

## 2.2.1 Differential-Gleichung des dynamischen Blasenverhaltens (4/6)



### 4.) Berücksichtigung weiterer Einflüsse

#### a.) Viskosität $\mu_{FL}$ (nur an der Blasenwand)

Zusatzterm: 
$$-\Delta p_{Rbg} = 4 \cdot \mu_{FL} \cdot \frac{\dot{R}}{R}$$

$$\Rightarrow \Delta \bar{p} = p_v + p_G - \underbrace{\frac{2\tau}{R}}_{\Delta p_{Kr}} - \underbrace{4\mu_{FL} \cdot \frac{\dot{R}}{R}}_{\Delta p_{Rbg}} - p_\infty$$

#### b.) Verdampfungsenthalpie $\hat{r}$

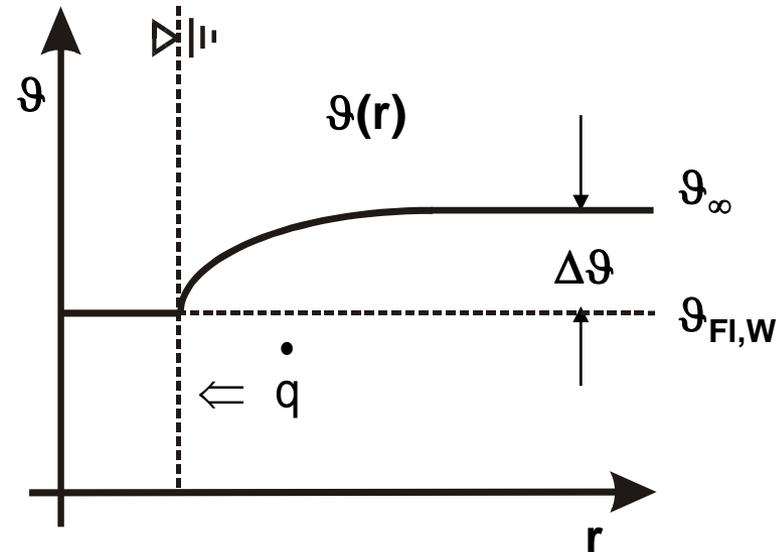
Zusatzterm: 
$$\Delta p_v = \frac{dp_v}{d\vartheta} \Delta \vartheta$$

aus Gesetz von CLAUSIUS-CLAPEYRON: 
$$\frac{dp_v}{d\vartheta} = \frac{\hat{r}}{\vartheta(v_v - v_{Fl})} \approx \frac{\hat{r}}{\vartheta \cdot v_v} \approx \frac{\hat{r} \cdot p_v}{R_v \cdot \vartheta^2}$$

## 2.2.1 Differential-Gleichung des dynamischen Blasenverhaltens (5/6)



### Wärmebilanz



$$\dot{q} = \begin{cases} = \hat{r} \cdot \rho_V \cdot \dot{V}_{BI} \\ = \lambda_{FL} \cdot \left( \frac{d\Theta}{dr} \right)_W \cdot 4\pi R^2 \\ = \frac{d}{dt} \int_R^{\infty} \rho_{FL} \cdot c_{FL} \cdot \Theta \cdot 4\pi r^2 dr \end{cases}$$

Wärmestromdichte für die Verdampfung/  
Kondensation an der Blasenwand

Wärmestromdichte Durch Leitung

Änderung der inneren Energie der Flüssigkeit

## 2.2.1 Differential-Gleichung des dynamischen Blasenverhaltens (6/6)



### c.) Kompressibilität der Flüssigkeit

Schallgeschwindigkeit  $a = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s}$

Annahme:  $\dot{R} \ll a$

$$\left(1 - \frac{\dot{R}}{a}\right) \cdot R \cdot \ddot{R} + \left(1 - \frac{\dot{R}}{3a}\right) \cdot \frac{3}{2} \cdot \dot{R}^2 = \left(1 + \frac{\dot{R}}{a}\right) \cdot \frac{1}{\rho_\infty} \cdot \tilde{\Delta p} + \frac{R}{a} \left(1 - \frac{\dot{R}}{a}\right) \cdot \frac{1}{\rho_\infty} \cdot \frac{d(\tilde{\Delta p})}{dt}$$

mit:  $\tilde{\Delta p} = p_v(\vartheta_\infty) + \Delta p_v + p_G - \Delta p_{kr} - \Delta p_{Rbg} - p_\infty$

