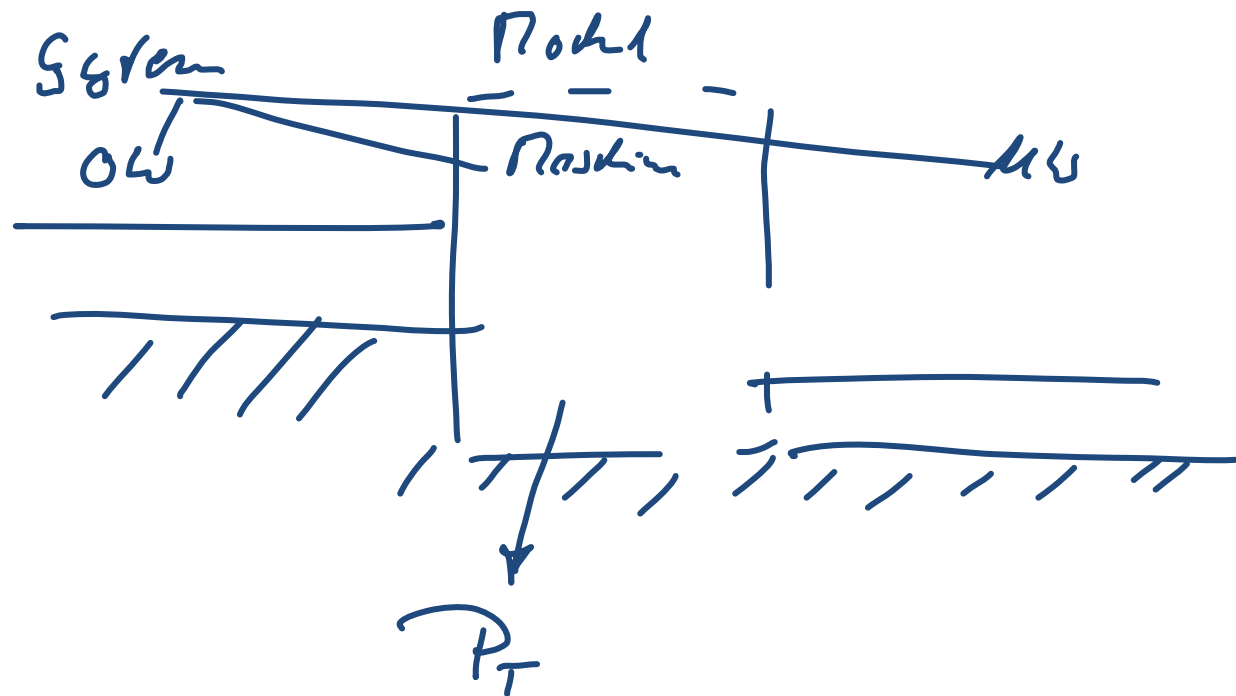
Wirkungsgrad η ist eine Modulgröße.
Und beschreibt die Dissipation (durch Reibung)
in der Maschine ($\hat{=}$ Modul)

