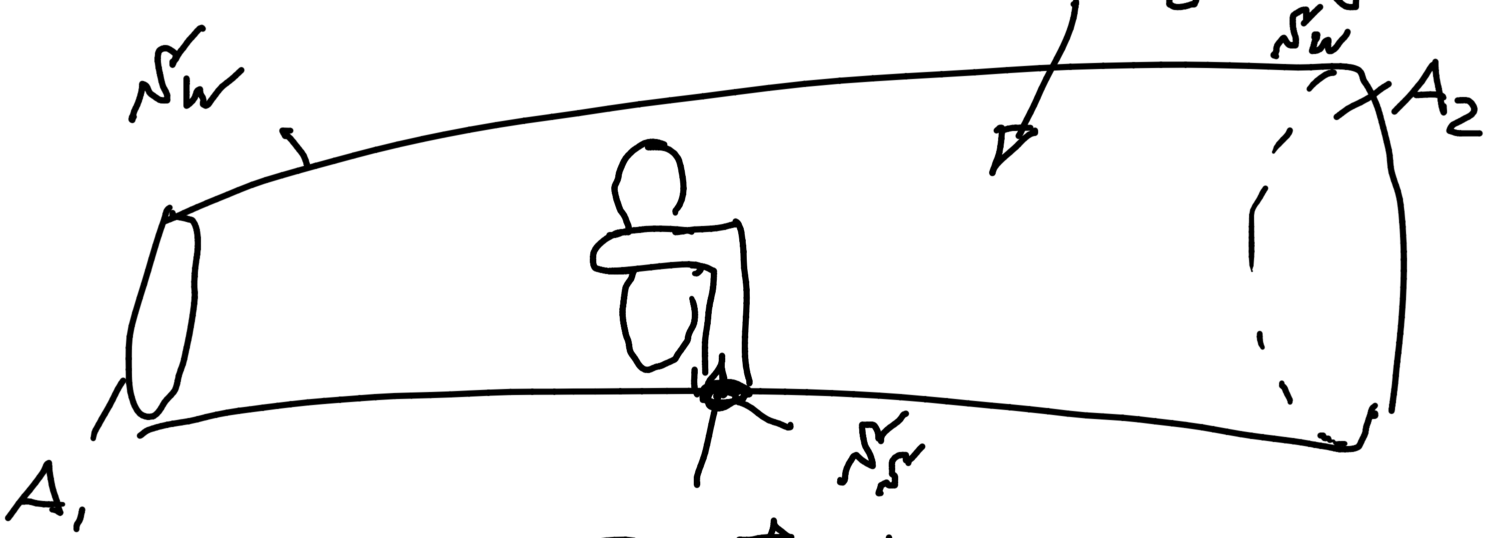
1. Hauptsatz für eine Stromröhre und Definition der Wirkungsgrade.

$$\dot{Q} = -\int \vec{q} \cdot \vec{n} \, dS$$



$$\vec{k} = \vec{g} = -g \vec{e}_z$$

$\vec{e}_z$

$$P_S = \vec{M} \cdot \vec{\Omega}$$

$$(P_S = \vec{F} \cdot \vec{u})$$

$\vec{k}$ Massenkraft

$\vec{g}$ Massenkraft der Schwere.

$$S = A_1 + A_2 + S_W + S_S$$

$$\frac{DU}{Dt} + \frac{DE}{Dt} = P + \dot{Q}$$

Reynoldsche Transporttheorem

$$\frac{D}{Dt}\int_{V(t)} \phi \, dV = \frac{\partial}{\partial t}\int_{V} \phi \, dV + \oint_{S} \phi \, \vec{c}\cdot\vec{n}\, dS$$

materielles Volumen

Kontrollvolumen.

