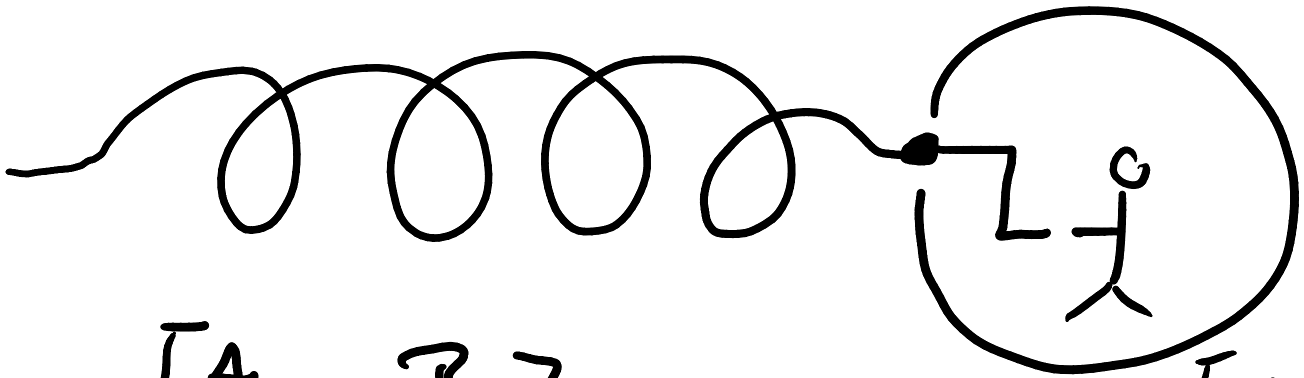


$$\underset{\sim}{P} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \qquad \underset{\sim}{P}_0 = \begin{bmatrix} A_\sigma & \sigma \\ \sigma & D_\sigma \end{bmatrix}$$

Froudsche Wirkungsgrad
(Propulsionswirkungsgrad)

$$\eta_{Fr} := \frac{\bar{U}\, F_0}{\Omega_m M} = \frac{\text{Nutzleistung}}{\text{Zugeführte Leistung}}$$

$$\Omega_m = \omega - \Omega$$

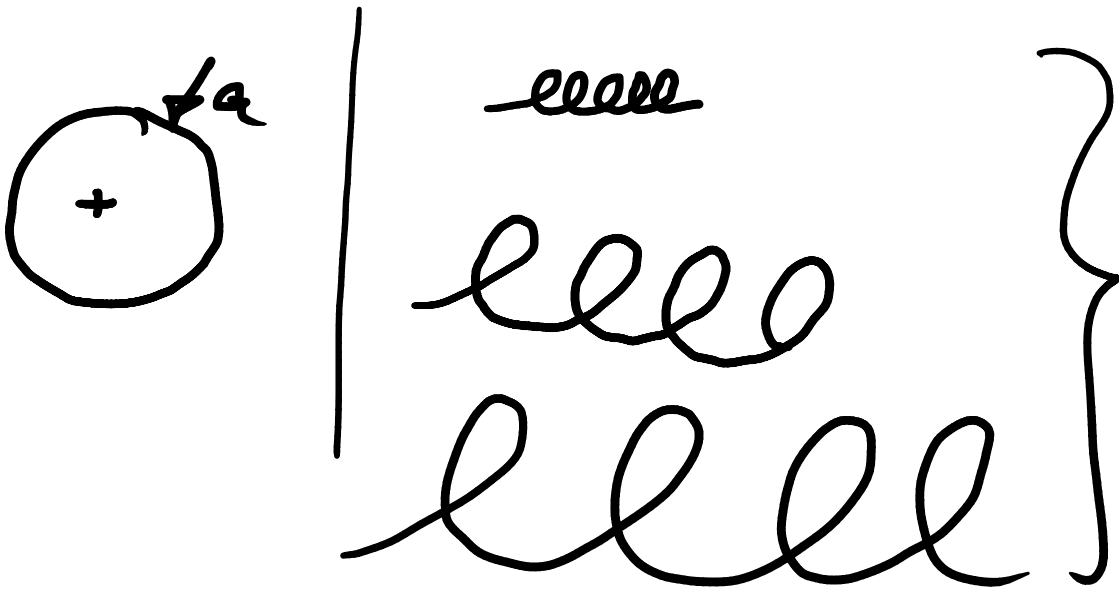
$$\eta_{Fr} = \frac{A_0 B^2}{(A_0+A)^2 D}$$

