Beispiel für 1. Hauptsatz Druckspeicher od. Gasfeder

0-D Beispiel, d.h. Hydrostatik.

$f \ll f_r$, dann erfolgt die Zustandsänderung isotherm

$f \gg f_r$, dann erfolgt die Zustandsänderung isentrop

Bestimmen der systemtypischen Frequenz

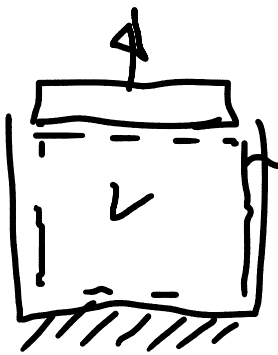
$$f_r = \frac{1}{\text{Relaxationszeit}} = \frac{1}{\text{Diffusionszeit d. Wärme}}$$

1.) Über Dimensionsanalyse

$h = c_p T$ $\qquad$ $\vec{q} = -\lambda \nabla T$

	f_r	$\rho V c_p$	λA
E			
L			
Θ			

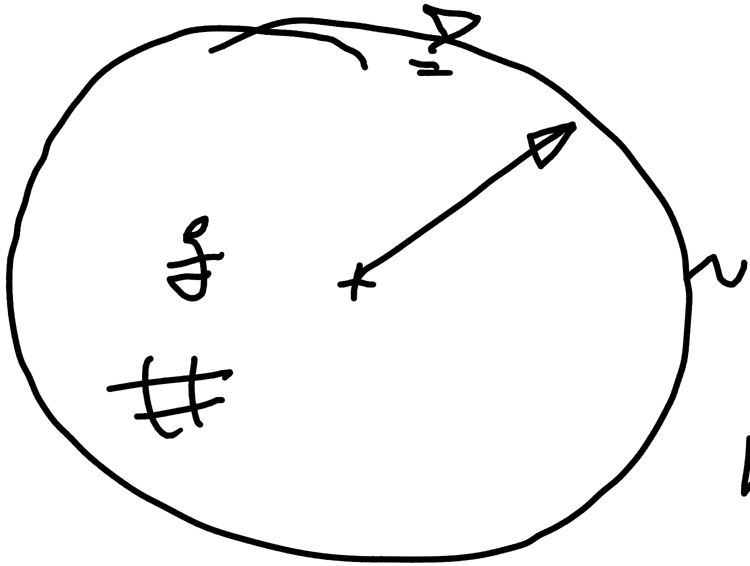
$$f_r = \text{const.} \frac{\lambda A}{\rho V c_p} = \text{const} \frac{1}{L}$$