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\left(\frac{c^2}{2} + e\right) dV + \oint \rho\left(\frac{c^2}{2} + e\right)\vec{c}\cdot\vec{n}\, dS = \oint \vec{t}\cdot\vec{c}\, dS + \int_V \rho\vec{k}\cdot\vec{c}\, dV + \dot{Q}$$

$$S = A_1 + A_2 + S_W + S_{Sp}$$

$$S = S_{Sp} + \dots$$

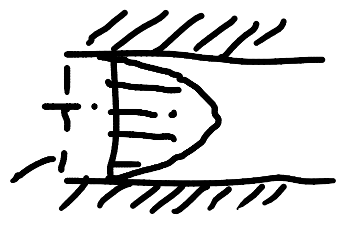
$$P_{Sp} = \int_{S_{Sp}} \vec{t}\cdot\vec{c}\, dS$$

Annahme: Der Wirkungsgrad ist nur für Strömungen in Turbinen, die im zeitlichen Mittel stationär sind

$$\overline{\int \frac{\partial}{\partial t}\phi \, dV} = 0 \qquad \overline{\phi} := \frac{1}{T}\int_0^T \phi \, dt.$$

$$\int_{A_1+A_2} \rho\left(\frac{c^2}{2}+e\right)\vec{c}\cdot\vec{n}\, dS = P_S + \int_{A_1+A_2} -p\vec{n}\cdot\vec{c}\, dS + \int_V \rho\vec{k}\cdot\vec{c}\, dV + \dot{Q}$$

Annahme: Ausgeglichene Strömung an Ein- und Austrittsfläche, d.h. $\vec{t}\cdot\vec{c} = -p\vec{n}\cdot\vec{c}$



A_1

$$\int_{A_1+A_2} \rho \left(\underbrace{\frac{p}{\rho}+e}_{h}+\frac{c^2}{2}\right)\vec{c}\cdot\vec{n}\, dS = P_S + \dot{Q} + \int_V \rho \vec{k}\cdot\vec{c}\, dV$$

$$\frac{p}{\rho}+e := h$$ Enthalpie

Zur Leistung der Volumenkräfte $\rho\vec{k}$

Wichtigste Massenkraft ist die der Schwere $\vec{g} = -g\,\vec{e}_z$

$$\nabla\times\vec{g} = 0 \rightsquigarrow \vec{g} = \vec{k} = -\nabla\Psi$$

Ψ ist das Potential der Massenkraft.

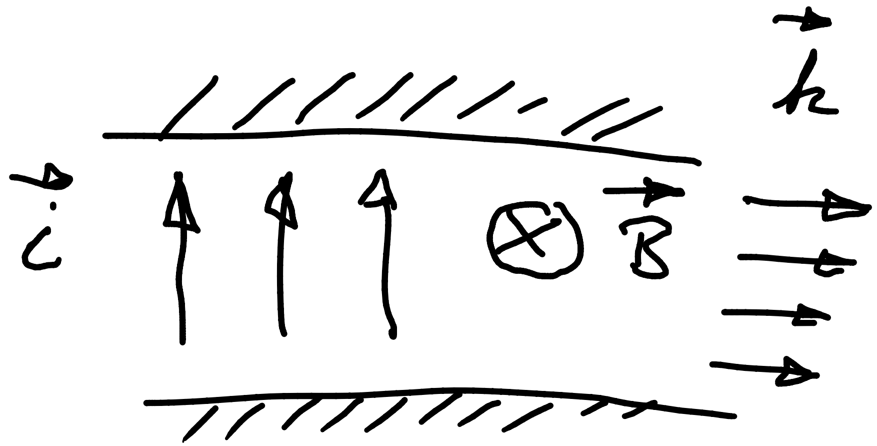
Zentrifugalkraft $\cancel{\vec{k} = r\Omega^2}$

$$\Psi = -r^2\Omega^2\frac{1}{2}$$

$$\nabla\Psi = r\Omega^2\vec{e}_r = \vec{k}$$

Corioliskraft hat kein Potential!

