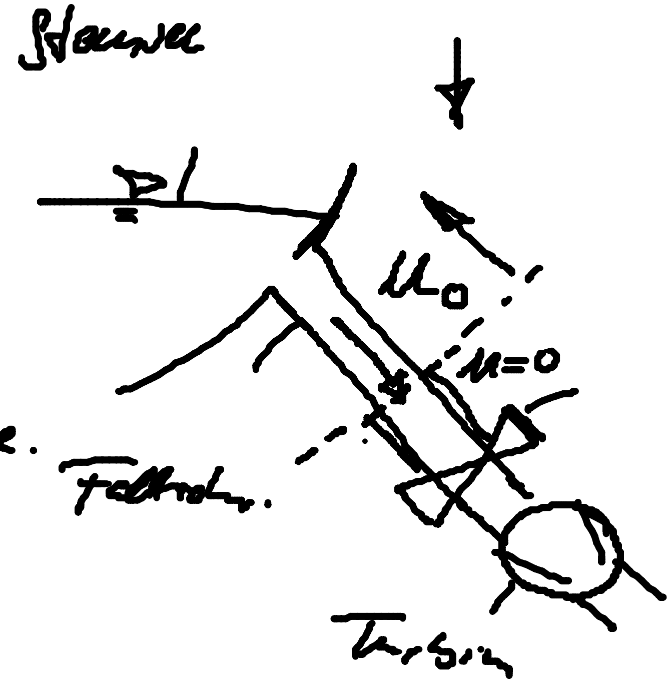
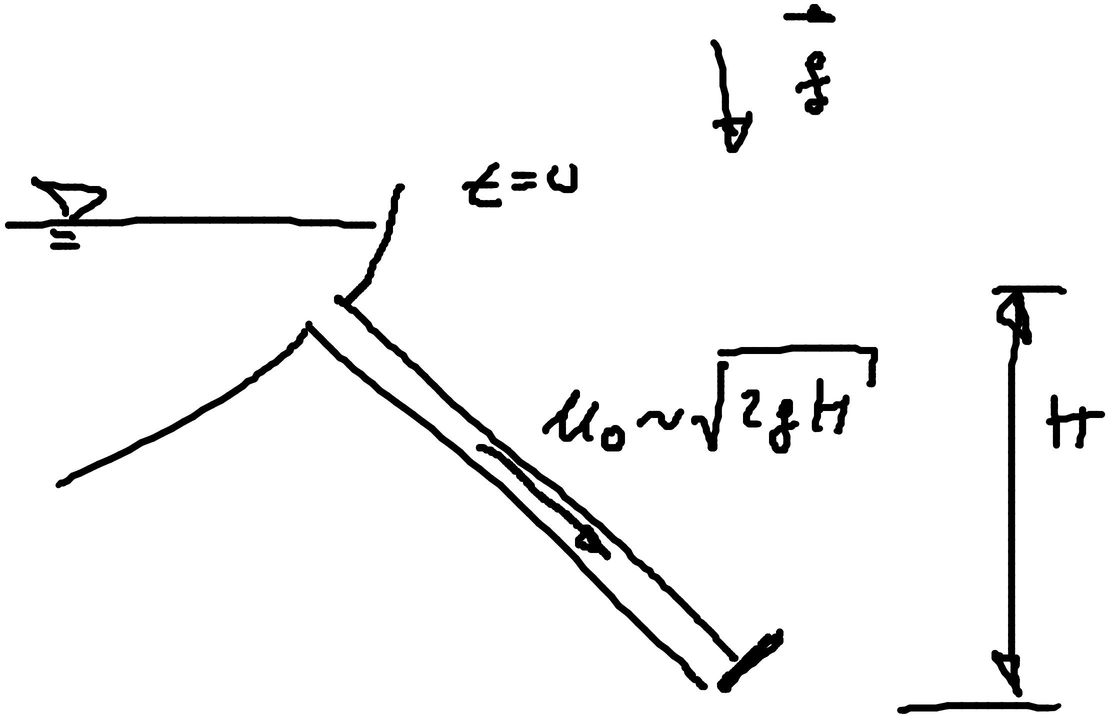
c) Beispiele für 1D-Modelle