$$\frac{A}{V} = \frac{\text{Oberfläche}}{\text{Volumen}}$$ spez. Oberfläche

ρ

ρ



$$A' = 4\pi R'^2$$

$$V' = \frac{4}{3}\pi R'^3$$

$$A = 4\pi R^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

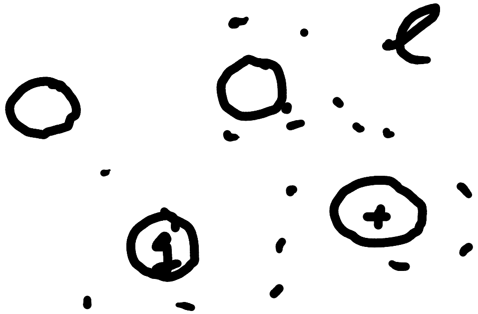
Spezifische Oberfläche

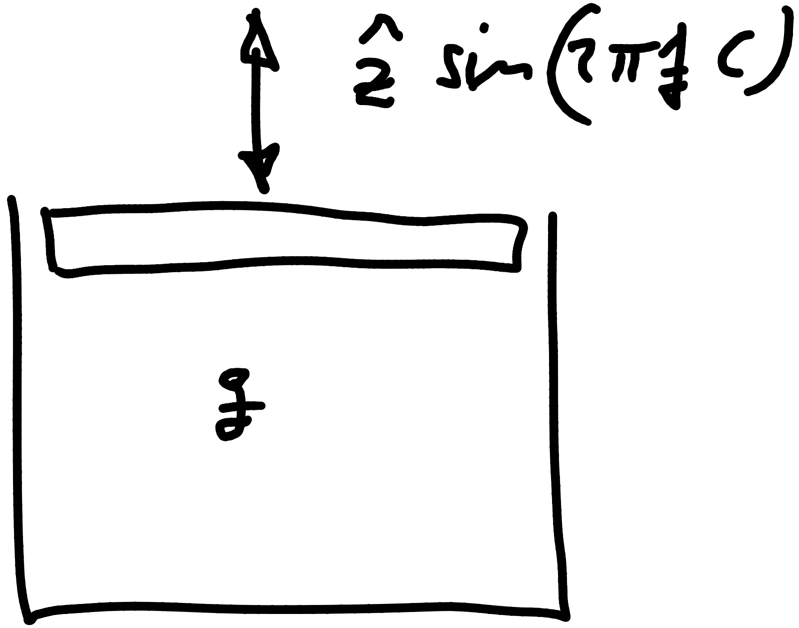
$$\left(\frac{A}{V}\right)' = 3\,\frac{1}{R'}$$

$$\frac{A}{V} = \frac{\cancel{4\pi} R^2}{\frac{\cancel{4}}{3}\cancel{\pi} R^3} = 3\,\frac{1}{R}.$$

$$\underbrace{f r' = f r \frac{R'}{R}}$$

physikalisch $\Longleftrightarrow$ Ähnlichkeit





$$\left(\frac{A}{V}\right)' = \frac{3}{R'} = \frac{3}{10^{-3}}\,\frac{1}{m}$$

$$f_r' \sim \frac{1}{R'}$$

$$f_r' = f_r\left(\frac{R'}{L}\right)^{-1}$$

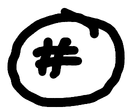
$$= 0.01\,\frac{0.3}{10^{-3}}\,Hz \approx \underline{\underline{3\ Hz}}$$

$$\frac{1}{L} = \frac{A}{V} \sim \frac{1}{0.3\,m}$$

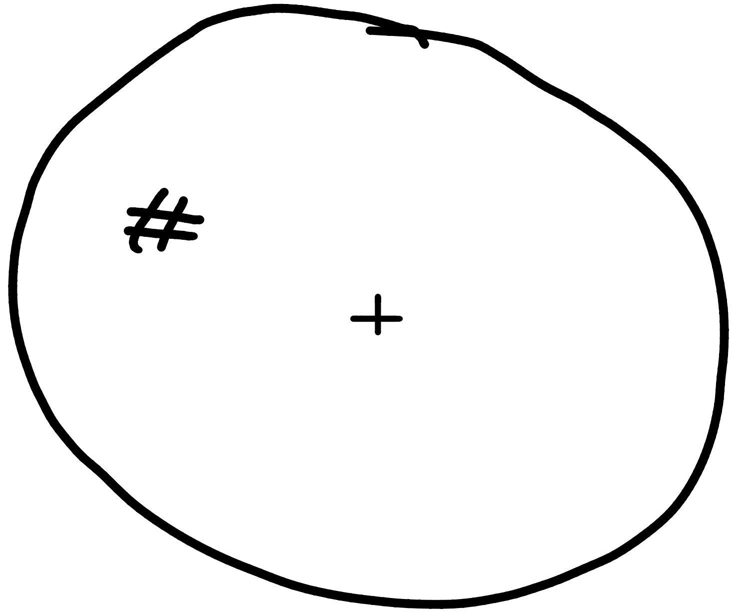
$$f_r \sim \frac{1}{L}$$

$$f_r = 0.01\ Hz$$

typische Länge z.B. Radius R'



