

Korrektur letzte Vorlesung

Aufwertverfahren

$$1 - \eta := \frac{P_V}{P_A}$$

$P_V$  Verlustleistung

$P_A$  zugeführte Leist.



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 22



totales Differential

$$-d\eta = \frac{dP_v}{P_f} - \frac{P_v}{P_f} \frac{dP_f}{P_f}$$

$$1 - \eta := \frac{P_v}{P_f} \quad \leadsto \quad P_f = \frac{P_v}{1 - \eta}$$

$$-d\eta = (1 - \eta) \frac{dP_v}{P_v} - (1 - \eta)^2 \frac{dP_f}{P_v}$$

exakt

$$\eta = 80\% \quad \leadsto \quad 1 - \eta = 0.2 \\ (1 - \eta)^2 = 0.04$$

$$-d\eta = (1-\eta) \frac{dP_v}{P_v} + \sigma (1-\eta)^2$$

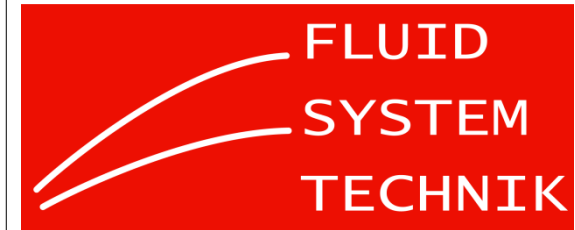
Vernachlässigen des Terms  $(1-\eta)^2$