für den Spezialfall

$$B^2 \ll AD$$

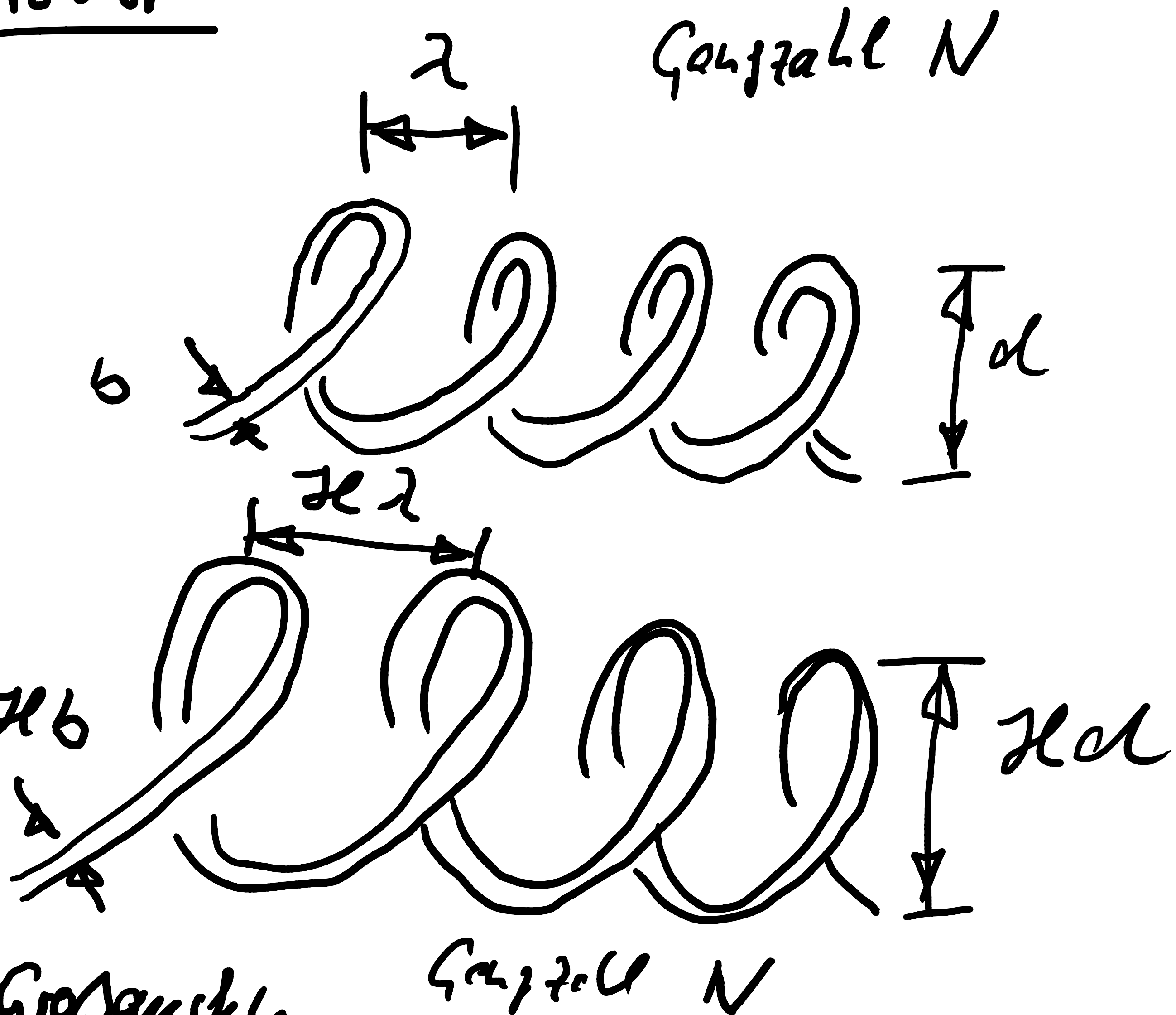
$$\frac{D_0}{D_0+D} \sim 1.$$

Geg: $A_0 = 6\pi a \mu$ μ dynamische Viskosität.



geometrische Ähnlichkeit
unterschiedliche Antriebe

Prototyp



Großausführung.

geometrische Ähnlichkeit, d.h. gleiche Gestalt (shape).