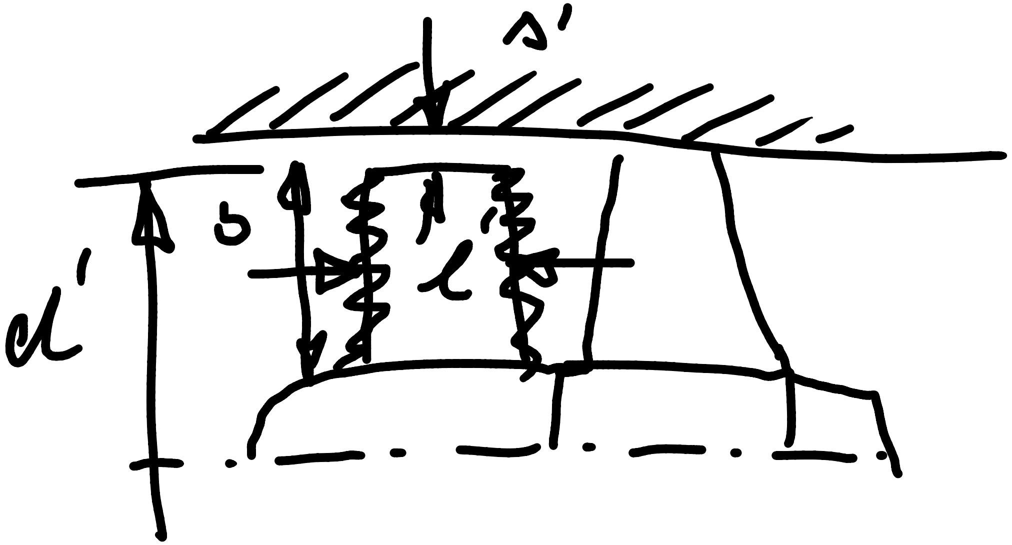
typische Länge Radius R

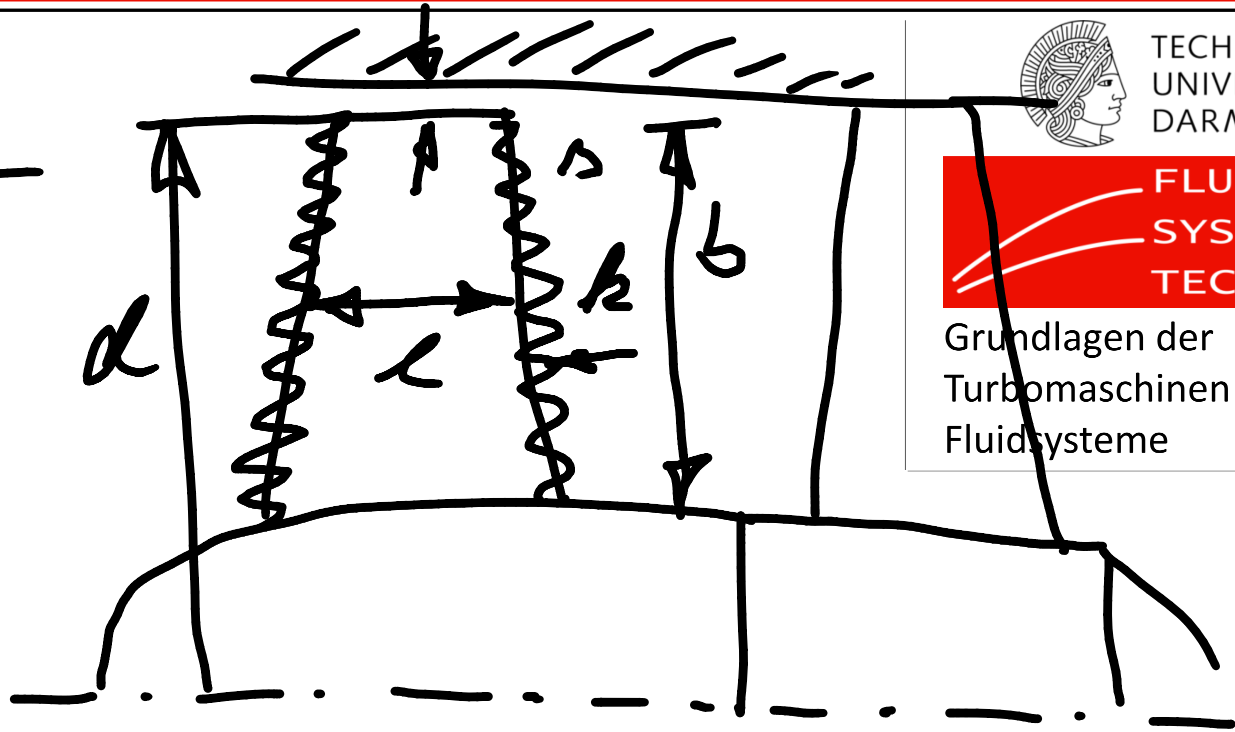


geometrische Ähnlichkeit:

dimensionslosen Gestaltparameter $\Pi_i = \frac{l_i}{L_i}$

$$\Pi_i' \overset{!}{=} \Pi_i \; ; \; i = 1 \dots N$$





$$\kappa_1' = \frac{s'}{d'} \overset{!}{=} \kappa_1 = \frac{s}{d}$$

$$\kappa_2' = \frac{l'}{d'} \overset{!}{=} \kappa_2 = \frac{l}{d}$$

$$\kappa_3' := \frac{h'}{d'} \overset{!}{=} \kappa_3 := \frac{h}{d}$$

physikalische Ähnlichkeit

$$\Pi_i' \overset{!}{=} \Pi_i \qquad i = 1 \ldots N$$

geometrische Ähnlichkeit ist ein Unterbegriff zu physikalischer Ähnlichkeit.

$$x_k' \overset{!}{=} x_k$$

Vollständige physikalische Ähnlichkeit

$$\Pi_1 = fn(\Pi_2, \dots \Pi_N) \qquad \Pi_1' = fn(\Pi_2' \dots)$$

Skalierung

$$\frac{nd^2}{\nu}$$

$$\|$$

$$\eta = \eta\left(Re, \frac{s}{d}, \frac{k}{d}, \varphi = \frac{\dot V}{nd^3}, \text{Gestalt}\right)$$

$$\| \qquad \| \qquad \| \qquad \| \qquad \|$$

$$\eta' = \eta'\left(Re', \left(\frac{s}{d}\right)', \left(\frac{k}{d}\right)', \varphi', \text{Gestalt}\right)$$

Unvollständige Ähnlichkeit

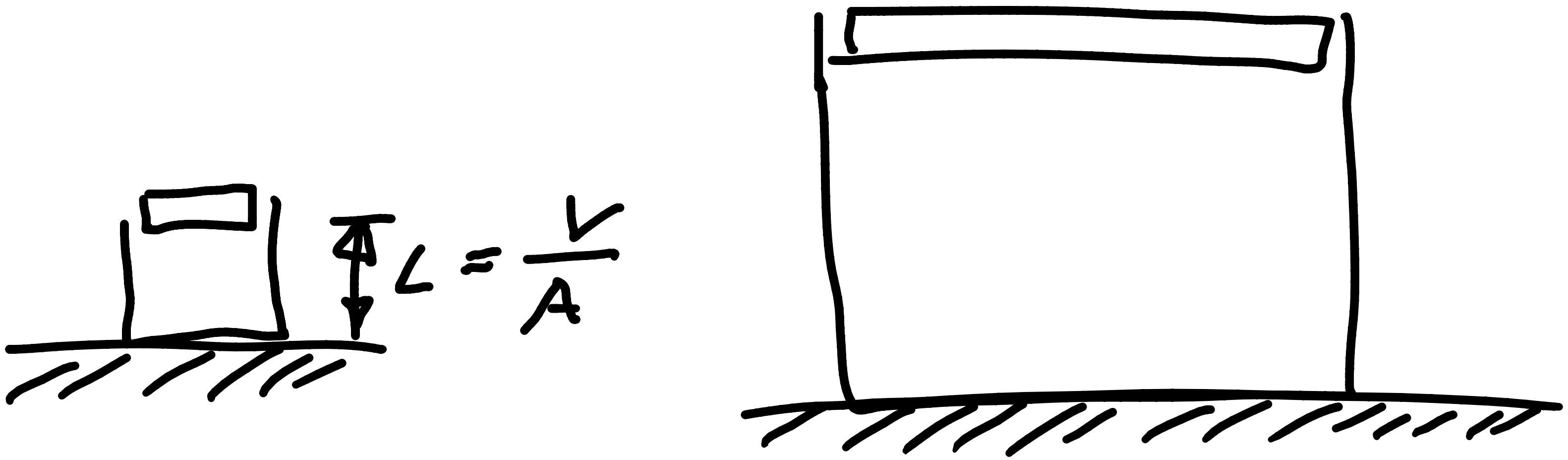
Mindestens ein unabhängiges dimensionsloses Produkt ist zwischen Modell und Großausführung nicht identisch.

