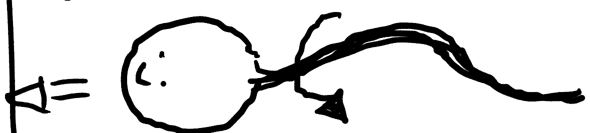
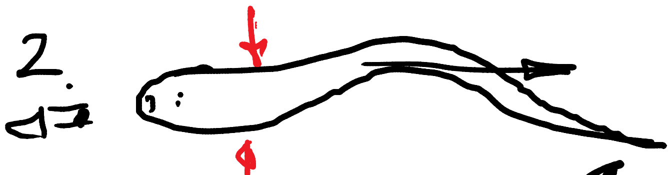
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Gliederung

Propulsion

	Außenströmung	Innenströmungen
~~Trägheit~~ Viskos	1.  Lit.: E. Purcell Life at low Re number.	3. Peristaltik Lit. Pelz  4. Elektroosmose Lit. Probstein
Träge	2.  Thunfisch  Lit.: Lighthill Swimming of slender fish	Physicochemical Hydrodynamics +++

Prof. Dr.-Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2012/13

Biofluidmechanik

Vorlesung 1

Skalierung

I geometrische Skalierung im Teil der physikalischen Ähnlichkeit. (physikalische Skalierung)

Bridgman Postulat ca. 1920

„Absolute Bedeutung relative Größen"

II allometrische Skalierung.

Max Kleiber ca. 1930.

Kleiber-Gesetz.

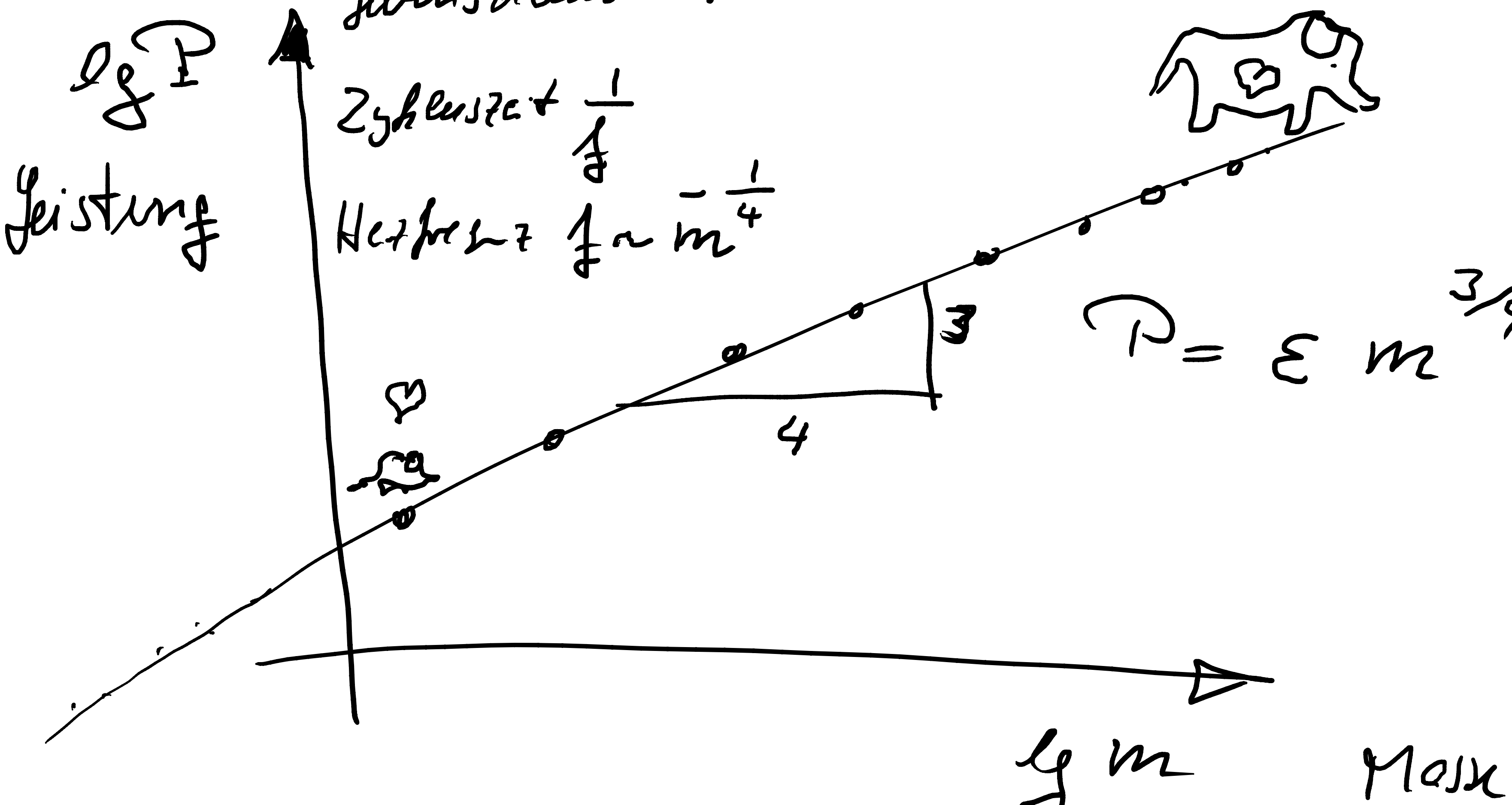
	Masse	metabolische Rate ~ Leistung
Maus	15 g	
⋮		
Blauwal.	x t.	