Unterschied ist nur durch den geometrischen Skalierungsfaktor

$$\kappa := \frac{\lambda'}{\lambda}$$

$$\underline{P}_P = \begin{bmatrix} A_P & B_P \\ B_P & D_P \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \mu\lambda & \mu\lambda^2 \\ \mu\lambda^2 & \mu\lambda^3 \end{bmatrix}$$

$P \hat{=}$ Prototyp.

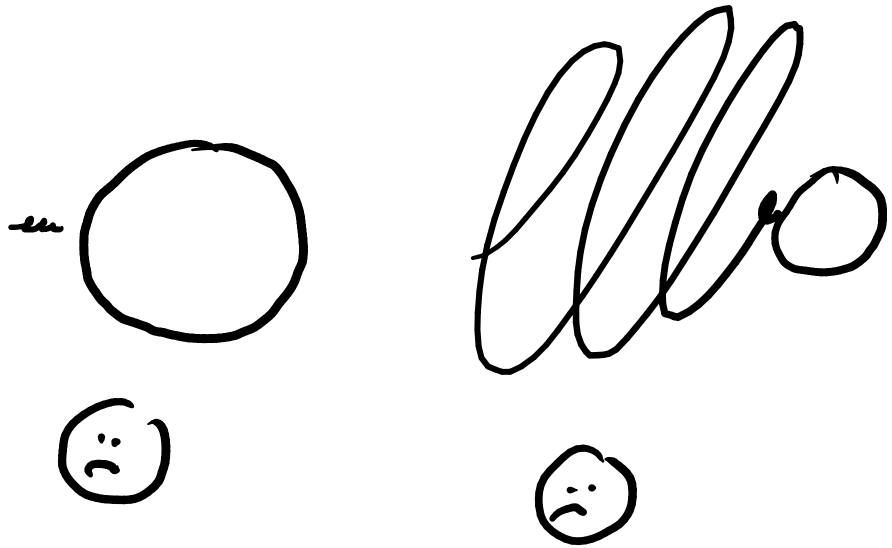
$$\underline{P}' \sim \begin{bmatrix} \mu\lambda\varkappa & \mu(\lambda\varkappa)^2 \\ \mu(\lambda\varkappa)^2 & \mu(\lambda\varkappa)^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varkappa A_P & \varkappa^2 B_P \\ \varkappa^2 B_P & \varkappa^3 D_P \end{bmatrix}$$

$$\eta_{Fr}(\varkappa) = \frac{A_0 B_P^2 \varkappa^4}{D_P \varkappa^3 (A_0 + \varkappa A_P)^2}$$

Finden der optimalen Schraube

$$\frac{d\eta_{Fr}}{d\varkappa} \overset{!}{=} 0$$

für $\varkappa = \varkappa_{opt.}$



$$\varkappa_{opt} = \frac{A_0}{A_p}$$

Einsetzen in den Froude'schen Wirkungsgrad

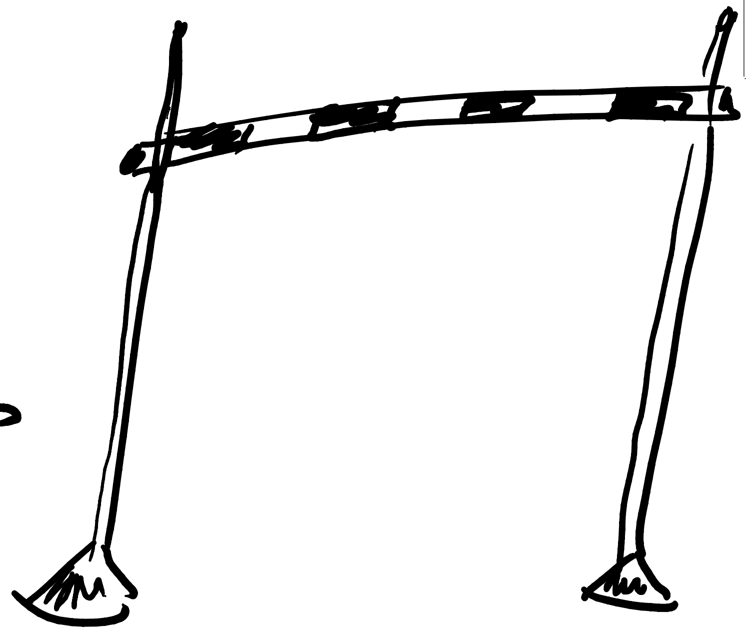
$$\boxed{\eta_{Fr,opt} = \frac{B_p^2}{4 A_p D_p}}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Biofluidmechanik