z.B.

$$Re' \neq Re \,, \quad \left(\frac{k}{a}\right)' \neq \left(\frac{k}{a}\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad \eta' \neq \eta$$

$$\eta - \eta' = fn\left(Re, Re', \ldots\right) \quad \boxed{\text{Aufwertung}}$$



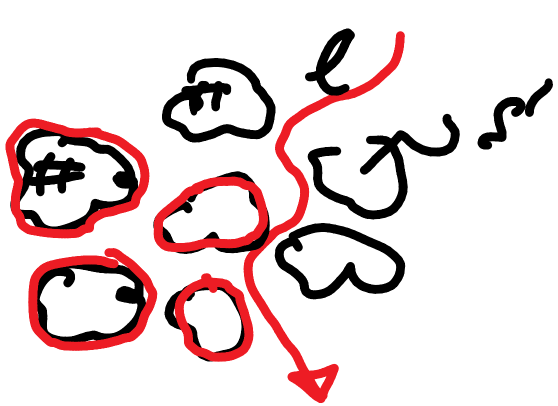
$\frac{1}{L}$ spezifische Oberfläche

Wenn eine große Oberfläche im Vergleich zum Volumen gebraucht wird, dann wählt man eine große spezifische Oberfläche.

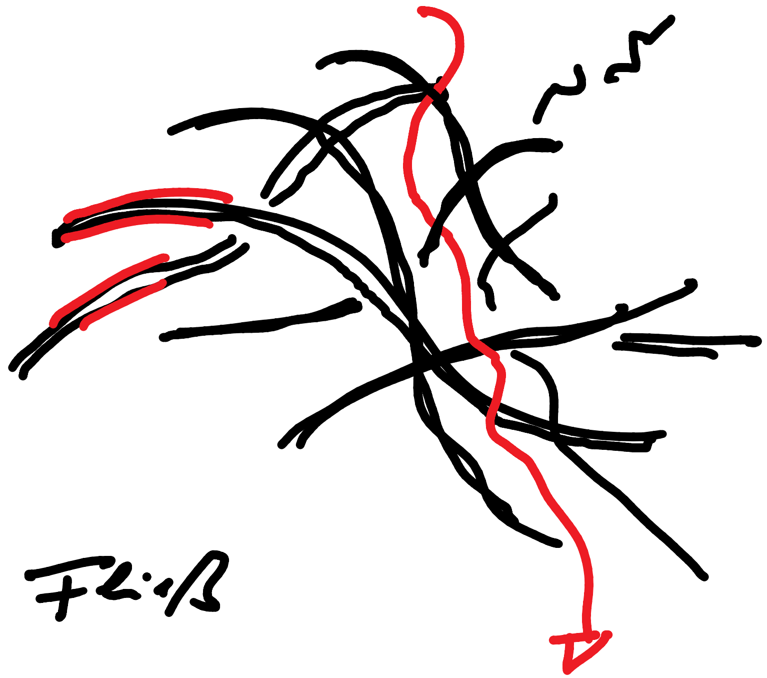
$\frac{\text{Sorbensvolumen}}{\text{Teilvol.}}$

→ Anlagerung, Adhäsion, Sorption,

→ $\boxed{\text{Filter}}$



Schüttung



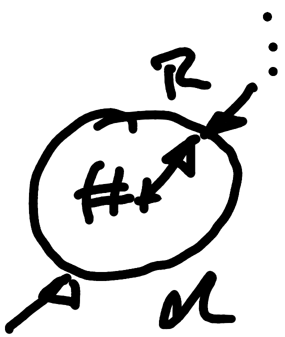
Fließ

z.B. Boden

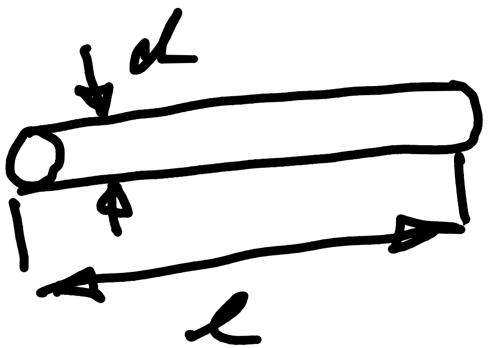
z.B. Filter

Chromatographie

häufig in der Natur



$$\frac{3}{R} = \frac{6}{d}$$



$$\frac{\pi d l + \frac{\pi}{2} d^2}{\frac{\pi}{4} d^2 l} = \frac{4}{d} + \frac{2}{l} \approx \frac{4}{d} \text{ für } l \gg d$$

2. Zugang zu f_r ...

über Modellbildung ⇝ Gleichungen.