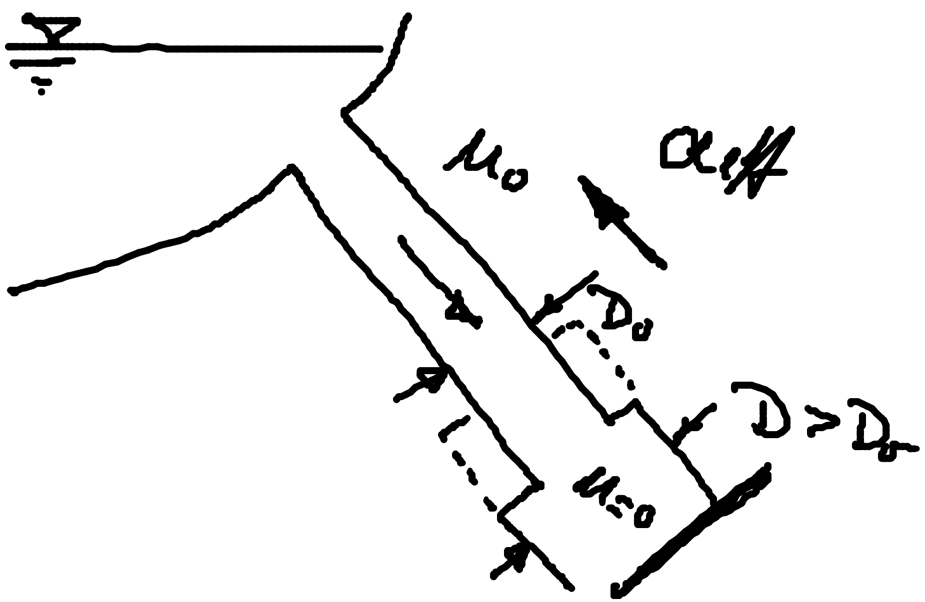
▷ Resonanzaufladung eines Verbrennungsmotors.

▷ Akustik in Rohrleitungen.

▷ Fallrohr einer Wasserkraftanlage.



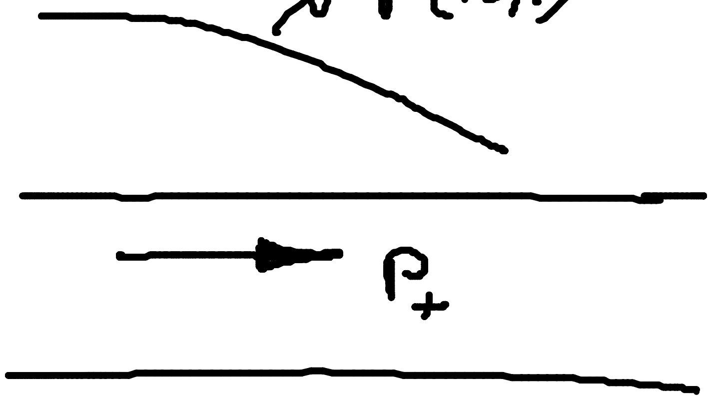


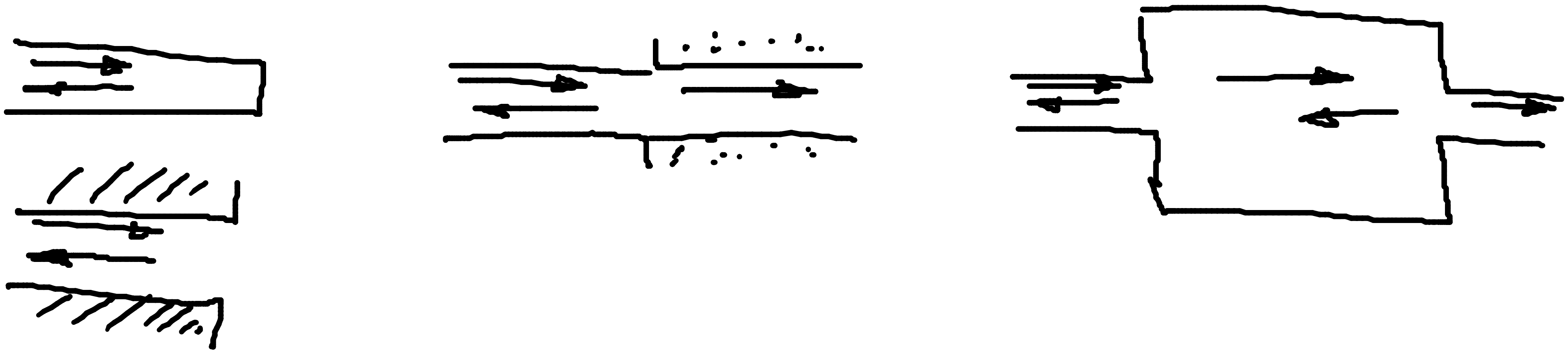


effektive Schallgeschwindigkeit.