Prof. Dr.-Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2012/13
Vorlesung 1 F 1

Lebensdauer $T \sim m^{\frac{1}{4}}$

Zyklenzeit $\frac{1}{f}$

Herzfrequenz $f \sim m^{-\frac{1}{4}}$



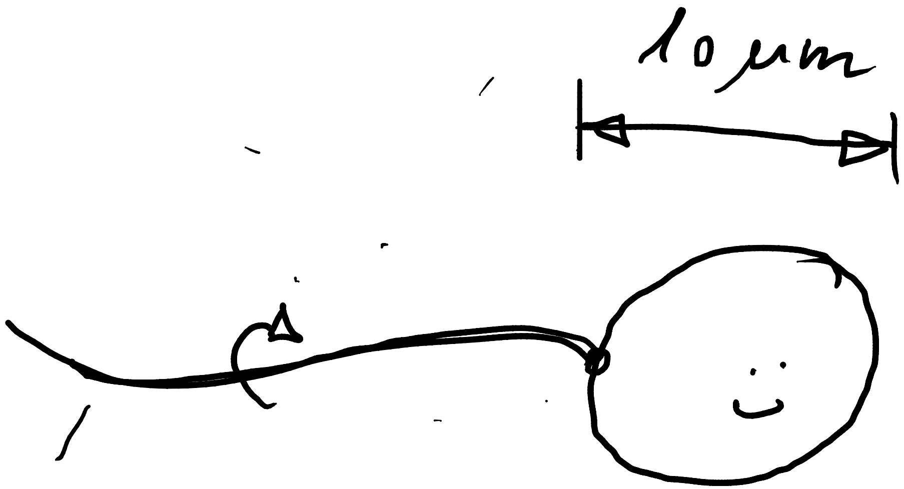
$$P = \varepsilon\, m^{3/4}$$

S. Speed of Rowing Pelz.

ε physiologische Effizienz od. Kleiber Konstante.

Zahl der Herzschläge $T f = \text{const.}$ 1...2 Mrd.

1. Life at low Reynolds number



Flagellum

Propulsionsmechanismus.

$$\left.\begin{array}{l} \mu = 1\,\mathrm{mPa\,sec} \\ \rho = 10^3\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \end{array}\right\} \nu = \frac{\mu}{\rho} = 10^{-6}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{sec}}$$

$$= 1\,\frac{\mathrm{mm}^2}{\mathrm{sec}}$$

$$= 1\,\mathrm{cSt.}$$

$$\bar{u} = 30\,\frac{\mu\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$$

Frage: Warum müssen Mikroorganismen sich bewegen? } Nahrungsaufnahme.

Welcher Propulsionsmechanismus ist möglich?

Welcher Propulsionswirkungsgrad ist machbar? 2%

Kleine Reynoldszahl?

Bewegungsgleichung für die Flüssigkeit, in der sich der Mikroorganismus bewegt:

Masse * Beschleunigung = Kraft.

