## VRÜ 19.04.2011 — Organisatorisches

Es geht los!
sobald alle sitzen
und ruhig sind.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Strömungslehre für Mechatroniker
Vorrechenübung 1

Sprechstunden

thomas.bedarff@fst.tu ...

Klausur : 26.07.2011 $8^{00}$ – $10^{00}$

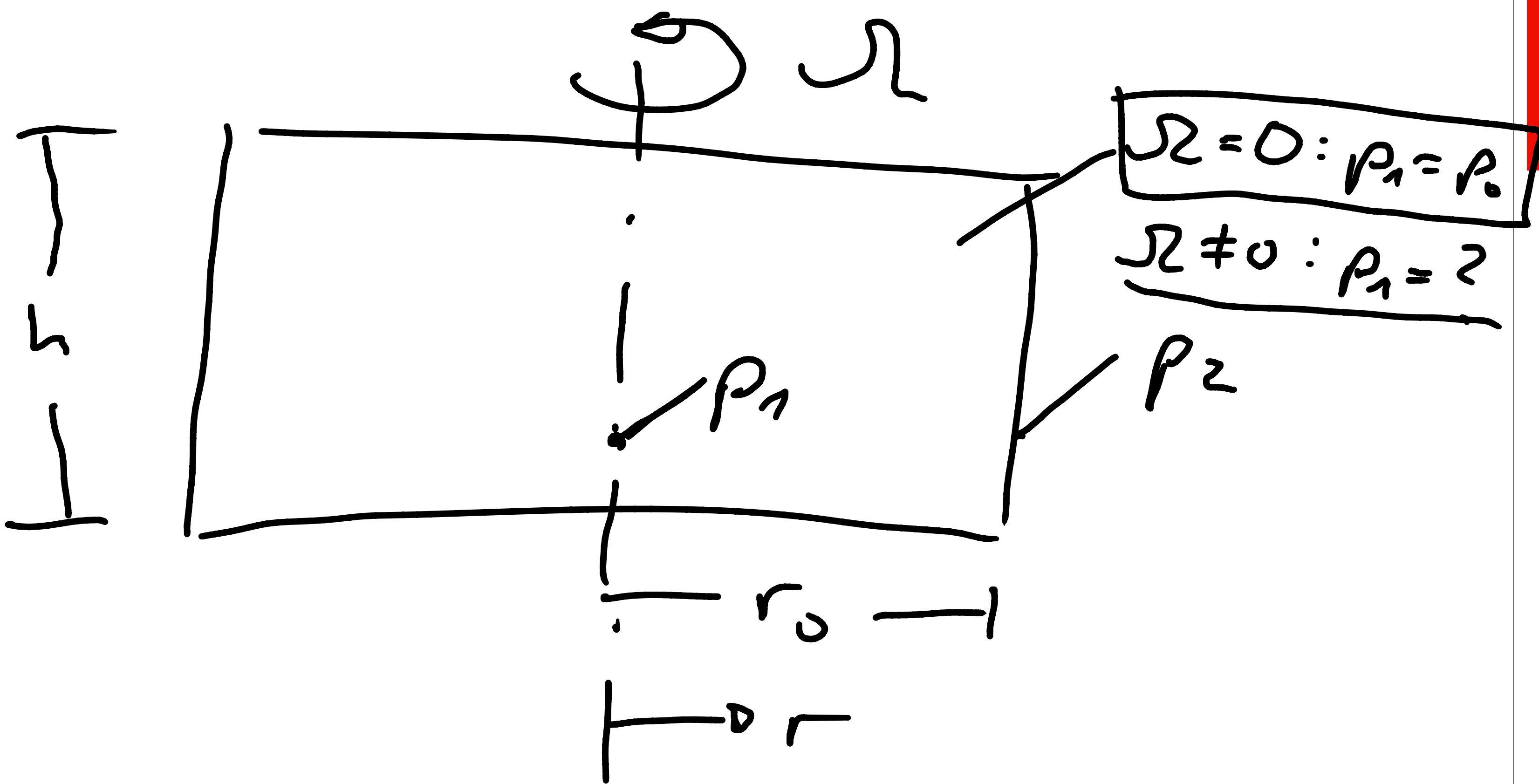
Einsicht : 08.08.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Strömungslehre für Mechatroniker
Vorrechenübung 1