$$-d\eta \approx (1-\eta) \frac{dP_v}{P_v}$$

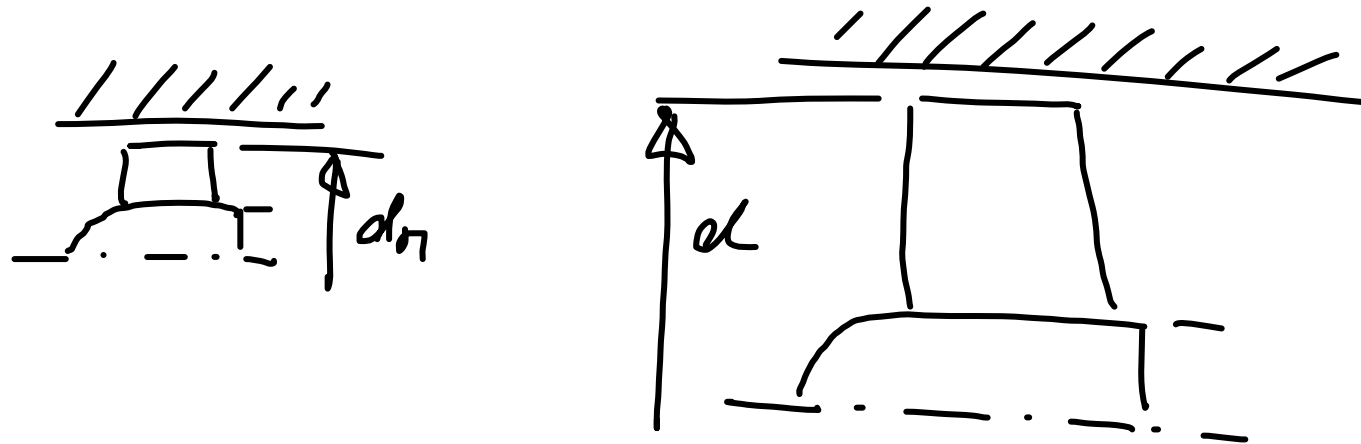
logarithmische Änderung



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 22



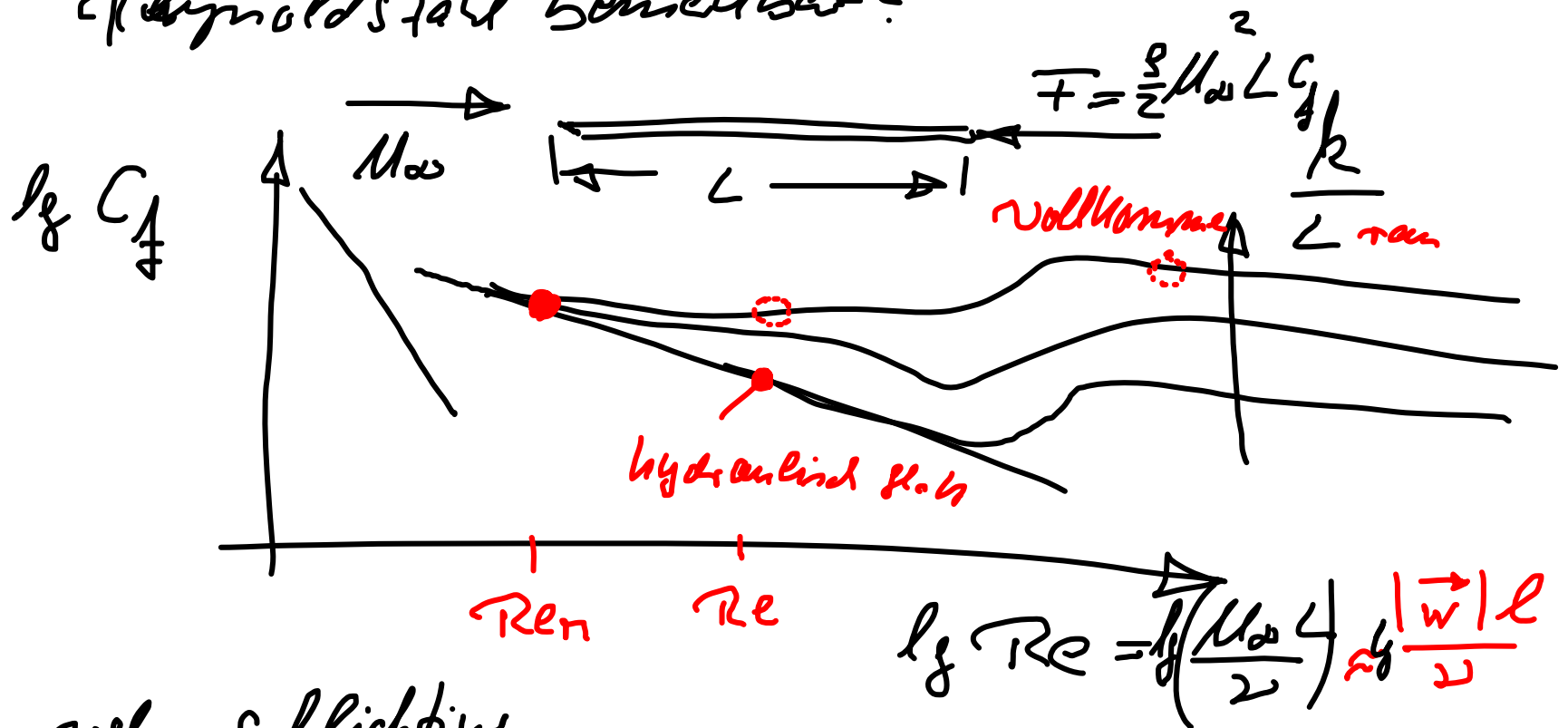
$$\mathcal{K} := \frac{d_m}{d}$$

Unvollständig: Ähnlichkeit in der Reynoldszahl

$$Re_m = \mathcal{K} Re$$

$$\eta_m(\varphi, Re_m, \frac{k_m}{d_m}, \dots) \leq \eta(\varphi, Re, \frac{k}{d}, \dots) \quad 234$$

Wie macht sich ein Verlust aus (Gewinn o. ...)  
 Wiskusstoff durch Änderung der  
 Reynoldszahl beschreibbar?

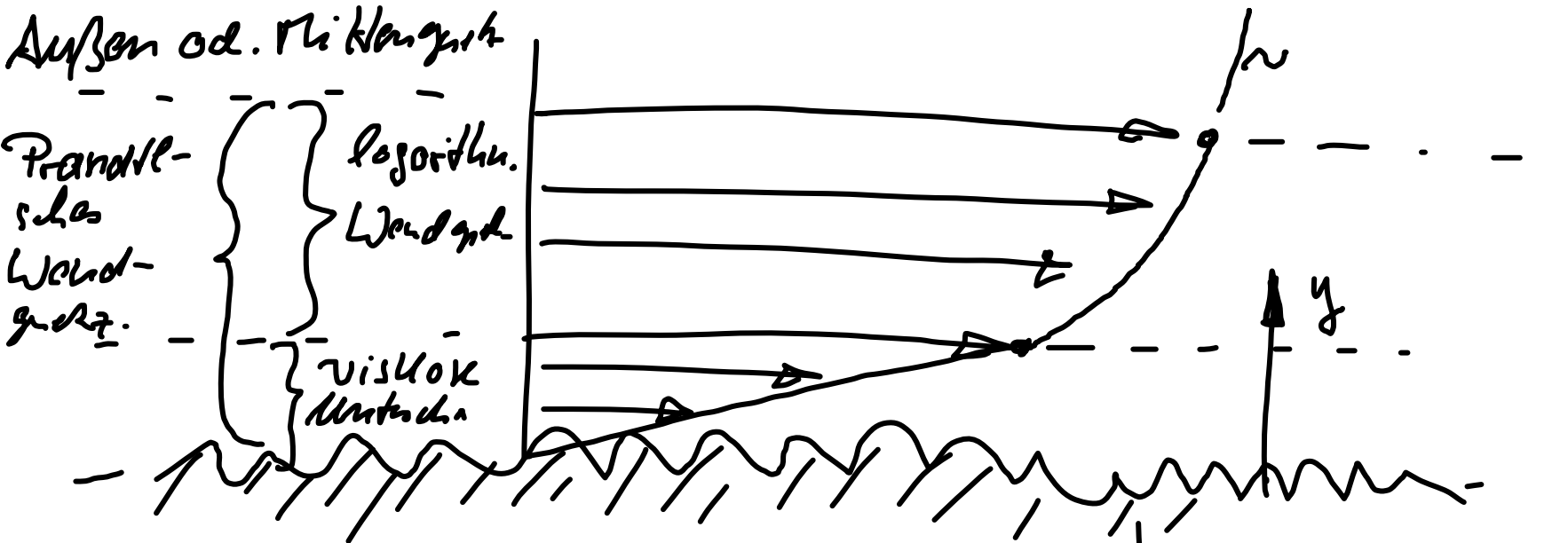


vgl. Schlichting  
 Grenzschichttheorie  
 Springer Verlag.

vgl. Boundary Layer Theorie  
 Springer-Verlag.