Cauchy-Gl.:

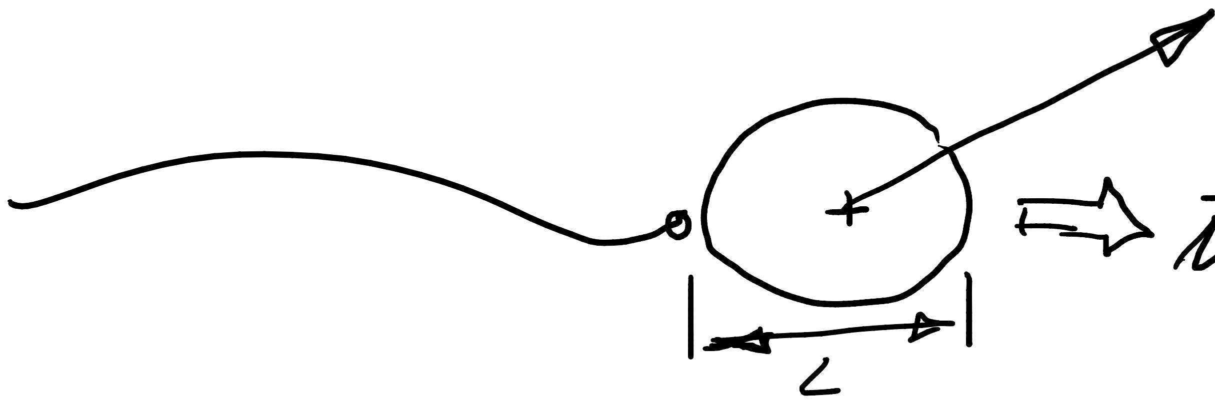
$$\varrho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \nabla \cdot \underset{\sim}{T} + \varrho \vec{k} \text{, mit } \underset{\sim}{T} = -p \underset{\sim}{I} + 2\eta \underset{\sim}{E}$$

Newtonsches Material.

Navier-Stokes-Gl.:

$$\varrho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{u}) + \varrho \vec{k}$$

ν



$\vec{x} := \vec{x}_+ L$

$\Rightarrow \bar{u}$

$t := t_+ \frac{L}{\bar{u}}$

$t := t_{+2} \frac{L^2}{\nu}$

$=$

$:=$ Definit.

$\equiv$ Identität

$\sim$ Proportional

$\approx$

$\frac{L}{\bar{u}}$ Konvektionszeit.

$\frac{L^2}{\nu}$ Diffusionszeit.

$\frac{D}{Dt} := \frac{D}{Dt_+} \frac{\bar{u}}{L}$

$\vec{u} := \vec{u}_+ \bar{u}$

$\nabla := \nabla_+ \frac{1}{L}$

$\nabla \cdot \nabla = \Delta := \Delta_+ \frac{1}{L^2}$

Einsetzen der Definitionen in die Bewegungsgl.

$$\frac{\bar{u}}{L}\frac{D}{Dt_+}\left(\vec{u}_+\bar{u}\right)\varrho = -\frac{1}{L}\nabla_+ p + \frac{\mu}{L^2}\Delta_+\vec{u}_+\bar{u} + \varrho\vec{k} \;\Bigg|\cdot\frac{L^2}{\mu\bar{u}}$$

$$\underbrace{\frac{\bar{u}L}{\mu/\varrho}}_{Re}\frac{D\vec{u}_+}{Dt_+} = -\nabla_+\underbrace{\frac{pL}{\mu\bar{u}}} + \Delta_+\vec{u}_+ + \underbrace{\frac{L^2\vec{k}}{\bar{u}\,\mu/\varrho}}$$

$$p_+ := \frac{pL}{\mu\bar{u}} \qquad \vec{k}_+ := \frac{L^2\vec{k}}{\bar{u}\,\mu/\varrho}$$