⇝ dimensionslose Gleichg.

$\tau = t^{2/5} \ldots$

⇝ herauslesen der dimensionslosen Größe.

↳ inspektionelle Dimensionsanalyse

Methode der Differentialgleichung.

↳ eingeschränkte Weg. →

Schönes Beispiel für inspektionelle Dimensionsanalyse

Gleitlager $\rightsquigarrow$ Sommerfeldzahl

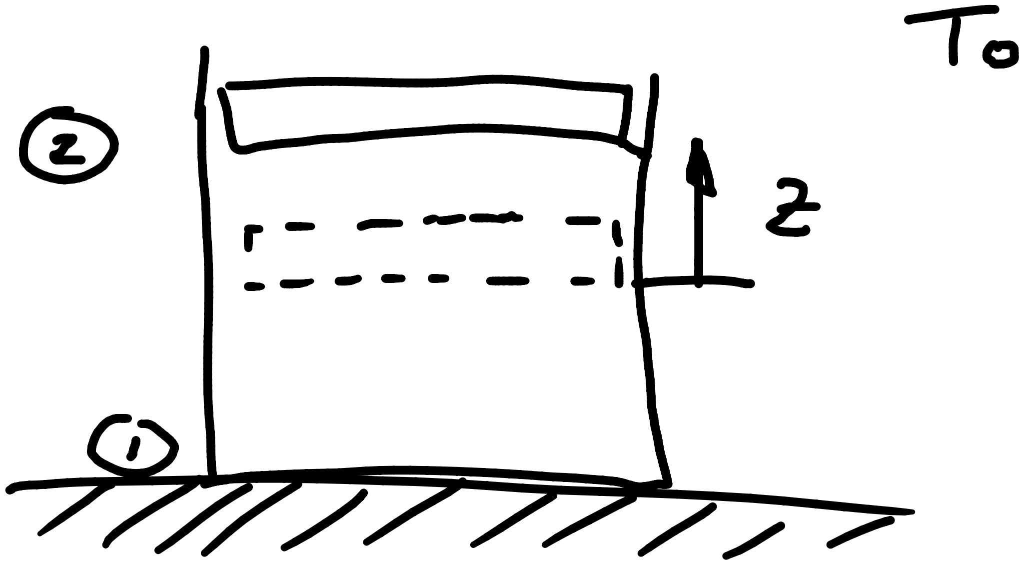
$$So = \frac{F}{\mu \Omega D B}\left(\frac{2\bar{h}}{D}\right)^2$$

Inspektionelle Dimensionsanalyse am Beispiel Luftblase.

1.) Beispiel zur Energiegleichung

2.) " " Dimensionsanalyse

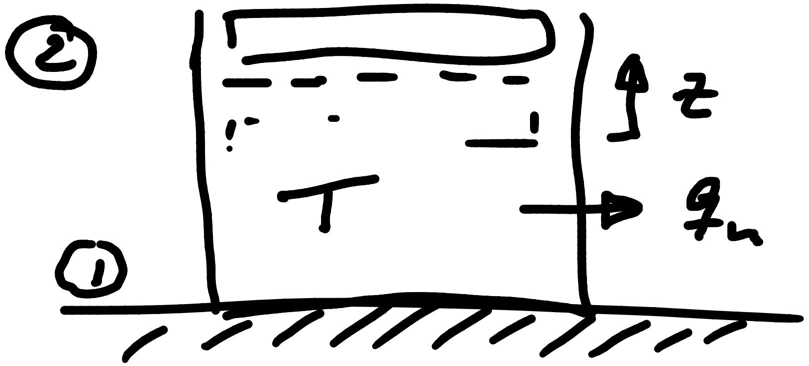
3.) Beispiel für eine Linearisierung über einen sogenannten Störansatz.