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
 Sommersemester 2011  
 Grundlagen der Turbo-  
 maschinen und Fluidsysteme  
 Vorlesung 22



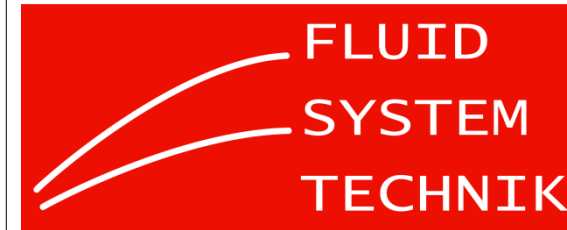
hydraulisch glatt

vollkommen rauh.

viskose Unterschicht  
verschwindet vollkommen  
im Bereich Rauheit.



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 22

typische Gänge im Bereich des  
Frenkelschen Wandgesetzes ist die sogenannte  
viskose Gänge

$$f_w = f_w(\tau_w, \rho, \nu)$$

$$f_w = \frac{\nu}{u_*}$$

mit der sogenannten Schubspannungsgeschw.

$$u_* := \sqrt{\tau_w / \rho}$$





Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 22

① hydraulisch glatte Wand

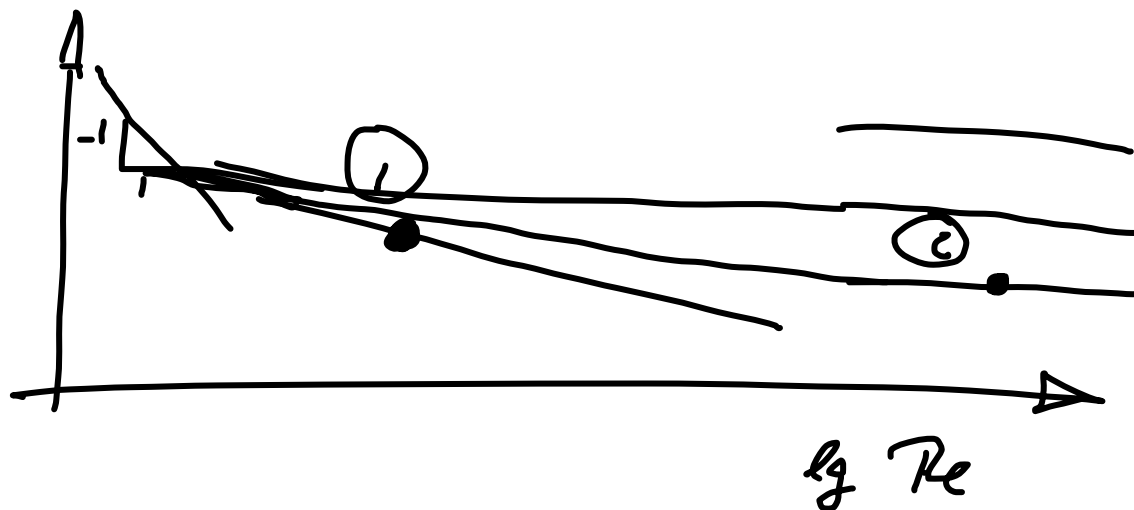
$$\delta_{\nu} \gg h$$

weitere Reduktion  
der Wandrauheit  
ist technisch  
nicht sinnvoll! ▽

② vollkommene rauhe Wand

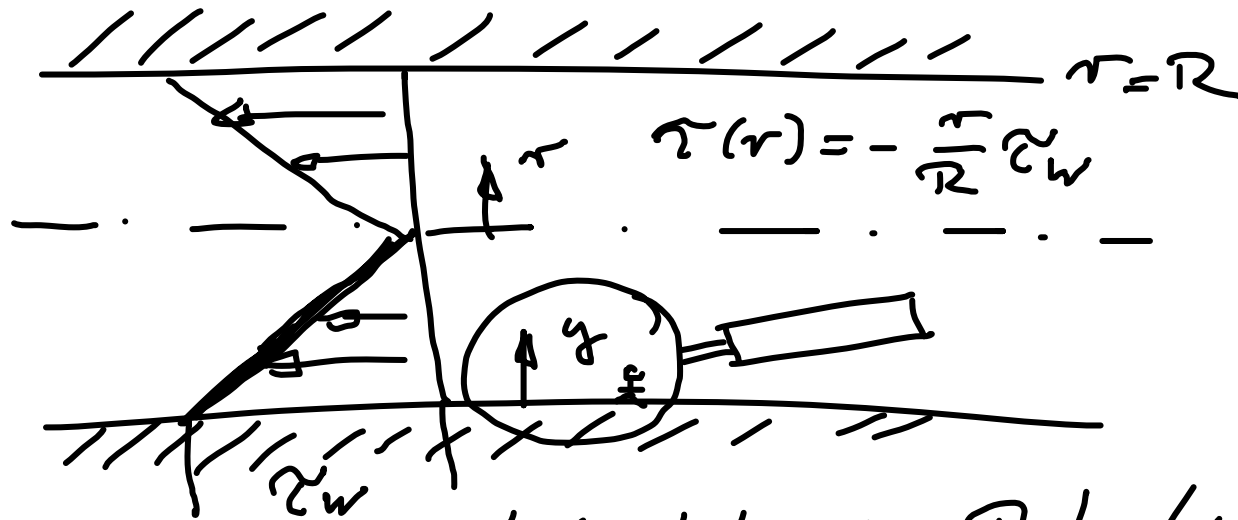
$$\delta_{\nu} \ll h$$

$\lg c_f$

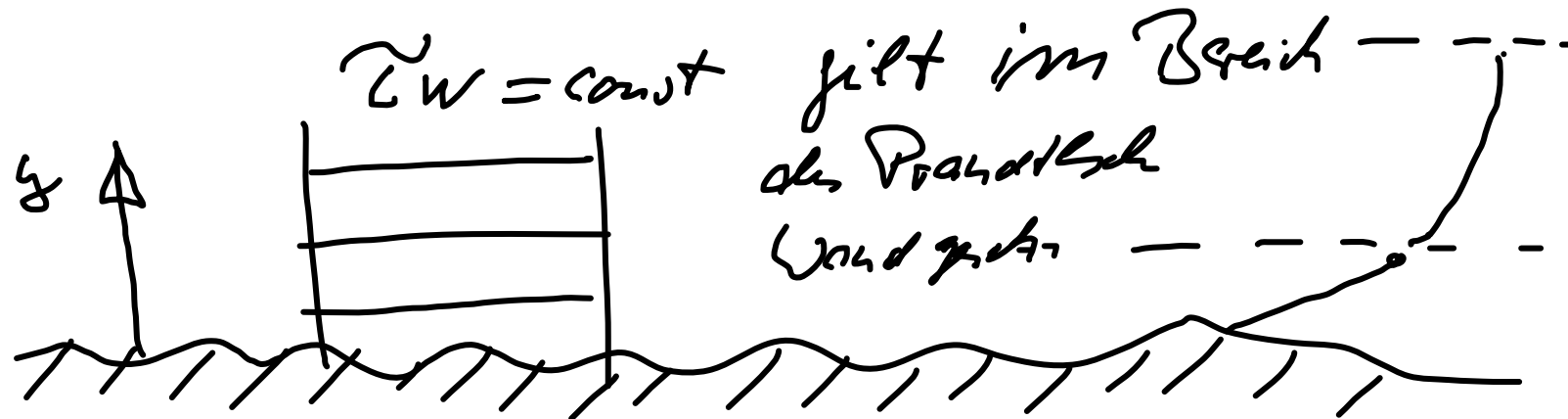




Was ist charakteristisch für das Poiseuille  
Wandgesetz?

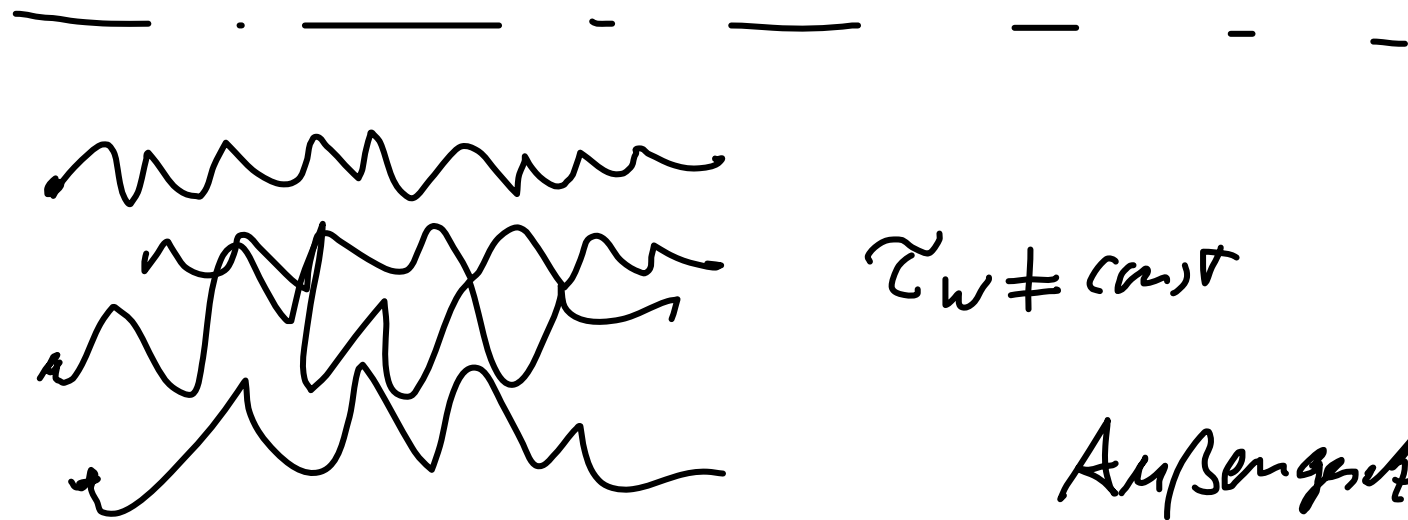


Im zeitlichen Mittel stationäre Rohrströmung.





Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 22



$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \underbrace{\overline{\vec{u}}(\vec{x})}_{\text{zeitl. Mittelwert}} + \underbrace{\vec{u}'(\vec{x}, t)}_{\text{stochastische Schwankungsgeschw.}}$$

$|\vec{u}'| \sim u_*$

Für eine Schichtströmung

$$\vec{u} = \underbrace{\bar{u}(y)}_{\text{}} \vec{e}_x + \underbrace{\vec{u}'(x, t)}_{\text{}}$$

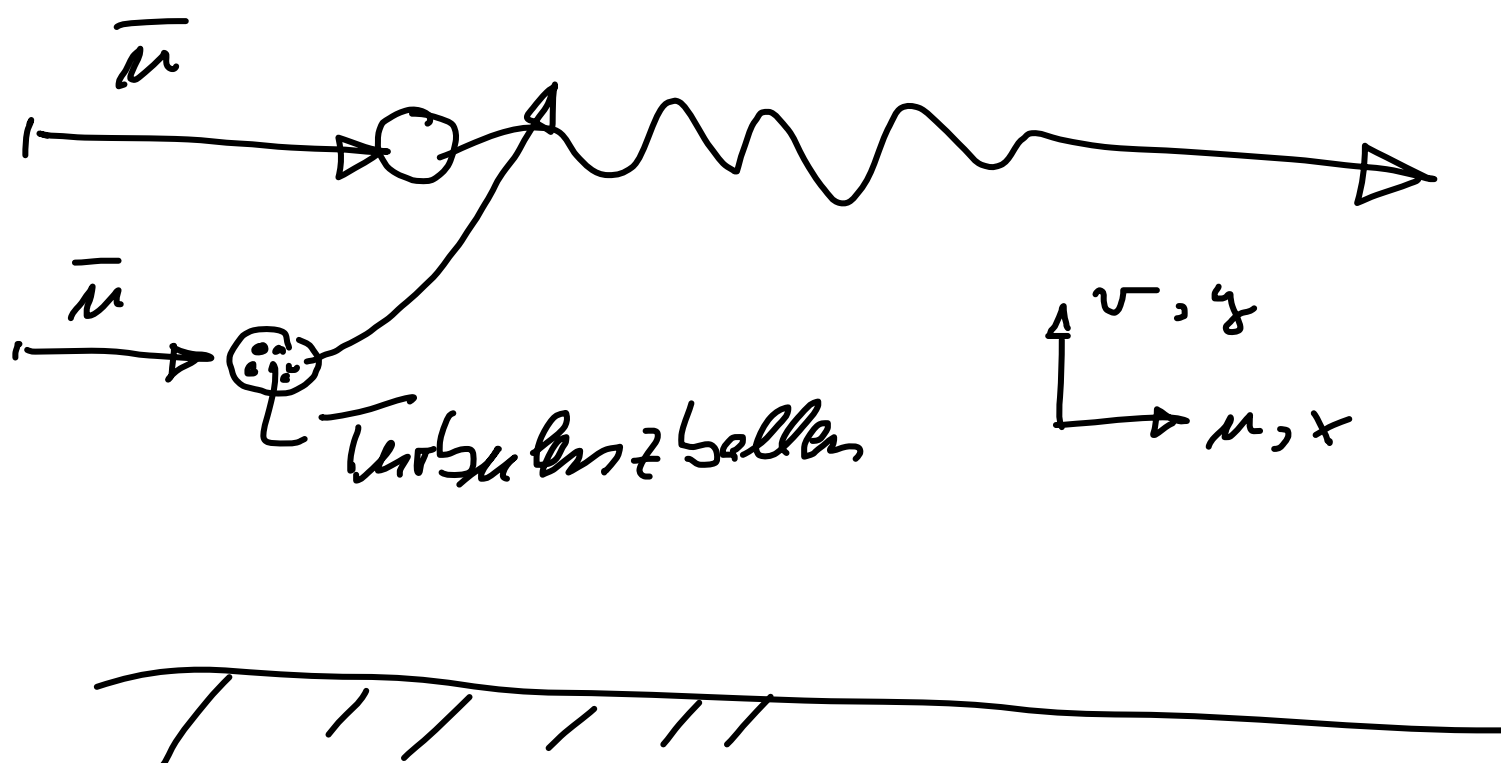
$\Downarrow$

Trogheitswirkungen.

$$\bar{V} = \int_A \bar{u}(y) A$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 22



Turbulente Scheinviskosität

$$\tau_t = -\rho \overline{u'v'} \quad \text{Reynoldssche Spannung.}$$



$$\tau = \tau_t + \tau_v$$

$\tau = \tau_{xy} = \tau_{yx}$  bei einer Schichtaustr. .