Wichtig:

(1). Grenzbetrachtungen / Obergrenzen sind extrem hilfreich

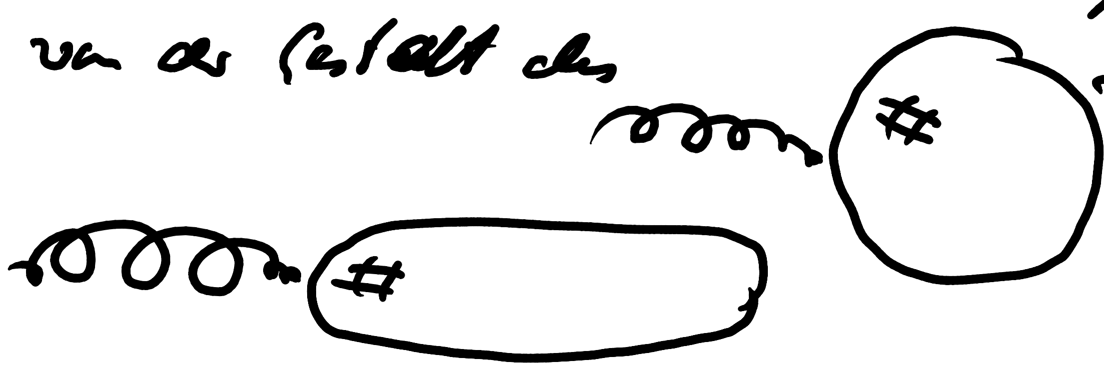
$$\eta_{Fr} < \eta_{Fr,opt} = \frac{D_p^2}{4 A_p T_p}$$



(2) Optimaler Froude'scher Wirkungsgrad ist unabhängig von der Gestalt des Widerstandskörpers.

$A_0 = 6\pi\mu a$

$D_0 = 4\pi\mu a^3$



Im Optimum ist

$A = A_0$

③ Die maximale Geschwindigkeit

$$u_{max} = \frac{\mathcal{H} B_p}{2 A_p} \Omega_m .$$

Bestimmung von $\eta_{Tr,opt}$

$$\underline{P} = \begin{pmatrix} A & B \\ B & D \end{pmatrix}$$

① Numerische Feldmethode mit $\nabla p = \mu \Delta \vec{u}$, $\nabla \cdot \vec{u} = 0$.

⊕ beliebige Geometrie

⊕ nur eine Iteration

⊕ keine Konvergenzprobleme.

▶ dimensionslos Rechnen.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Biofluidmechanik