# Gaszentrifuge




1) $p(r) = ?$

$m_{gas} = const$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

$$\nabla p = \vec{f} \quad (1) \qquad \vec{f} = -\nabla \psi \quad (2)$$

Zylinderkoordinaten

$$\nabla \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}\vec{e}_\varphi + \frac{\partial \Phi}{\partial z}\vec{e}_z \quad (3)$$

$$1..3 \Rightarrow \quad \nabla p = -\nabla \psi$$

$$\underbrace{\frac{\partial p}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \varphi}\vec{e}_\varphi + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{e}_z}_{\nabla p} = \underbrace{-\left(\frac{\partial \psi}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \varphi}\vec{e}_\varphi + \ldots + \frac{\partial \psi}{\partial z}\vec{e}_z\right)}_{-\nabla \psi}$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2011

Strömungslehre für Mechatroniker

Vorrechenübung 1

$$\vec{F} \cdot \vec{e}_x = F_x$$

$$\nabla p \cdot \vec{e}_r$$

Skalare Multiplikation mit $\vec{e}_r$:

$$\vec{e}_r \cdot \vec{e}_r = 1 \qquad \vec{e}_\varphi \cdot \vec{e}_r = 0$$

$$\vec{e}_z \cdot e_r = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dr} = -\frac{d\psi}{dr} \qquad \psi = -\frac{\varrho}{2}(\Omega^2 r^2)$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dr} = \varrho(p)\,\Omega^2 r$$





TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Strömungslehre für Mechatroniker
Vorrechenübung 1

ideale Gasgleichung:

$$\rho(p) = \frac{p}{RT}$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dr} = \frac{p\Omega^2 r}{RT}$$ Taw

$$\Rightarrow \int \frac{dp}{p} = \int \frac{\Omega^2 r}{RT}\, dr$$

$$\Rightarrow \ln(p) = \frac{\Omega^2}{RT}\frac{1}{2} r^2 + C_1 \quad \Big| \; e^{(\,)}$$



$$p(r) = e^{\frac{\Omega^2 r^2}{2RT} + C_1}$$

$$= C\, e^{\frac{\Omega^2 r^2}{2RT}}$$

RB: $p(r=0) = p_1$

$$\Rightarrow \boxed{p(r) = p_1 e^{\frac{\Omega^2 r^2}{2RT}}}$$

?

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

a) $\Omega = 0 : \quad p_1 = p_0$

b) $\Omega \neq 0 : \quad p_1 \overset{?}{=} \qquad p_1 \neq p_0$

Z a) $\longrightarrow$ Z b)

$$m = \text{konst} = m_a = m_b$$

$$\int_V \rho_a \, dV = \int_V \rho_b \, dV \qquad dV = r \, dr \, d\varphi \, dz$$

Gasgl $\quad \rho_a = \dfrac{p_0}{RT} \qquad \rho_b = \dfrac{p(r)}{RT}$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Strömungslehre für Mechatroniker
Vorrechenübung 1

mit $dV = r\,d\varphi\,dy\,dz$ und

$$\rho_a = \frac{p_0}{RT} \quad ; \quad \rho_b = \frac{p(r)}{RT}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\int_0^{h}\int_0^{2\pi}\int_0^{r} \frac{p_0}{RT}\, r\,d\varphi\,dy\,dz}_{m_a} =$$

$\rightarrow p(r) = p_1 \ldots.$

$$= \underbrace{\int_0^{h}\int_0^{2\pi}\int_0^{r} \frac{p(r)}{RT}\, r\,dr\,dy\,dz}_{m_b}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Strömungslehre für Mechatroniker
Vorrechenübung 1

$$= p_0 \frac{h \pi r_0^2}{RT} - p_1 \frac{h 2\pi}{RT} \int_0^{r_0} r\, e^{\frac{\Omega^2 r^2}{2RT}}\, dr$$

$$= p_1 \frac{h 2\pi}{RT} \left( e^{\frac{\Omega^2 r_0^2}{2RT}} - 1 \right) \frac{RT}{\Omega^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{p_1 = p_0 \frac{\Omega^2 r_0^2}{2RT} \left( e^{\frac{\Omega^2 r_0^2}{2RT}} - 1 \right)^{-1}}$$