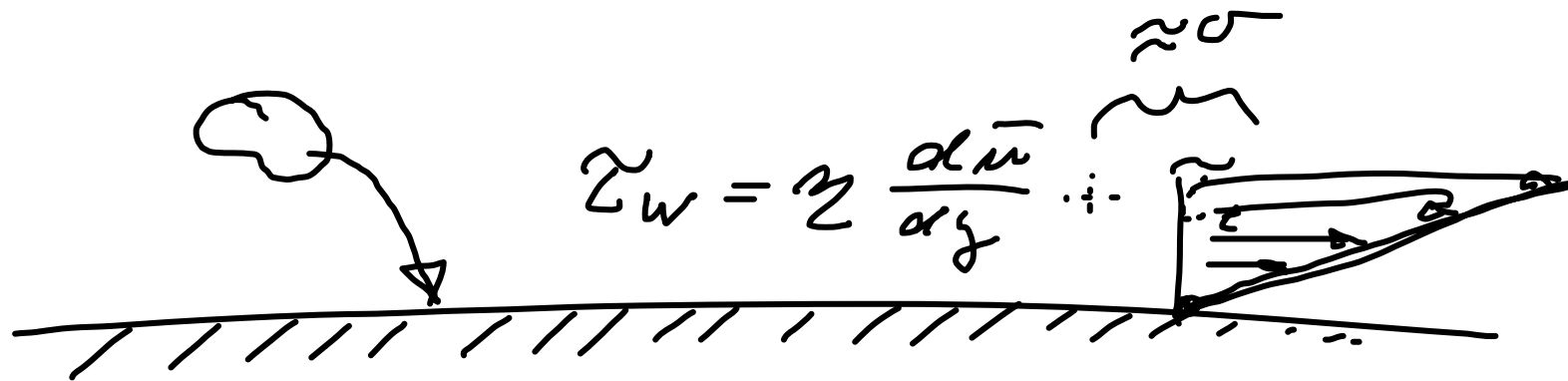
$$\tau_t = -\rho \overline{u'v'} \quad \text{Reynoldsch Spannung}$$

$$\tau_v = \mu \frac{d\bar{u}}{dy} \quad \text{viskose Spannung}$$

---

$$\frac{dy}{dx} \leq 30 \quad \tau = \tau_w = \text{const} \quad \text{Prandtl'sche  
Wandger. .}$$

Warum ist eine viskose Grenzschicht auf?



$$\tau_w = \mu \frac{d\bar{u}}{dy}$$

$v' \equiv 0$  an der Wand infolge kinematischer Randbedi.

↳  $\overline{u'v'} \equiv 0$  an der Wand.

↳  $\frac{\bar{\mu}}{\mu_*} = \gamma / \delta_2$  viskose Grenzschicht.



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 22

Geschwindigkeitsprofil außerhalb der viskosen Unterschicht:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{\delta\nu}\right) + B$$

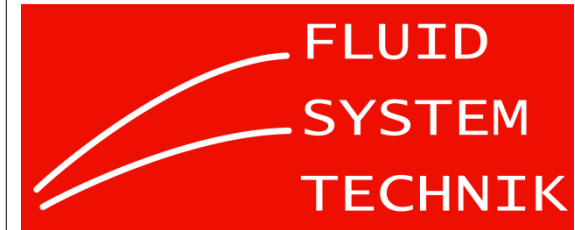
$\kappa$  von Karman'sche Konstante  $\kappa = 0.4$

$$B \approx 5$$

$\kappa, B$  sind universelle Konstante.



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 22

Aufhebung des viskosen Unterschieds

$$\zeta_w = \zeta_e + \underbrace{\zeta_v}_{\zeta_v \ll \zeta_e}$$

$$\frac{d\bar{m}}{dy} = f_4(\zeta_w, \gamma, \rho)$$

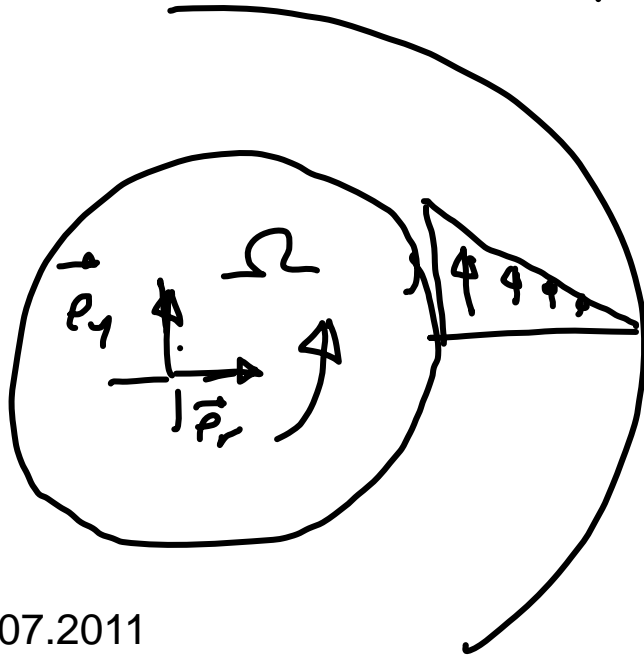
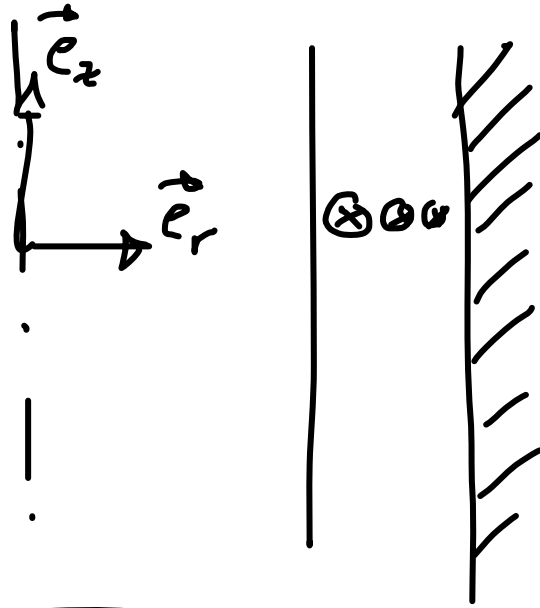
↳ vgl. Spure Dimensionen  
sehr kleine Ablicht, um Vorzeichen.