Lorentzkraft $\vec{k} = \vec{i}\times\vec{B}$



$\vec{i}$ Stromdichtevektor

$\vec{B}$ magnetisches Feld.

$$\underbrace{\rho\frac{D\vec{v}}{Dt}}_{\overset{!}{=}0} = \nabla\cdot\underset{\sim}{T} + \rho\vec{k}$$

Elektromagnetische Pumpe.

Elektromagnetische Pumpen dienen zum Pumpen von flüssigen Metallen

⊕ keine bewegten Teile

⊕ keine Dichtung.

sehr robust.

$$0 = \frac{d}{dy}\tau + iB$$

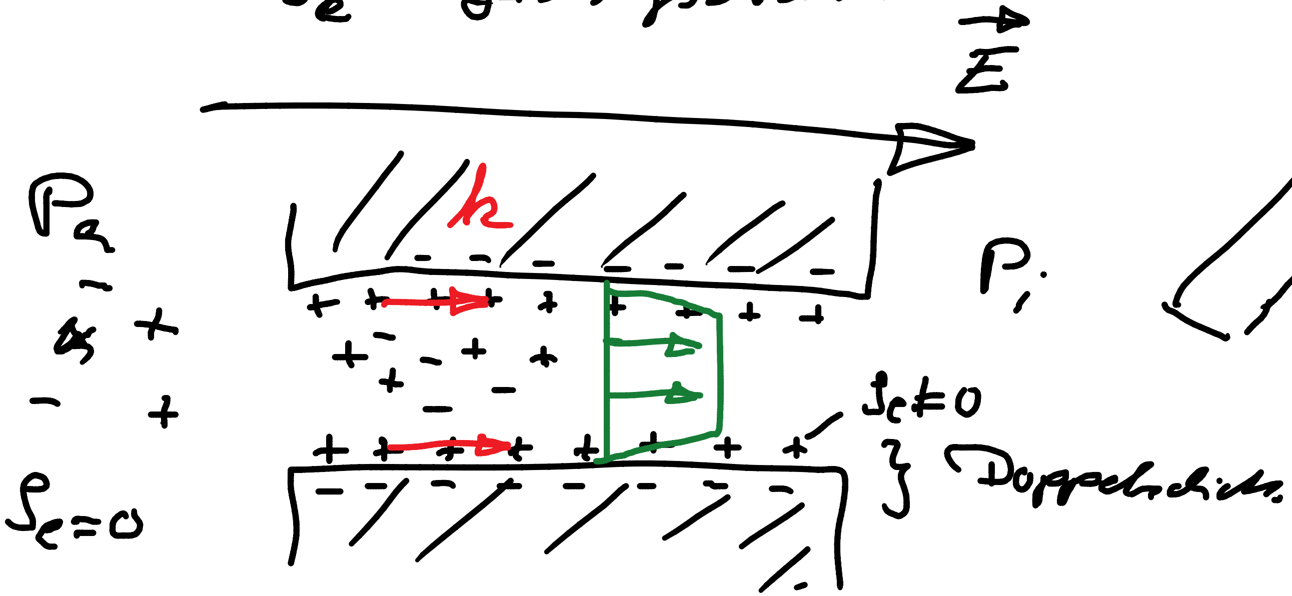
$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