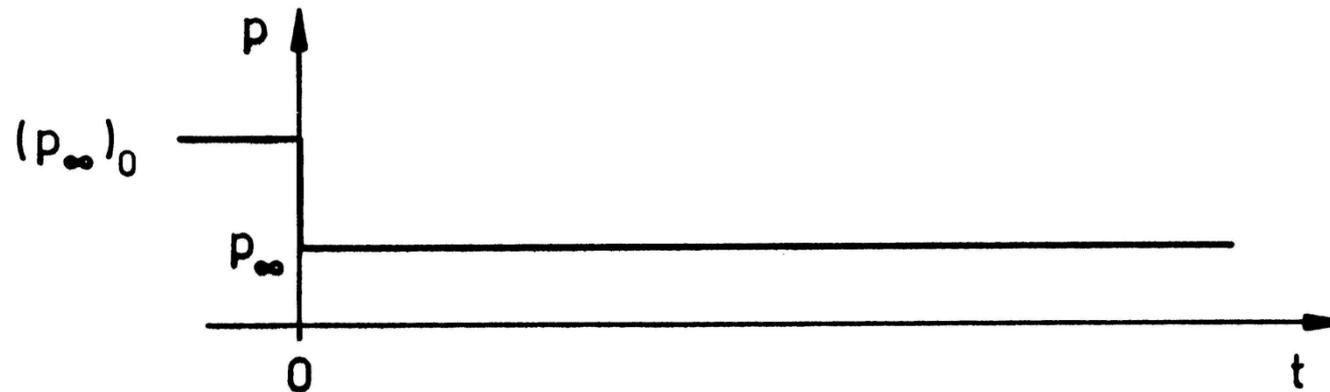
## 2.2.2 Dynamische Stabilitätsgrenze von Kavitationskeimen

(1/3)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Sprungfunktion des Druckes zum Zeitpunkt  $t = 0$  von  $(p_\infty)_0$  auf  $p_\infty$