Akustik in Rohrleitung: I.d.R. harmonische Signale wenn $\frac{u^2}{2} < p$

$\sim p(s,t)$

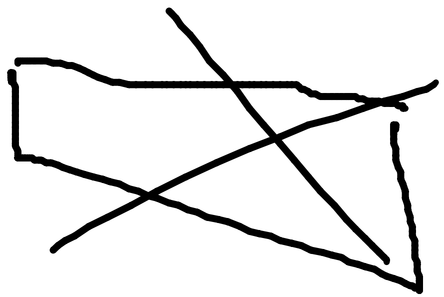




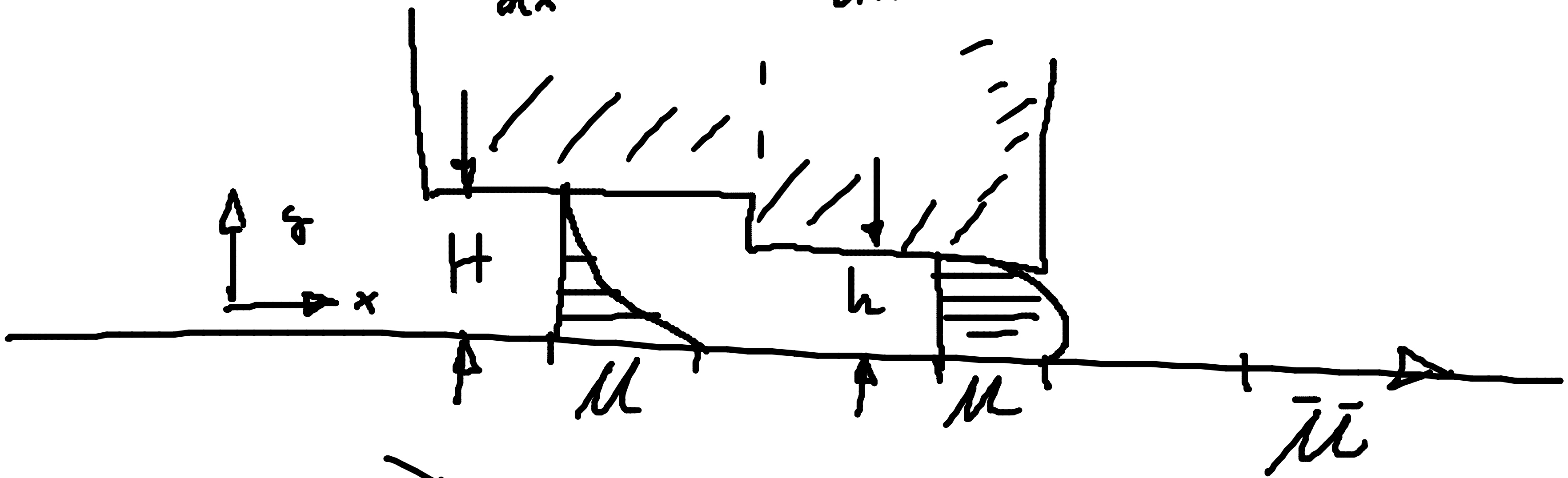
2D-Modelle

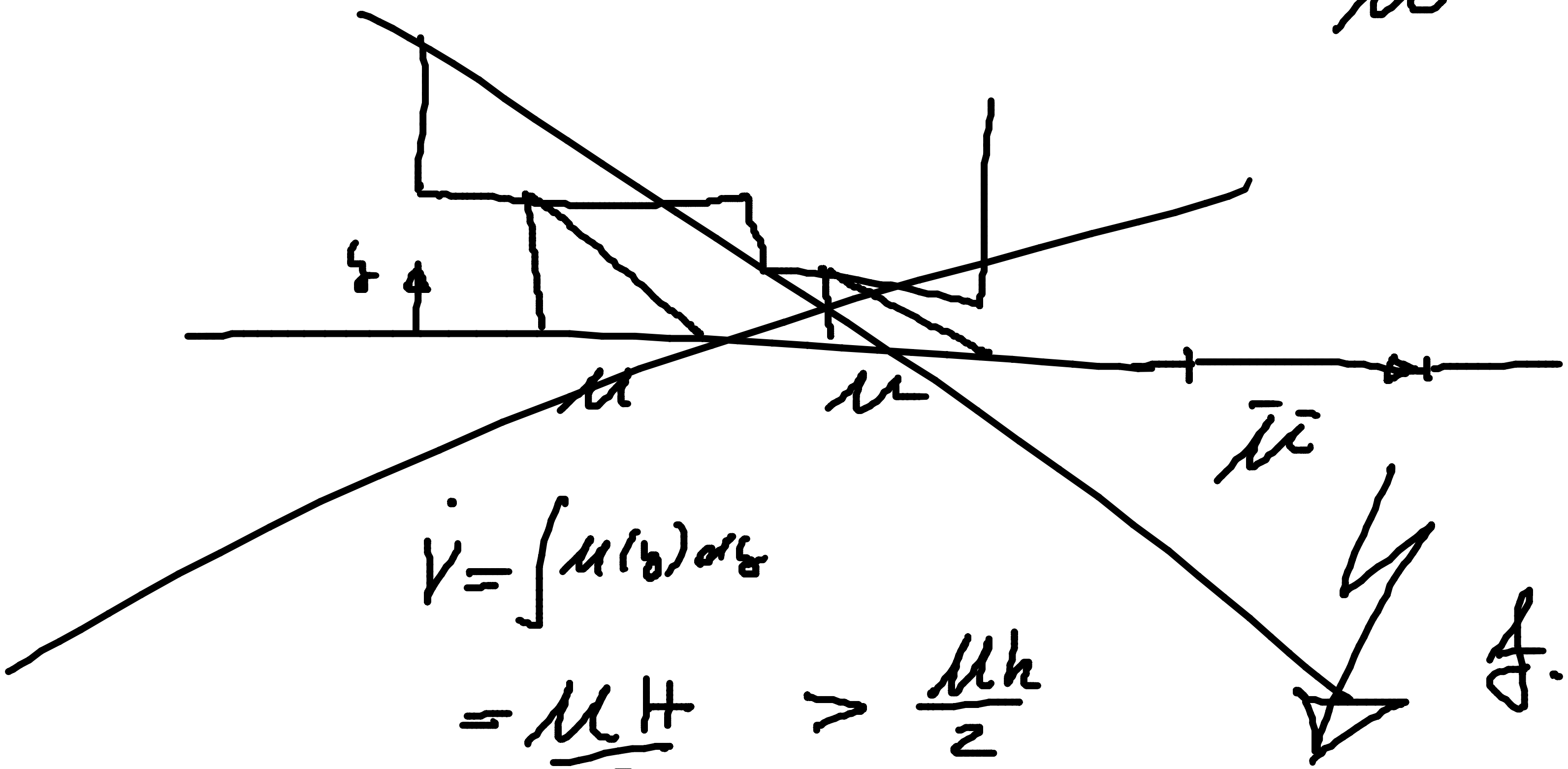
▸ partielle Dgln
in x_1, x_2, t

▸ Hydrodynamische Schmierung.