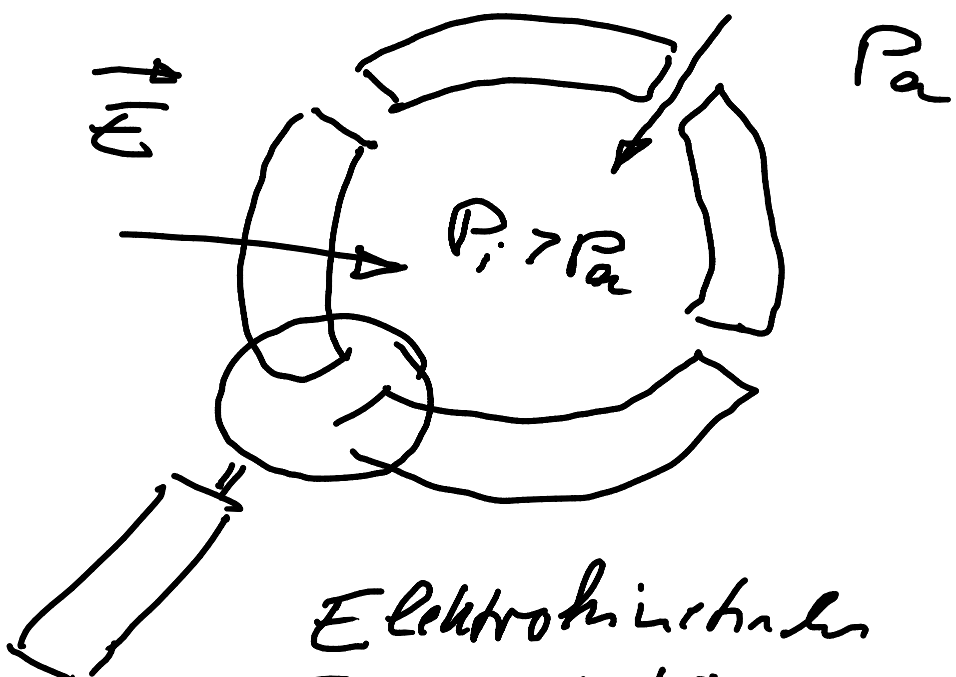
Coulombkraft

$$\vec{k} = \rho_e \vec{E}$$

$\vec{E}$ elektrische Feldstärke $\vec{E}$

ρ_e Ladungsdichte.





Elektrokinetische Transportphänomene

Elektroosmotische Strö.

Literaturempfehlung:

Probstein Physicochemical Hydrodynamics

Levich Physicochemical Hydrodynamics

Forschung an der TUD Prof. Hardt

Annahme: Die Massenkraft hat ein Potential $\vec{k} = -\nabla \Psi$

Leistung der Massenkraft

$$\int_V \rho \vec{k} \cdot \vec{c} \, dV = - \int_V \rho \nabla \Psi \cdot \vec{c} \, dV$$

Ziel: Aus dem Volumenintegral ein Oberflächenintegral.

Satz von Gauß $\int_V \nabla \cdot (\vec{\phi}) \, dV = \oint_S \vec{n} \cdot \vec{\phi} \, dS$.

$$\rho \nabla\psi \cdot \vec c = \nabla\cdot(\rho\psi\vec c) - \psi\,\underbrace{\nabla\cdot(\rho\vec c)}_{-\frac{\partial\rho}{\partial t}}$$

Test.:

$$= \rho\nabla\psi\cdot\vec c + \cancel{\psi\nabla\cdot(\rho\vec c)} - \cancel{\psi\nabla\cdot(\rho\vec c)} \quad \checkmark$$

Kontigleichg in differentieller Form

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\nabla\cdot\vec c = 0$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec c\cdot\nabla\rho + \rho\nabla\cdot\vec c = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\vec c) = 0$$

$$-\int_V \rho \nabla\psi\cdot\vec{c}\, dV = -\int_V \nabla\cdot\left(\rho\psi\vec{c}\right) dV + \int_V \psi \frac{\partial\rho}{\partial t}\, dV$$

$$= -\oint_S \rho\psi\vec{c}\cdot\vec{n}\, dS - 0$$ im zeitlich Mittel.

in den 1. H.S.

$$\int_{A_1+A_2} \rho\underbrace{\left(\frac{p}{\rho}+e+\frac{c^2}{2}+\psi\right)}_{h_t}\vec{c}\cdot\vec{n}\, dS = P_S + \dot{Q}$$