Betrachtet werden unterschiedlich große Werte von  $R_0 = R(t \leq 0)$

$$(p_\infty)_0 = 1 \text{ bar}$$

$$p_\infty - p_v = -0,0034 \text{ bar}$$

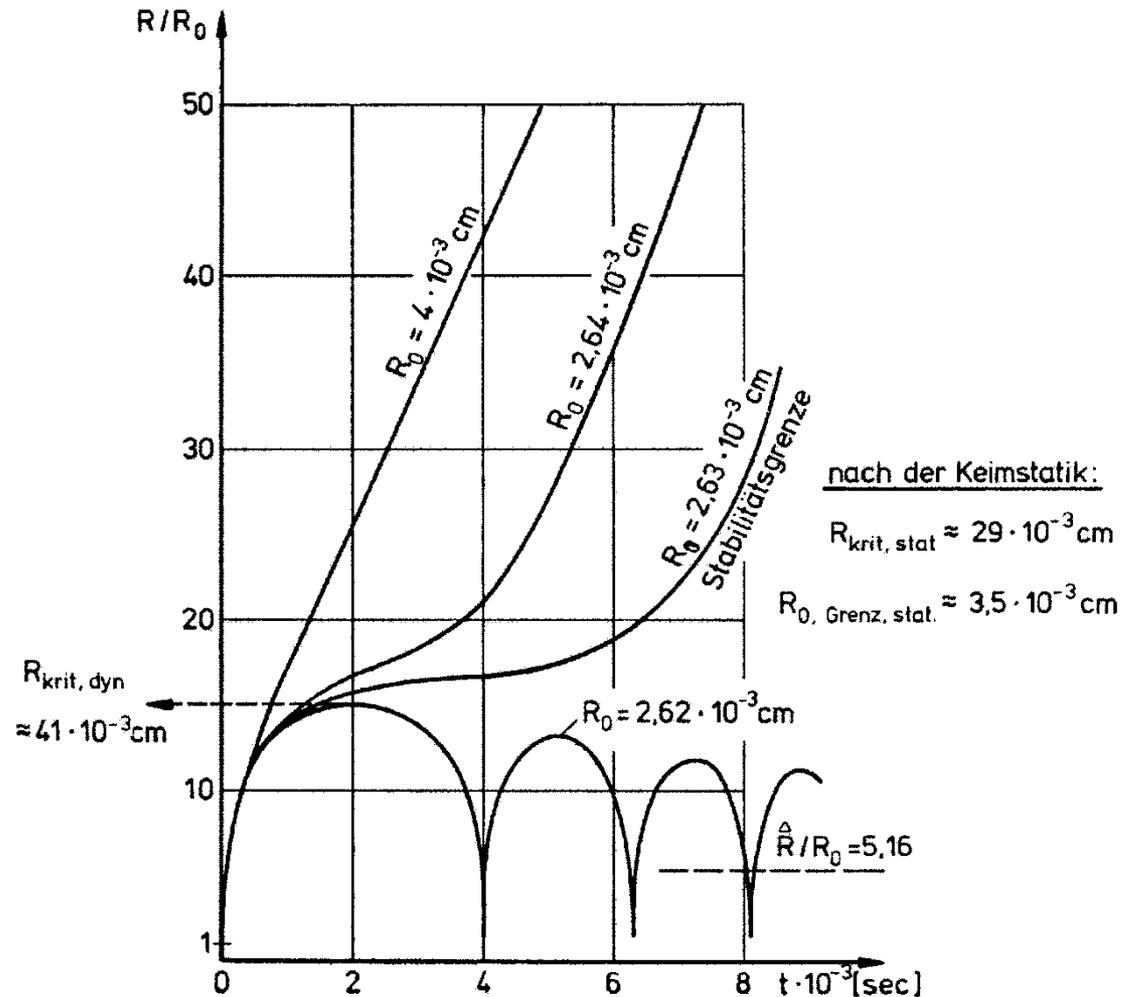
$$p_\infty = 0,02 \text{ bar}$$

## 2.2.2 Dynamische Stabilitätsgrenze von Kavitationskeimen

(2/3)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



## 2.2.2 Dynamische Stabilitätsgrenze von Kavitationskeimen

(3/3)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

### Ergebnisse:

1.)  $R_0 < R_{0,Grenz}$ :

abklingende, nichtlineare Schwingung mit neuem GG-Radius  $\hat{R} > R_0$  der für  $t \rightarrow \infty$  erreicht wird.

2.)  $R_0 \geq R_{0,Grenz}$ :

Übergang in die asymptotische Lösung mit  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{R} = \text{const}$

3.)  $R_0 = R_{0,Grenz}$ :

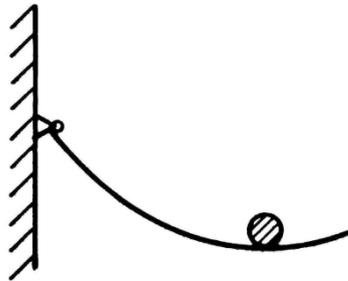
kritischer Zustand bei dynamischen Keimverhalten (Wendepunkt mit  $\dot{R} = 0$ )

4.) Es ist  $R_{\text{krit,dyn}} > R_{\text{krit,stat}}$ , jedoch  $R_{0,Gr,dyn} < R_{0,Gr,stat}$

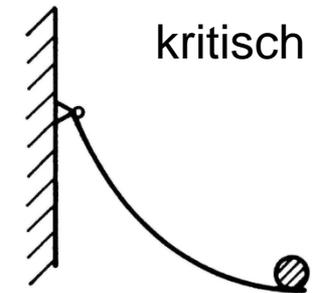
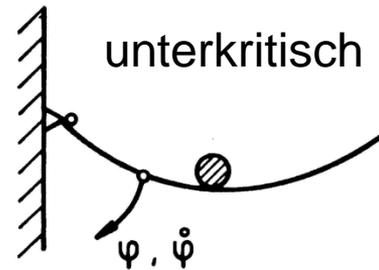
Anschauliche Deutung des Unterschieds zwischen Stabilitätsgrenze bei quasistatischer bzw. dynamischer Druckabsenkung: **Analogie aus Mechanik**

## 2.2.3 Mechanische Analogie zum kritischen Blasen Zustand

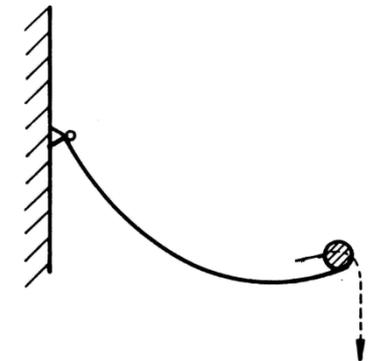
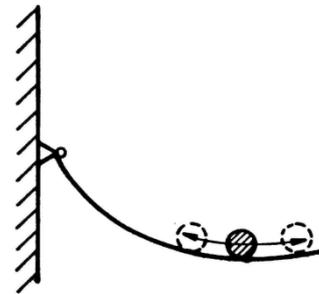
Ausgangszustand „0“



1.) quasistatische Änderung:  $\dot{R} \approx 0 \rightarrow$  hier:  $\dot{\varphi} \approx 0$