Gleitlagertheorie



$\frac{dp}{dx} > 0 \quad ; \quad \frac{dp}{dx} < 0$

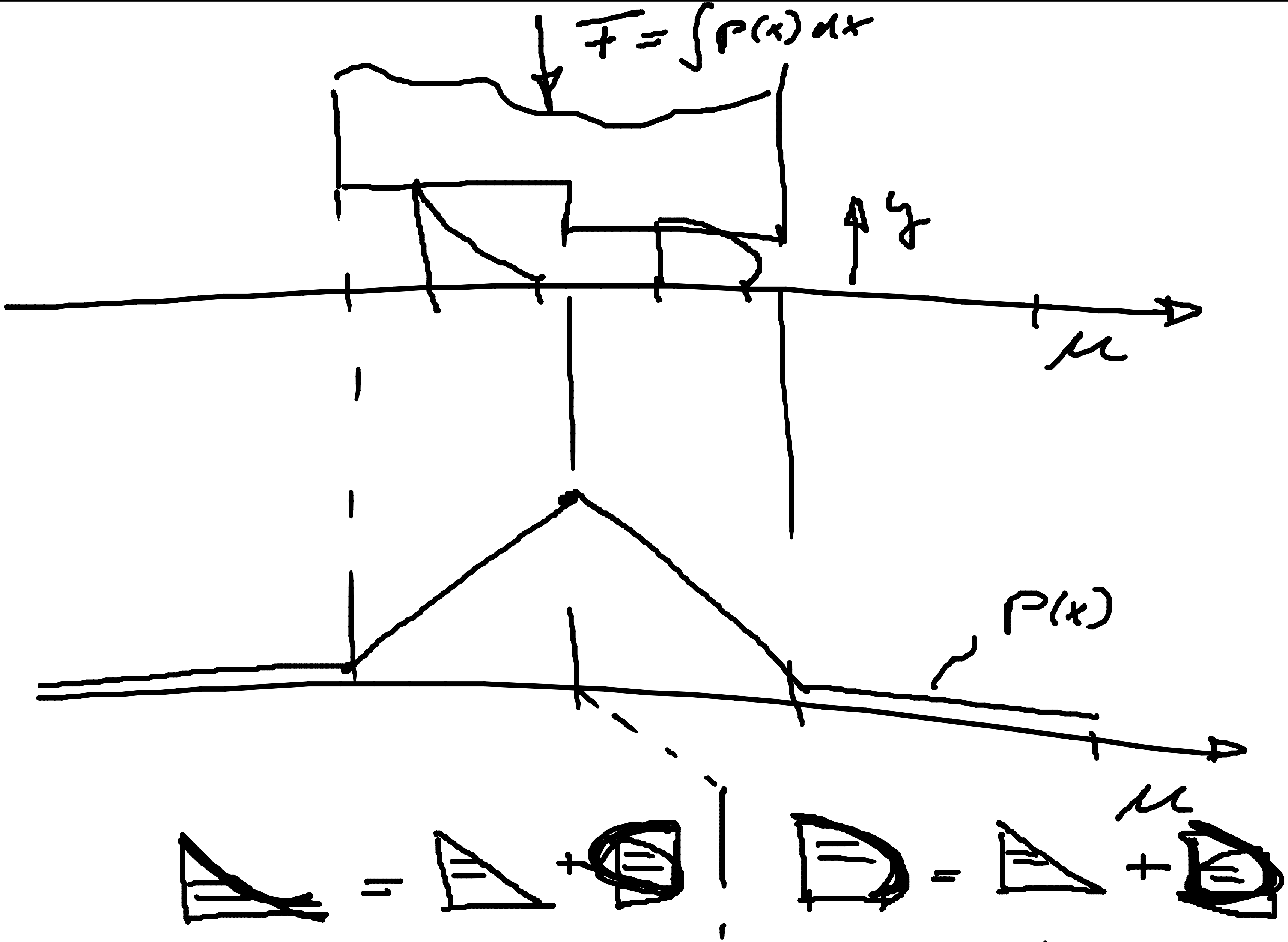




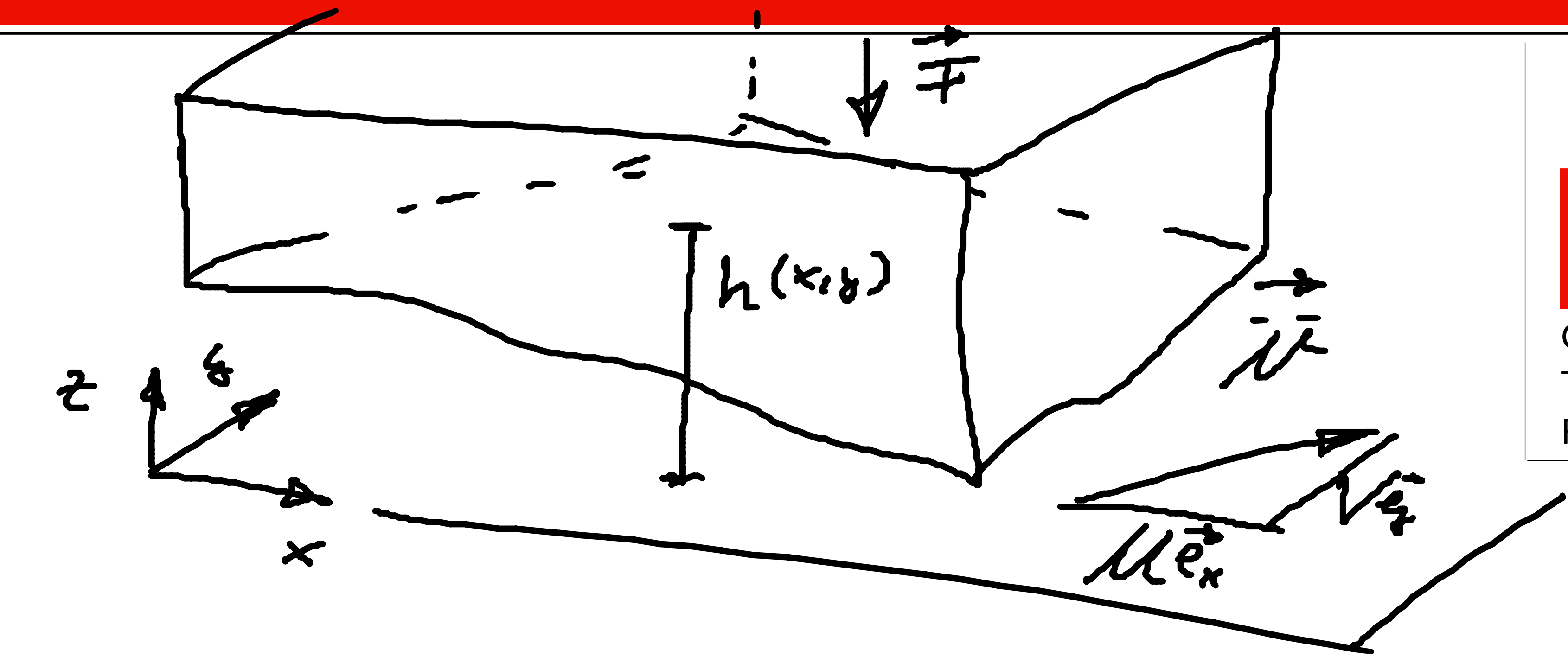
$$\dot{V} = \int u(z)\,dz$$

$$= \frac{uH}{2} > \frac{uh}{2}$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz



Die Gestalt des Geschwindigkeitsprofils über die Spalthöhe i.A. bekannt. ⇒ u(y) muss nicht bekannt sein.



↳ Reynoldsche Schmierfilmgleichung in x, y, t

3D - Modelle : CFD - Software

Nichtlineare partielle Differentialgleich.

Erhaltungsgleichungen werden in differentieller Form (d. h. für ein rep. Flüssigkeitsteilchen) gelöst.

Finite Volumen - Methode
Finite Element "
Finite Differenz.

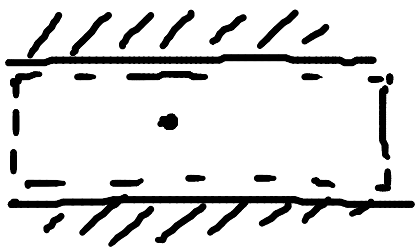
} Feldmethoden

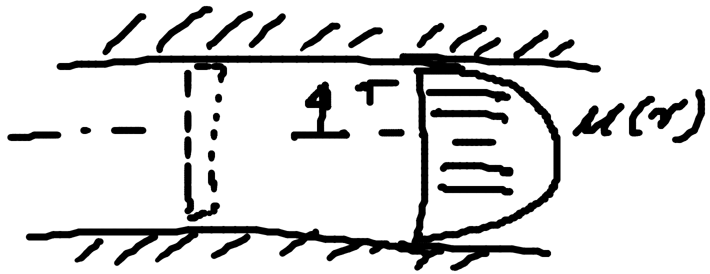
Randelement - Methoden
Boundary Element Method.

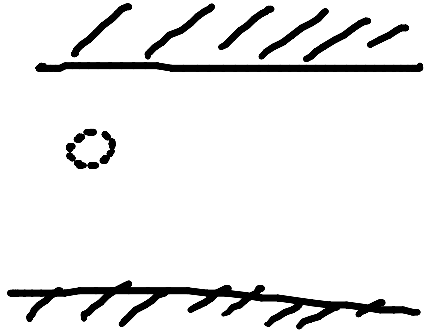
} Singularitätenmethod.