$u = 1, \frac{1}{\lambda}$

$$\nabla_+ p_+ = \Delta_+ \vec{u}_+$$

$$\nabla_+ \cdot \vec{u}_+ = 0$$

Setze in CFX $\mu = 1$

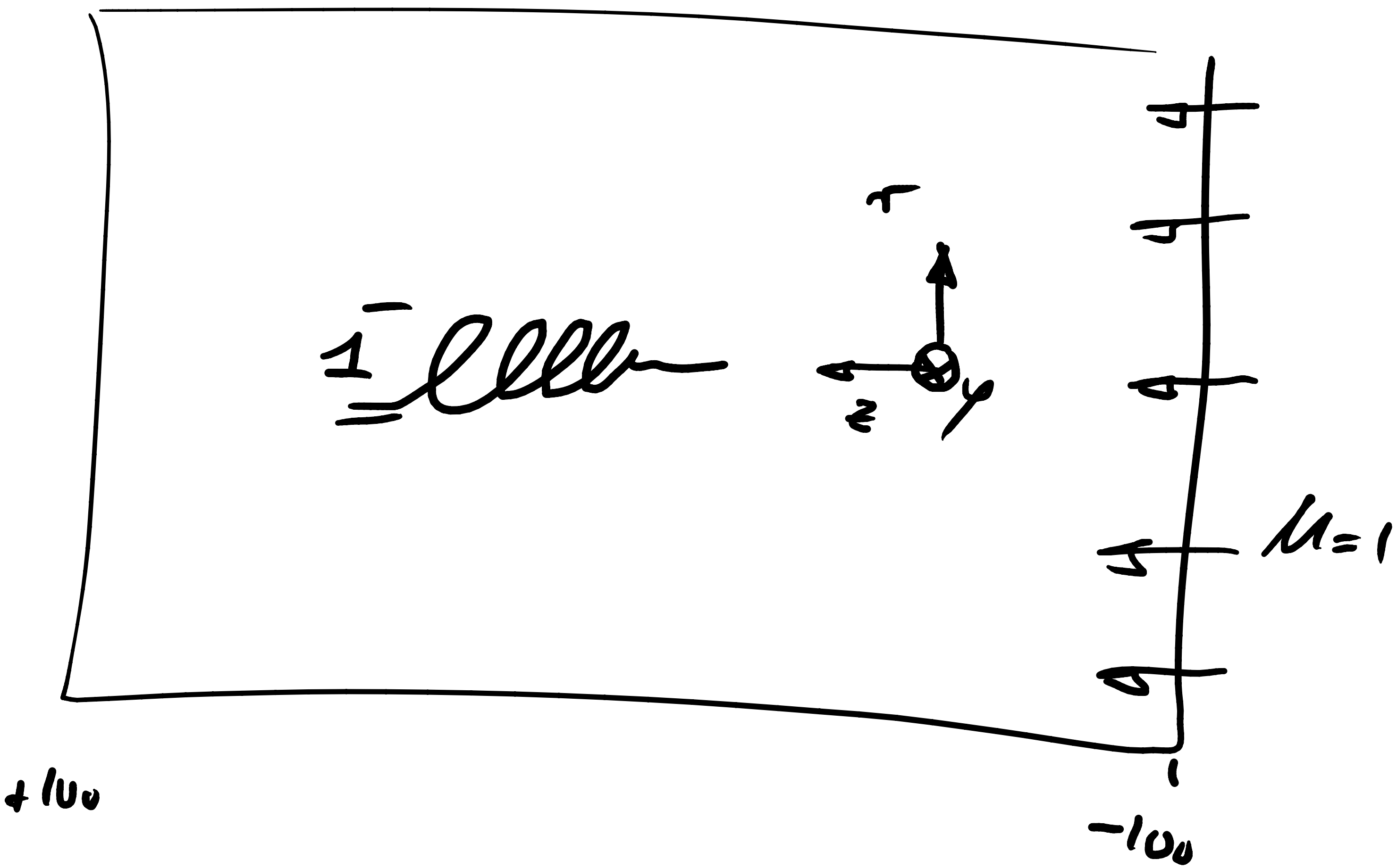
$\rho = 0$

Fortschrittsgrad einer Schraube

Advance Ratio.

$$\lambda := \frac{u}{\Omega D}$$

$Re \ll 1$


z
y
u=1
+100
-100

2. Randelementmethode

Stokeslets ≙ Singularitäten, die auf den Rand verteilt werden

vgl.: Happel, Brenner: Low Reynolds number Flow

(+) schöne Methode bei Außenströmungen

(−) keine kommerzielle Software.