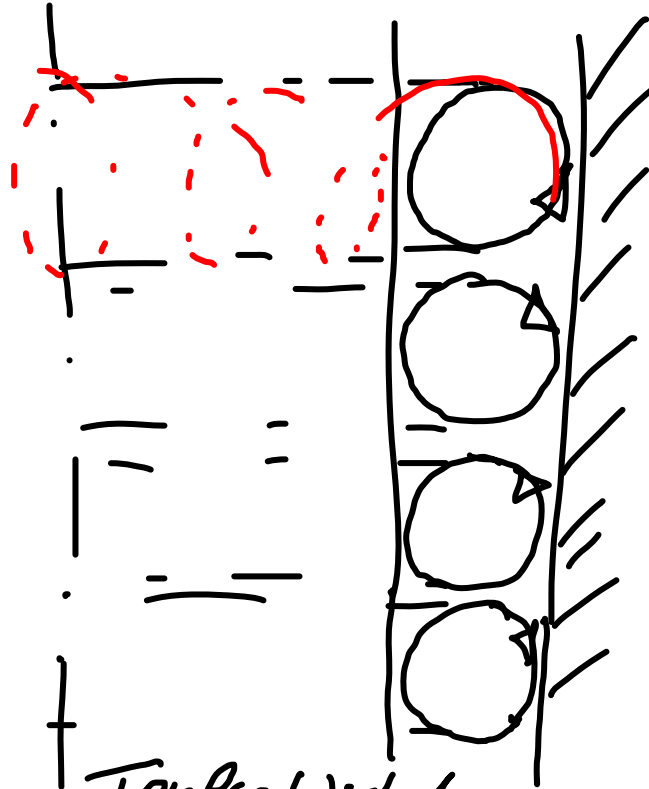
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 22



$$\Omega < \Omega_c$$



$$\Omega > \Omega_c$$



Taylor Wirbel.

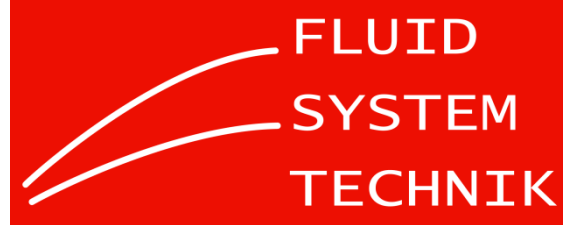
↳ Dissipative Struktur

↳ Nichtlinear, irreversible

Thermodynamik 1972 Prigogine



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

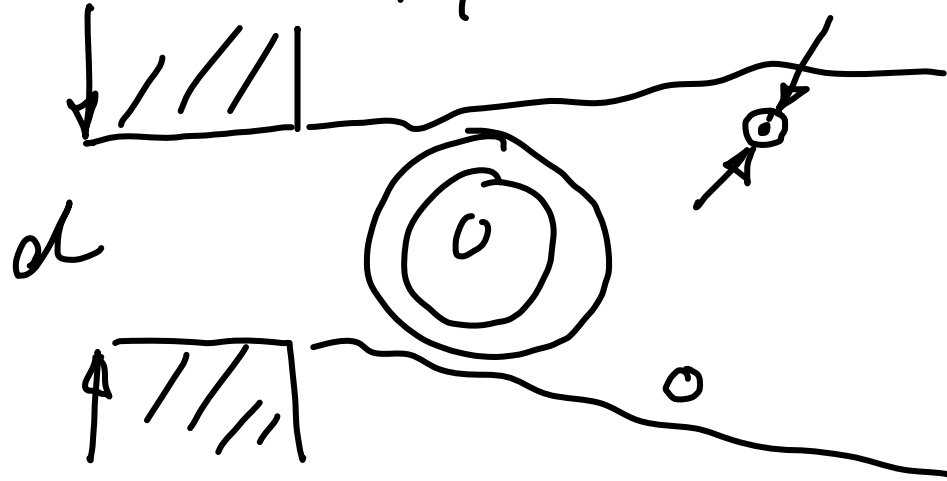


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 22

Turbulente Strömung wird durch ~~Wirbel~~  
geprägt.