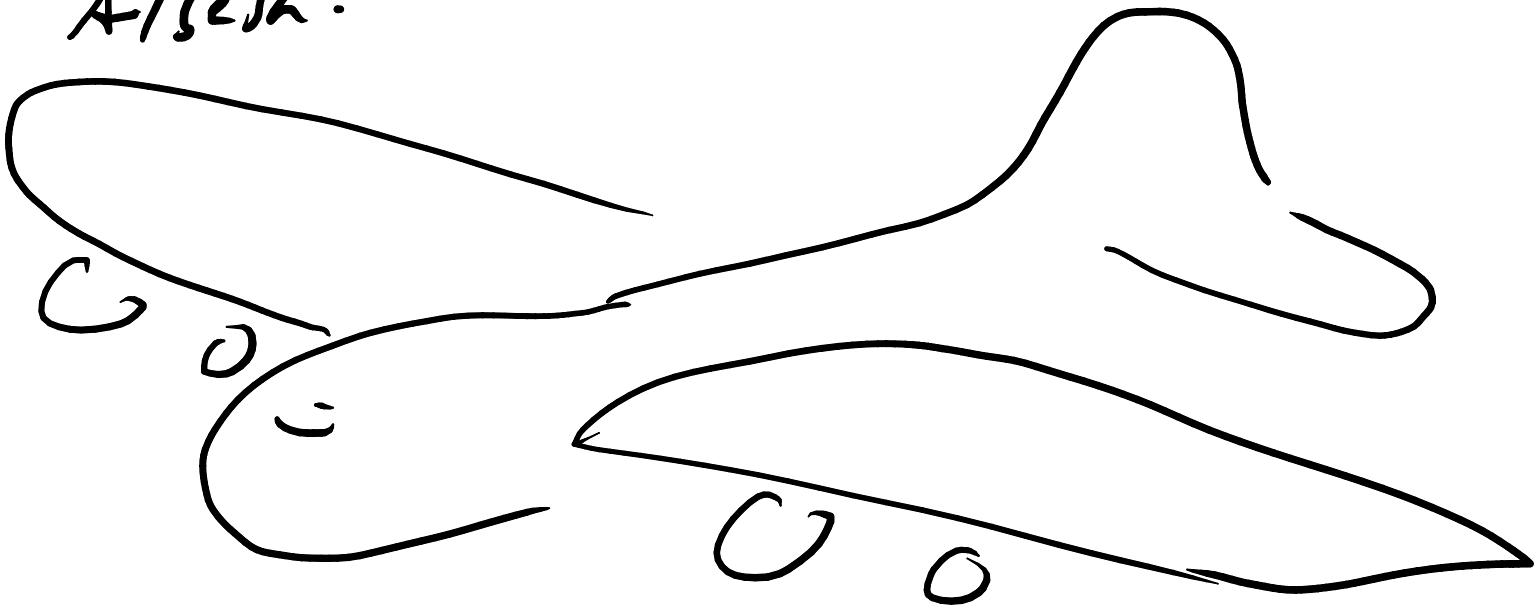
Navier-Stokes Gl.:

$$Re \frac{D\vec{u}_+}{Dt_+} = -\nabla_+ p_+ + \Delta_+ \vec{u}_+ + \vec{h}_+$$

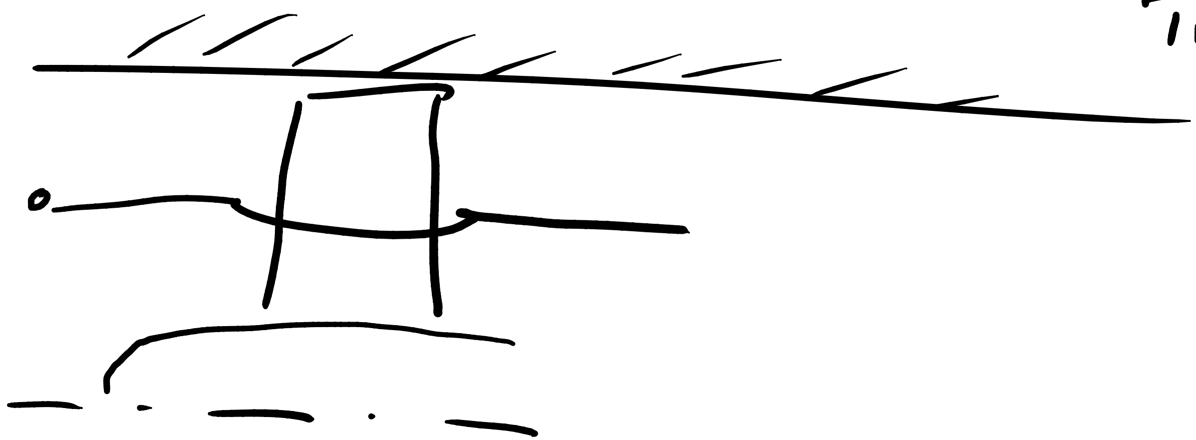
$$\sim \frac{\text{Trägheit}}{\text{Visk.}}$$