3. Experimentell

$$P = \begin{pmatrix} A & B \\ B & D \end{pmatrix}$$

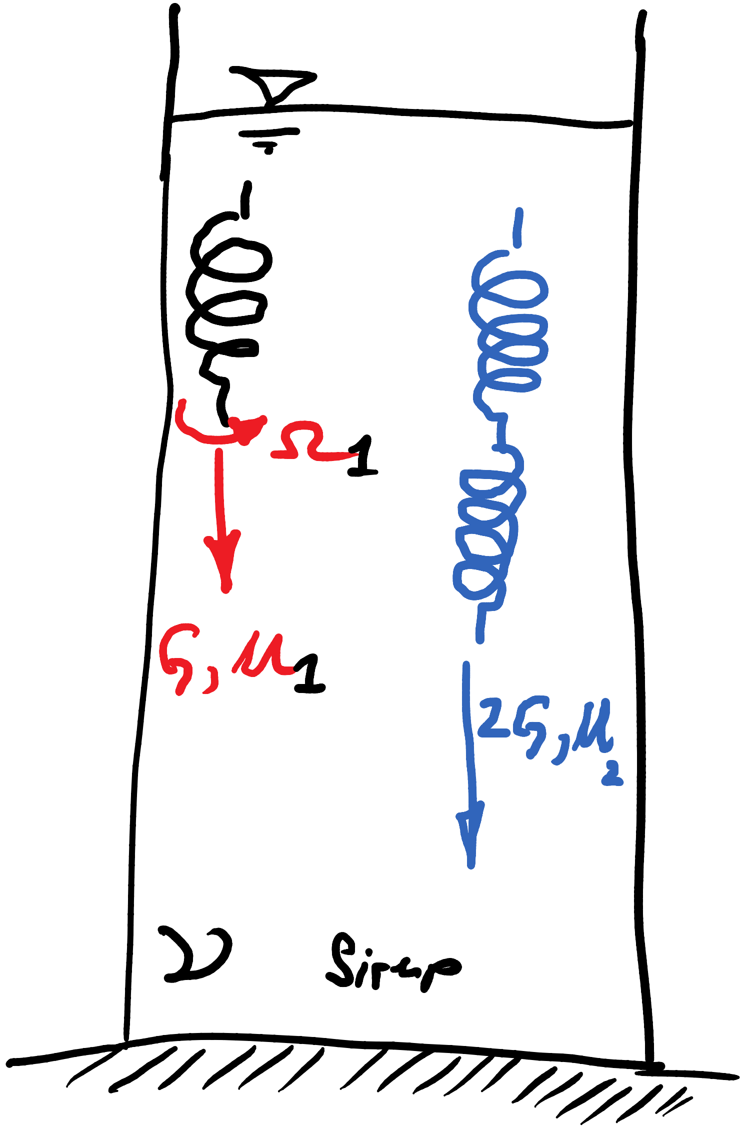
1. Versuch.

$$G = A u_1 + B \Omega_1 \quad (1)$$

$$0 = B u_1 + D \Omega_1 \quad (2)$$

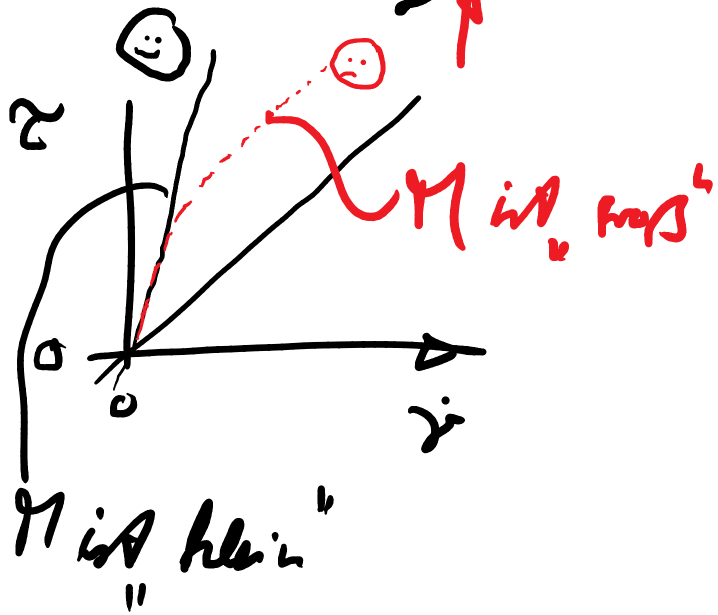
2. Versuch.

$$2G = 2 A u_2 \quad (3)$$



Zucker + Wasser funktioniert.
→ sehr geringe elastische Effekte.