Netzfreie Methoden

0D 1D 3D







$p(t)$
$T(t)$

$p(s,t)$
$T(s,t)$

$$\bar{u}_1 := \frac{1}{A}\int_A u(r)\,dA$$ z.B. Konti

$$\bar{u}_2 := \frac{1}{A\bar{u}_1}\int u^2(r)\,dA$$ z.B. Impulssatz

$\vdots$

$$\bar{u}_3 := \frac{1}{A\bar{u}_1^2}\int u^3(r)\,dA$$ z.B. Energies..

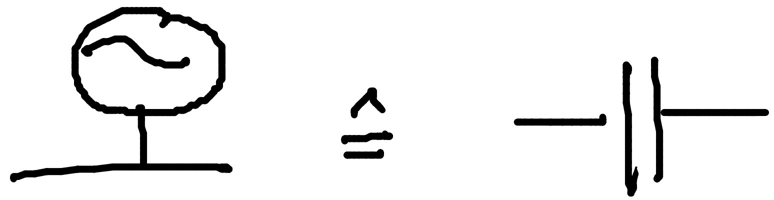
3D Berechnung dauert mind. 1 Woche ... 2 Wochen.
Folge der Kommunikation (Abstimmung zwischen Berechnung und Auftraggeber)

1 Woche = 3 ... 5 T€

Kontinuitätsgleichung für eine Stromröhre

Spezialfall 0D → Druckaufbaugleich.

≙ Kapazität in der Elektrotechnik



Axiom, d.h. Erfahrungssatz der nicht beweisbar ist.

Die Masse eines Flüssigkeitskörpers ist unveränderlich

m

$V(t)$

$$\frac{Dm}{Dt} = 0$$

$\frac{D}{Dt}$ ist die ~~materielle~~ zeitliche Änderung

der Flüssigkeitskörper wird betrachtet

$V(0)$ $V(t)$

$$\varrho := \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

$$m := \int_{V(t)} \varrho \, dV$$

Wichtig das materielle Volumen $V(t)$ ist zeitlich veränderlich!

Konti: $$\frac{Dm}{Dt} = \frac{D}{Dt}\int \rho \, dV \overset{!}{=} 0$$

$V(t)$

?

☹ → Leibnizsche Regel.
→ Reynoldsche Transporttheorem.

$$\frac{d}{dt}\int_{a(t)}^{b(t)} f \, dx = \ldots$$

Nachschauen.

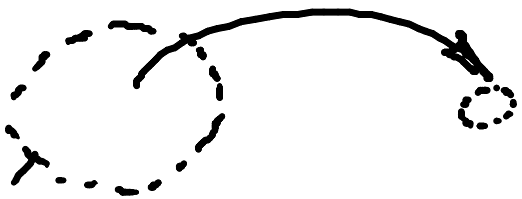
$$\frac{Dm}{Dt} = \int_{V(t)} \frac{D\rho}{Dt}\, dV + \rho \frac{D\, dV}{Dt} \overset{!}{=} 0$$

$$\boxed{\frac{D\, dV}{Dt} = dV \operatorname{div} \vec{u}}$$

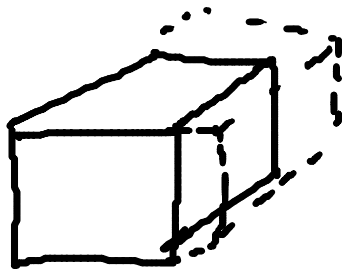
keine Herleitung (vgl. Spurk)

$$\frac{1}{dV}\frac{D\, dV}{Dt} = \operatorname{div} \vec{u}$$

Volumenänderungsrate eines materiellen Teilchens



dV



$$\operatorname{div} \vec{u} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3}$$

$$\frac{Dm}{Dt} = \int_V \left(\frac{D\rho}{Dt} + \rho \, \mathrm{div} \, \vec{v} \right) dV \overset{!}{=} 0$$

muß gelten für beliebige Vol.

$\Rightarrow$ $\frac{D\rho}{Dt} + \rho \, \mathrm{div} \, \vec{v} \overset{!}{=} 0$ für jedes Flüssigkeitsteilchen.

Kontinuität in differentieller Form.