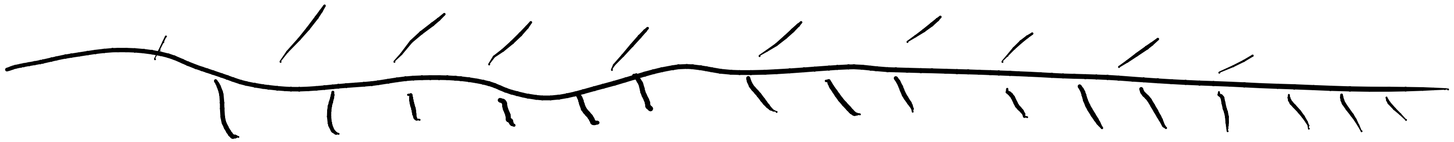
	A-Rand	Innen
Viskos	Stokessche Gl.: $-\nabla_+ p_+ + \Delta_+ \vec{u}_+ = 0$ ☺	$-\nabla_+ p_+ + \Delta_+ \vec{u}_+ + \vec{h}_+ = 0$.
Trägheit	$Re \frac{D\vec{u}_+}{Dt_+} = -\nabla_+ p_+$ Eulergleichung $\Delta \Phi = 0$. ~~Poten~~ Laplace Gl..	

Abheb.



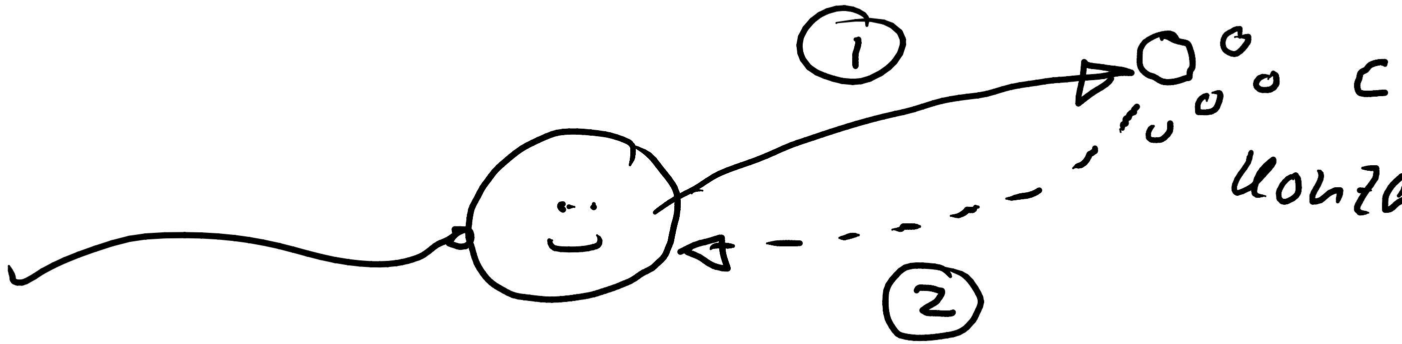
Tauch.





„Dimensionslos Machen" einer Bewegungsgleichung nennt man inspektionelle Dimensionsanalyse (Spurk) oder Methode der Differentialgleichung (Zierep)

Gleiche Vorgänge bei der Stoffbilanz.