$$Re = \frac{l\, u}{\nu} \ll 1$$



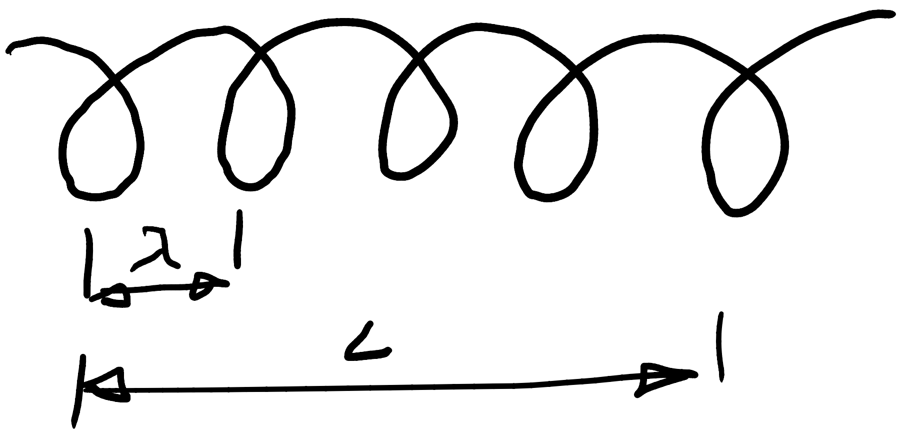
Auswertung der Versuche

$$\left.\begin{aligned} U_2 &= \frac{G}{A} \\ U_1 &= \frac{G D}{A D - B^2} \\ \Omega_1 &= -\frac{G B}{A D - B^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow A, D, B$$

Einfache Versuche zu machen ist eine Kunst.

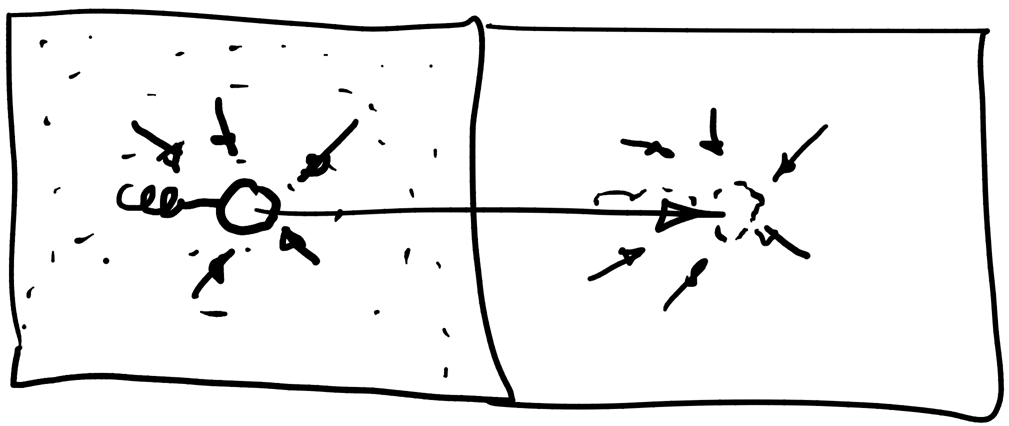
G.I. Taylor ist vorbildhaft.

Einfachheit ist schwierig, kompliziert sein ist einfach



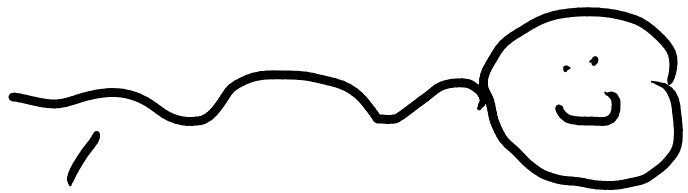
L in cm	$L/\lambda = N$	A: $6\pi\mu$ in cm	B: $6\pi\mu$ in cm^2	D: $6\pi\mu$ in cm^3	$\eta_{Fr,opt}$ in %
5.2	5	0.67	.032	.076	.48
7.8	5	.71	.038	.06	.78
9.4	5	.74	.018	.031	.34
3.1	3	.48	.023	.053	.46
7.5	7	.91	.053	.13	.54

↳ Fremdstoff Volumenanteil ist bei Mikroorganismen kleiner als 1%!



Fressen = Diffusionsbetrieb.

Der Mikroorganismus muss sein Diffusionshülle verlassen
↳



Flagellen

Ü In zwei Wochen.

$$\eta_{Fr,ideal} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\frac{?}{?}}$$

Prandtl, Betz

für kontinuierliche Antriebe | Propeller, Schraube

gilt für periodische Antriebe

z.B. Qualle

z.B. Paddeln