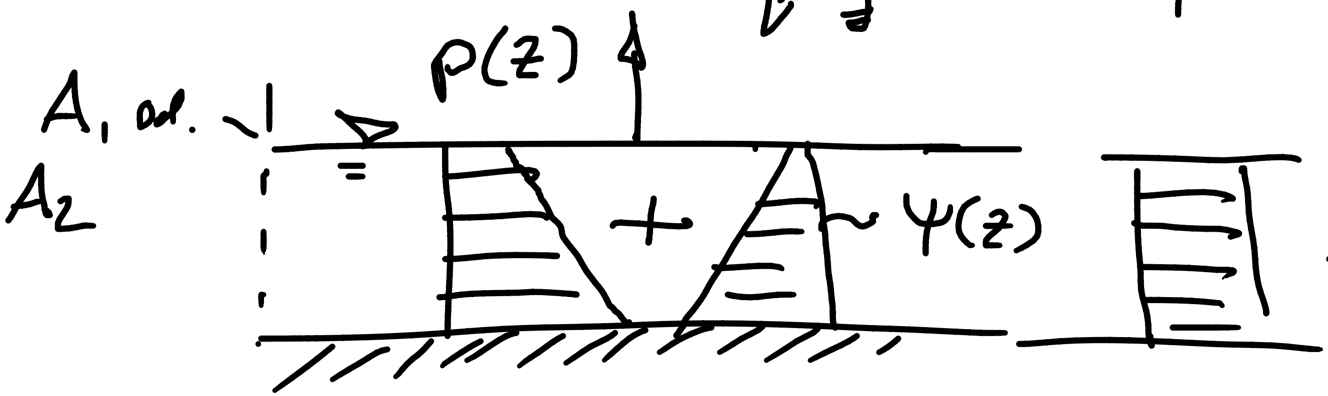
h_t Totalenthalpie

$h = \frac{p}{\rho}+e$ Enthalpie.

h_t ist häufig homogen über A_1 und A_2.

Spezialfall sind Strömungen mit freier Oberfläche.

$\downarrow \vec{g}$ $\quad \psi = g z$



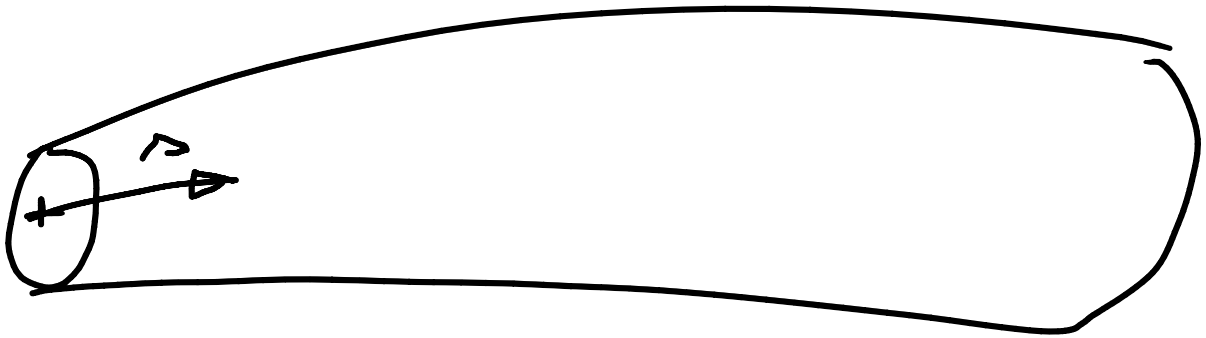
$\dfrac{p(z)}{\rho} + \psi(z)$ } Piezometrische Druck ist homog.

$$p(z) = p_0 - \rho g z$$

$$\int_{A_1+A_2} \rho\left(\frac{p}{\rho} + \psi + \frac{c^2}{2} + e\right) \vec{c}\cdot\vec{n}\, dS = \mp h_{t_{1,2}}\, \dot{m}_{1,2}$$

$$-\dot m_1 h_{t1} + \dot m_2 h_{t2} = P_S + \dot Q$$

Kontinuität für die Stromröhre.



$$\int_0^2 \frac{\partial}{\partial t}(\rho A)\, ds - \dot m_1 + \dot m_2 = 0$$

$\Leftrightarrow$ $\dot m_1 = \dot m_2 = \dot m$ für stationäre Strömung.

$$\boxed{h_{t2} - h_{t1} = \frac{P_{\delta} + \dot{Q}}{\dot{m}}}$$

Erster Hauptsatz für stationäre Fließprozesse.