$$\text{Konzentration} := \frac{\text{Zahl der Teile}}{\text{Volumeneinheit}}$$

1. Möglichkeit: Mikroorganismus schwimmt zur „Wurst"

$\mapsto$ Konvektiver Transport

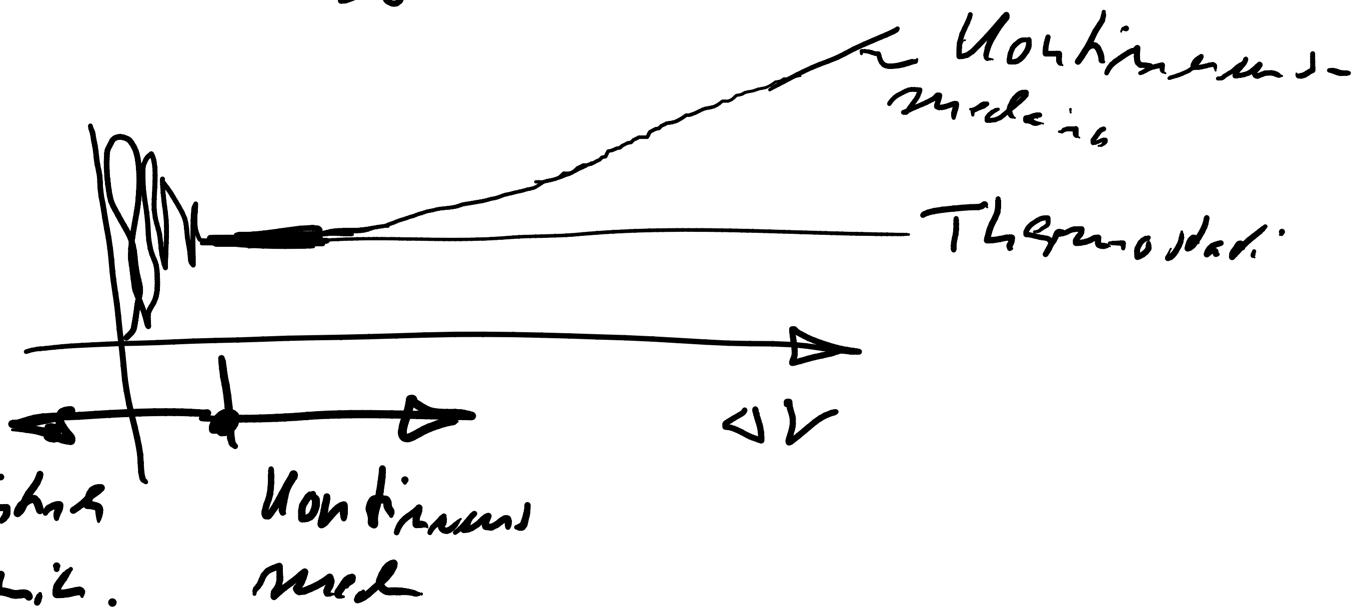
2. Möglichkeit: Mikroorganismus wartet, bis die „Wurst" zu ihm diffundiert.

$\mapsto$ Diffusiver Transport.

N Zahl der Teilchen

$$c := \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta V}$$

$$\rho := \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}$$



$$\varepsilon := \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta V_{void}}{\Delta V}$$ Porosität.

~~Die Anzahl der Teilchen~~

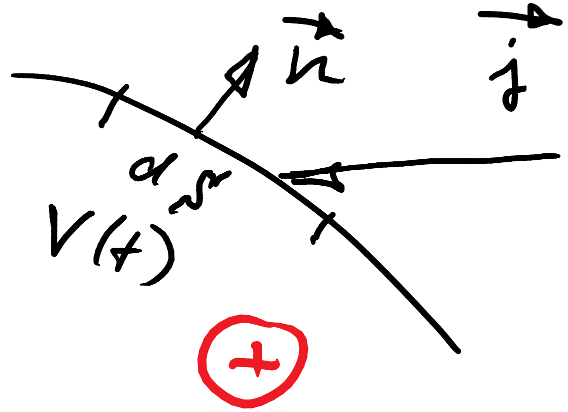
Die zeitliche Änderung der Teilchenzahl in einem materiellen Volumen ist gleich dem Stoffstrom über die Oberfläche plus der Produktionsrate im Volumen.

$$\frac{DN}{Dt} = \dot{J} + \dot{R}$$

Erfahrungssatz = Axiom

$$N = \int_{V(t)} c \, dV \qquad dN = c \, dV$$

$$\dot{J} = -\oint \vec{j} \cdot \vec{n}\, dS$$



$\vec{j}$ Stoffstromvektor

$$\dot{R} = \int_V r\, dV$$

r Produktionsrate pro Volumeneinheit

<u>Integrale Formulierung der Stoffbilanz</u>

$$\frac{D}{Dt}\int_{V(t)} c\, dV = -\oint_S \vec{j} \cdot \vec{n}\, dS + \int_V r\, dV .$$