1. Kontinuität

$$\int_0^L \frac{\partial}{\partial t}(\underbrace{\rho}_{= \text{const.}} A)\, dz + \dot m_2 - \underbrace{\dot m_1}_{=0} = 0$$

$$\dot\rho\,(V_0 + zA) + \rho A \dot z = 0$$



$$\int_0^L \frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(e+\frac{u^2}{2}\right)\right] A\,dz + \dot m_2 \underset{}{\overset{c_pT}{\overset{\parallel}{h_{t2}}}} - \underset{\underset{0}{\parallel}}{\dot m_1} h_{t1} = \overset{0}{\overset{\equiv}{P_U}} + \underset{\underset{\underset{\text{Newton}}{-\dot q_n U = -k(T-T_0)U}}{\parallel}}{\dot Q}$$

$$e \gg \frac{u^2}{2}$$

$$(\rho e)^{\cdot}\left(V_0 + zA\right) + \rho T c_p A \dot z = -k(T-T_0)U.$$

3. Thermische Zustandsgleichung

① $$p = \underline{\rho} R \underline{T}.$$ Nichtlinear!

② $$\dot{\rho}(V_0 + zA) + \underline{\rho} \dot{z} A = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} p(t=0) = p_0 \\ T(t=0) = T_0 \end{array}\right\} \text{Anfangsbed.}$$

$$(\rho e)^{\cdot}(V_0 + zA) + c_p T \rho \dot{z} A + k S (T - T_0) = 0$$

③ $$\underline{\dot{p}}(V_0 + zA) + \gamma p \dot{z} A + (\gamma - 1) k S (T - T_0) = 0$$

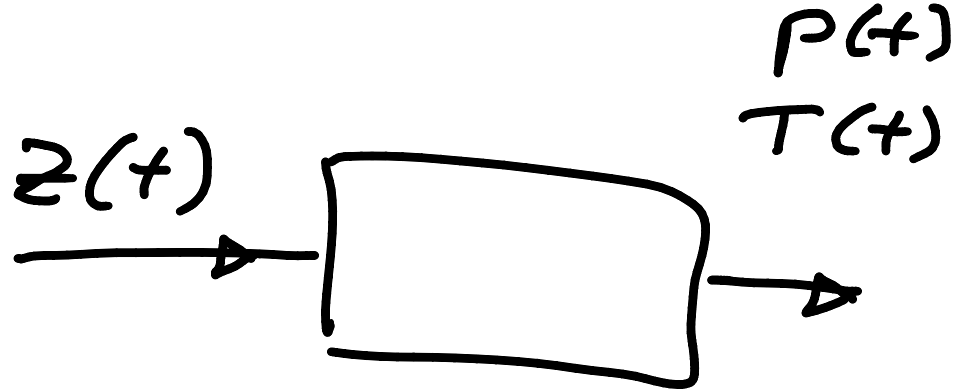
$$\rho e = \rho T c_v = p \frac{c_v}{R} = p \frac{c_v}{c_p - c_v} = p \frac{1}{\gamma - 1}$$

↳ Nichtlineares Anfangswertproblem.

↳ Integration (z.B. Runge-Kutta-Verfahren)

ist ohne weiteres numerisch möglich

z.B. Dymola
Matlab
Mathematica
⋮



Analytische Lösung:

Linearisieren um a Betriebszustand.

$$\rho = \rho_0 + \tilde{\rho}(t)$$

$$p = p_0 + \tilde{p}(t)$$

$$T = T_0 + \tilde{T}(t)$$

Störungsgröße << ungestörte Größe.

Perturbation klein

$$p = \rho R T \iff p_0 + \tilde{p} = (\rho_0 + \tilde{\rho})(T_0 + \tilde{T}) R$$

$$p_0 + \tilde{p} = \rho_0 R T_0 + \tilde{\rho}\, T_0 R + \tilde{T} \rho_0 R + \tilde{\rho}\tilde{T} R$$

$\tilde{\varepsilon}^0$: $p_0 = R \rho_0 T_0$

$\tilde{\varepsilon}'$: $\tilde{p} = \tilde{\rho} T_0 R + \tilde{T} \rho_0 R$

linear ☺