$$1 - \eta = \frac{P_V}{P_T}$$

Erntefaktor C_p (Coefficient of Performance)
ist eine Systemgröße



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 4



Coefficient of Performance, Ertragskoeffizient

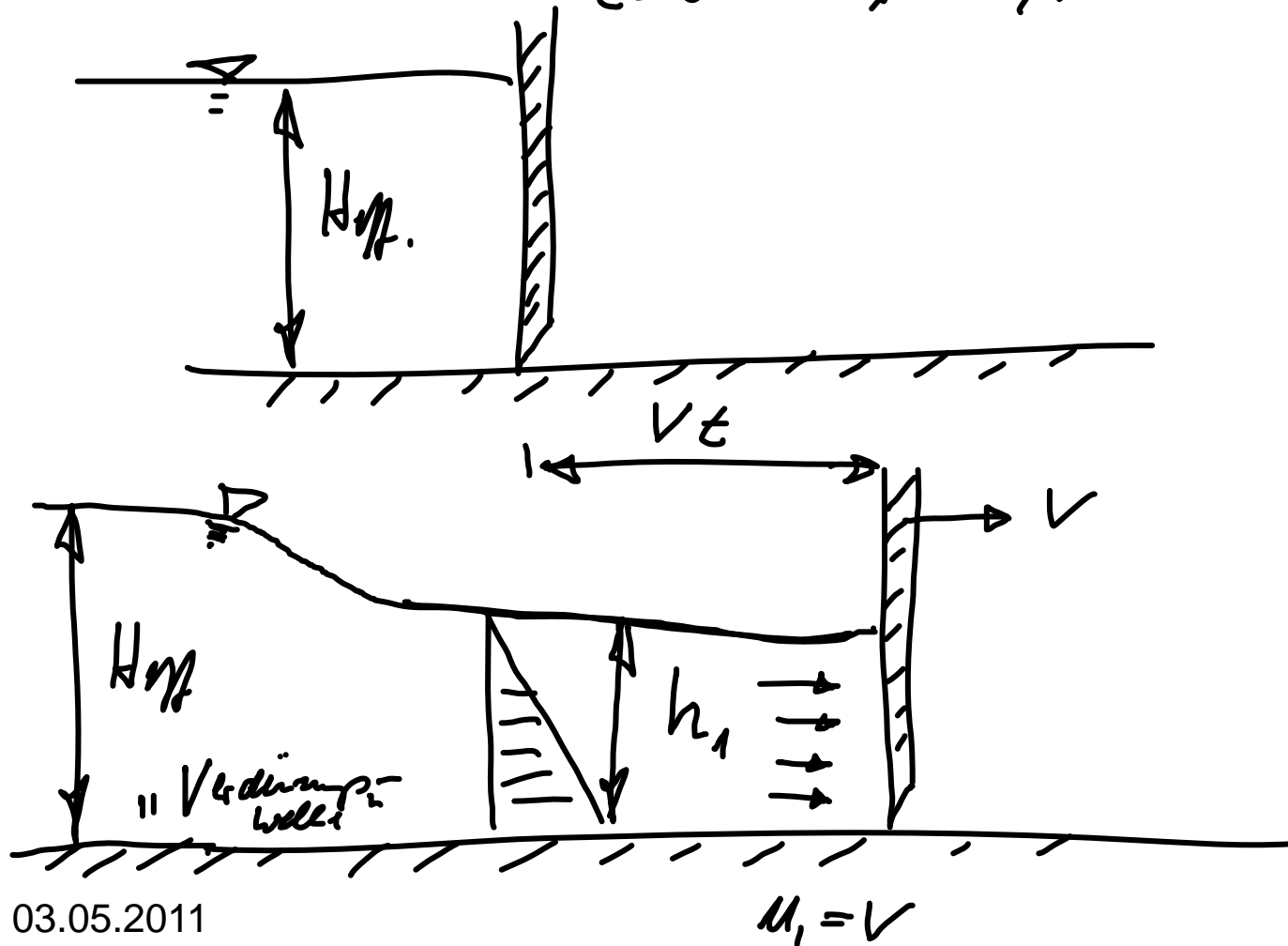
$$C_P := \frac{P_T}{P_{\text{avail}}}$$

Power verlässbar gegeben.



Gedankenexperiment

"Idee Newton" $\hat{=}$ Feldmit sensitiv.
 $t=0$ kein Unterwasser ☹



$$P_{T, h_2=0} = b \int_0^{h_1} \rho g y u_1 dy$$

$$= \frac{1}{2} \rho g h_1^2 u_1 b$$

mit $H_{\text{eff}} = E_1 = h_1 + \frac{u_1^2}{2g}$ und

die Frouden Zahl.

$$Fr_1 = \frac{u_1}{\sqrt{g h_1}}$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 4



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 4

$$P_{T, h_2=0} = \rho H_{eff}^{5/2} g^{3/2} \frac{2\sqrt{2} Fr_1}{(2 + Fr_1^2)^{5/2}} b$$

Frondsch Fall

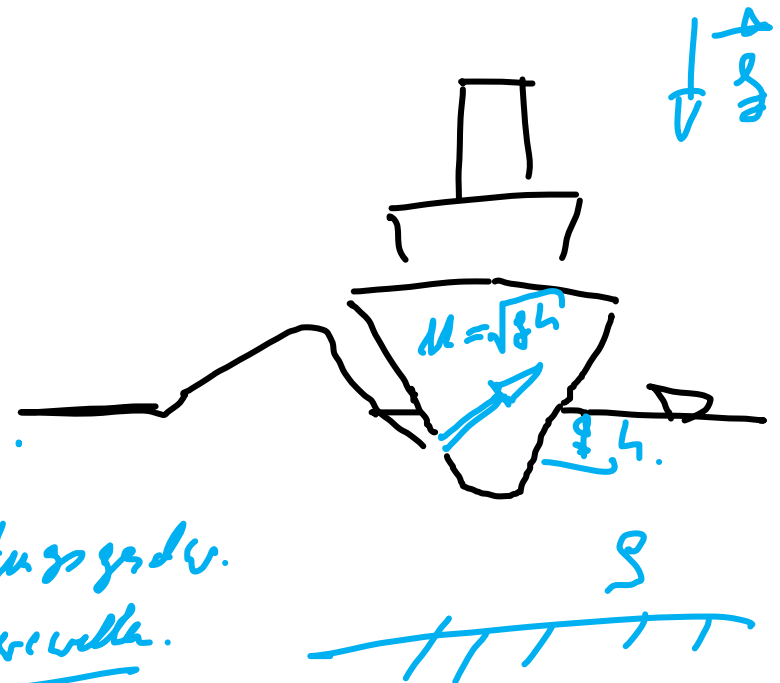
hyperbolische
Strecke.

$$Fr = \frac{u}{\sqrt{gh}}$$

$$\sqrt{gh}$$

$$Ma = \frac{u}{a}$$

Toricelli
Ausbreitungsgeschw.
von Schwerkraft.



F_{r2} ist einstellbar.

$$\frac{dP_{T, h_2=0}}{dF_{r2}} \stackrel{!}{=} 0$$

$$F_{r2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$P_{T, \max, h_2=0} := P_{\text{avail}}$$

$$P_{\text{avail}} = P_{T, h_2=0} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 2 \left(\frac{5}{2} \right)^{2/3} \cdot 9 \text{ Nm/s} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^{3/2}$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 4



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 4

$$C_P := \frac{P_T}{P_{\text{avail}}} = \approx \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} \right)^{5/2} \frac{g}{g_+} \left(1 - h_+ - \frac{1}{2} \frac{g_+^2}{L_+^2} \right)^2$$

$$g_+ := \frac{g_2}{g^{\frac{1}{2}} H_{\text{eff}}^{\frac{3}{2}}}$$

$$L_+ := \frac{L_2}{H_{\text{eff}}}$$

$$C_{P_{\text{max}}} = \frac{1}{2} \approx$$

Optimierung

Skalierungseffekt