Zum Wirkungsgrad ist definiert für adiabate Prozesse $\dot{Q} \equiv 0$.

$$h_{t2} - h_{t1} = w = \frac{P_{\delta}}{\dot{m}}$$ technische Arbeit.

Arbeitsmaschine $P_S = \vec{M} \cdot \vec{\Omega} > 0$

$w > 0$

$h_{t2} - h_{t1} > 0$

$Y = G_2 - G_1$

Von der Enthalpiedifferenz $h_{t2} - h_{t1} = \underbrace{\left(\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + \psi\right)_2}_{G_2} - \overbrace{\left(\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + \psi\right)_1}^{G_1} + \overbrace{e_2 - e_1}^{h_L}$

$$h_{t2} - h_{t1} = Y + h_L$$ für ein Arbeitsmaschine

$$Y = C_2 - C_1$$

C Bernoullische Konstante.

$$h_L = e_2 - e_1$$ Enthalpieverlust.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Fluidenergiemaschinen

Wirkungsgrad ist ein dimensionsloses Maß für die Enthalpieumwandlung.

$$w = h_{t2} - h_{t1} = c_2 - c_1 + h_v$$

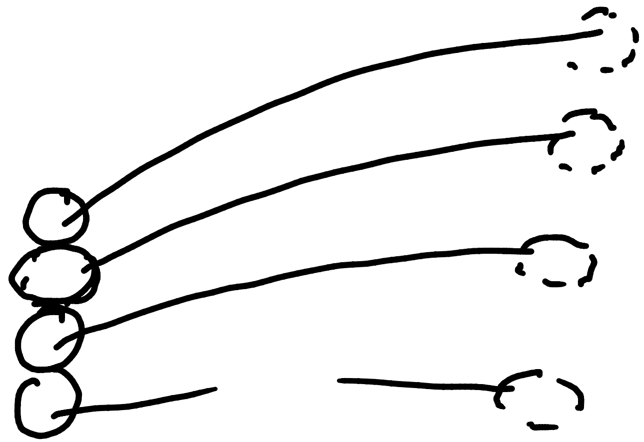
$$\eta w := c_2 - c_1 \leadsto \eta := \frac{c_2 - c_1}{w}$$

Ineffizienz $\varepsilon := 1 - \eta = \dfrac{h_v}{w}$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Fluidenergiemaschinen

Besonders Einfach für inkompressible Strm.

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0$$



$$\nabla\rho = 0$$

$$[\phi] := \phi_2 - \phi_1$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{\rho \equiv \text{const.}}}$$

$$P_{Sr} = \underbrace{\cancel{\rho} Q}_{\dot m} \left[\frac{p}{\cancel{\rho}} + \frac{c^2}{2} + \psi \right] + \cancel{\rho} Q \overset{\rho}{[e]}$$

$$P_{Sr} = Q\,[p_t] + Q\,[\rho e]$$

Totaldruck $p_t = \frac{\rho}{2}c^2 + p + \psi\rho$

$$\eta = 1$$

$$P_N = Q[p_t]$$

$$\eta < 1$$

$$\eta P_N = Q[p_t]$$

Arbeitsmaschin.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Fluidenergiemaschinen

Günstigste Methode den Wirkungsgrad zu messen ist eine Temperaturmessung.

$\rho \equiv const$ $\qquad$ $[e] = c\,[T]$

c spezifische Wärmekapazität.

$c_p = c_v = c$ sofern $\frac{D\rho}{Dt} = 0$.

$$\varepsilon = 1 - \eta = \frac{\rho c [T]}{[p_t]}$$