↳ Wirbeltransportgleichung

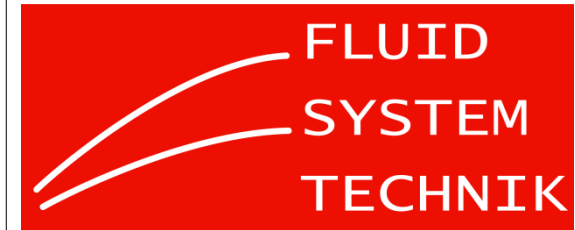
↳ Größte Wirbel sind von der  
Größenordnung der relevanten technischen  
Abmessungen.



Kleinste Wirbel werden durch die  
Kolmogorovs Skala bestimmt



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

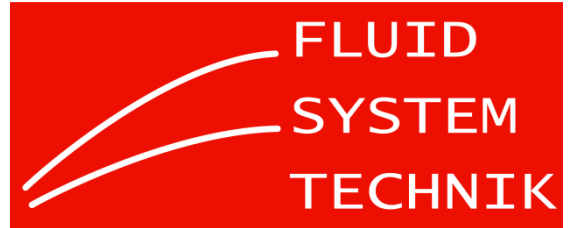


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 22

$$\frac{1}{k} = f(\nu, \varepsilon, \dots)$$



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 22



$$\eta = \eta \left( \varphi, \underbrace{Re, \frac{k}{\alpha}}_{c_f}, \frac{f}{\alpha}, \dots \right)$$

$$c_f \left( Re, \frac{k}{\alpha} \right)$$

$$\eta = \eta \left( \varphi, \underbrace{c_f}_{\text{Anker}}, \frac{f}{\alpha}, \dots \right)$$

Aufwertflügel

$$-d\eta = (1-\eta) \frac{dP_L}{P_L} \stackrel{\text{nur Änderung in } c_f}{=} (1-\eta) \frac{dc_f}{c_f}$$

$d \rightarrow \Delta$

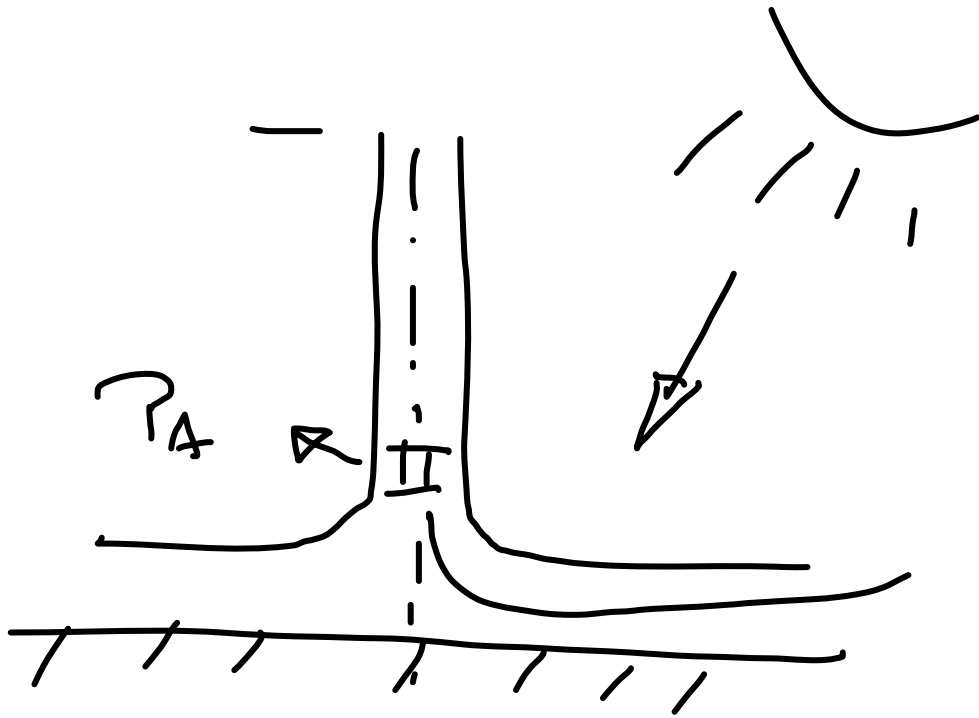
$$-\Delta \eta = (1 - \eta) \frac{\Delta c_f}{c_f}$$

$$\frac{\eta - \eta_n}{1 - \eta_n} = \frac{c_{fn} - c_f}{c_{fn}}$$

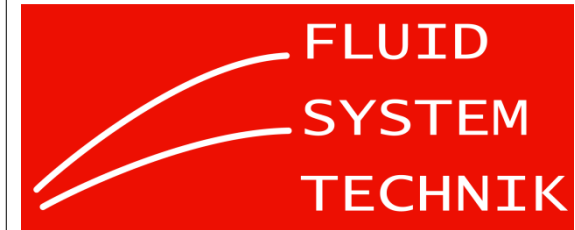


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 22

$$\frac{Dh}{Dt} + \frac{DE}{Dt} = P + \dot{Q}$$



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 22