2.) Änderung mit Trägheitseinfluss

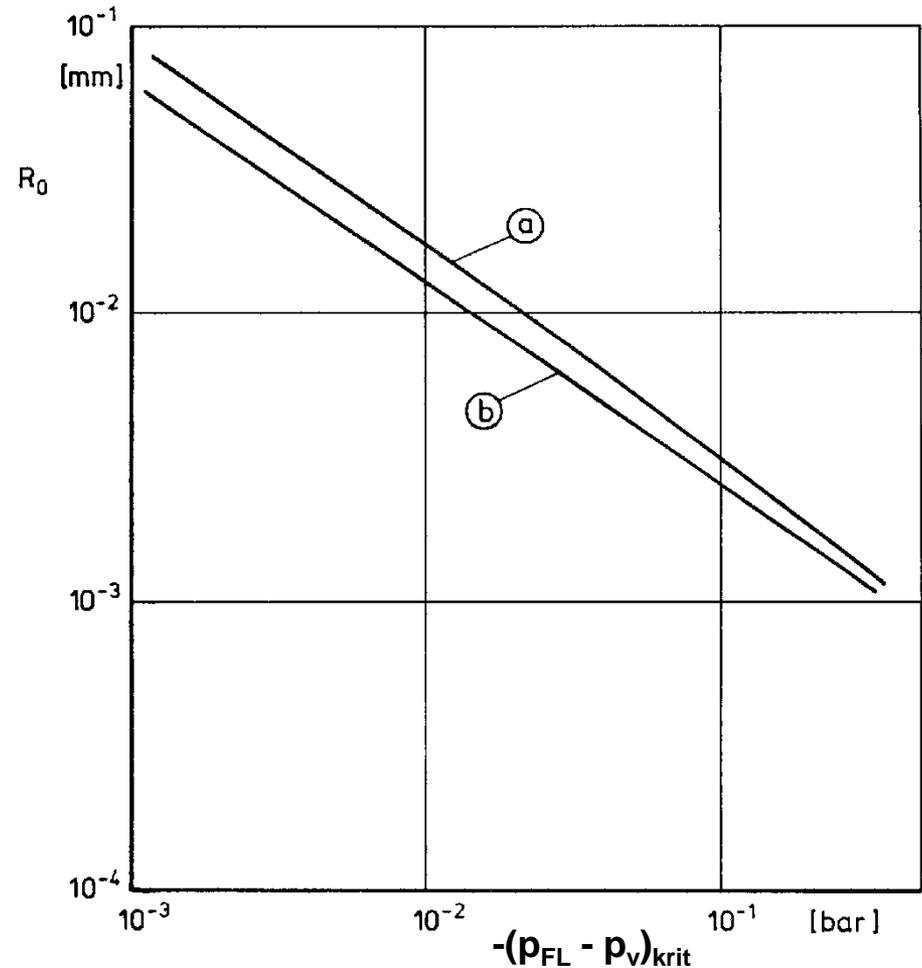


## 2.2.4 Kritischer Druck in Abhängigkeit vom Anfangs-Keimradius

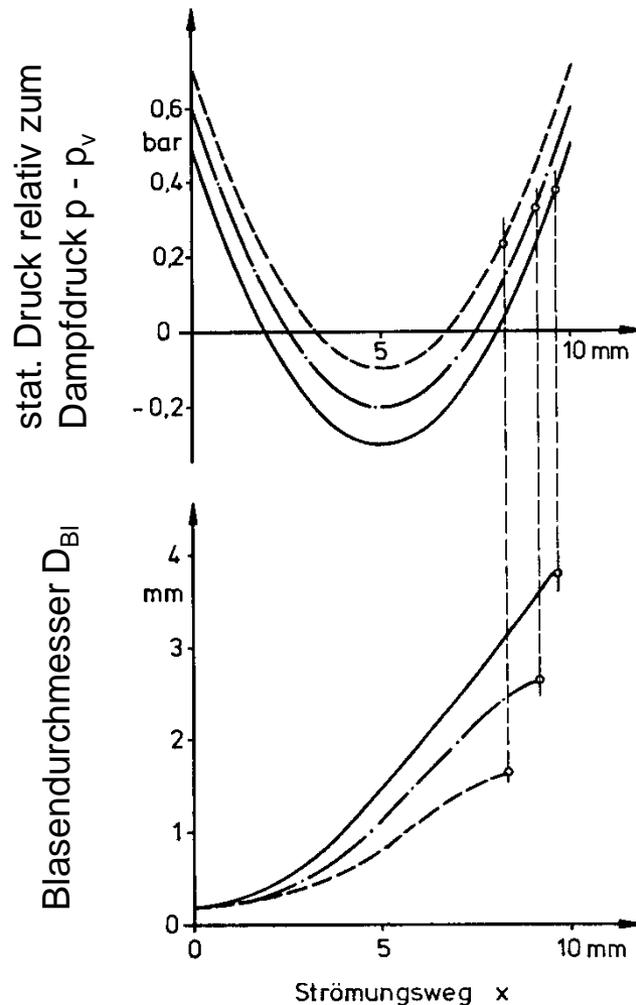
$p_0 = 1 \text{ bar}$ ;  $\vartheta = 20 \text{ °C}$

- a.) Keimwachstum quasi-statisch
- b.) Keimwachstum dynamisch  
(bei sprungartiger Druckänderung)

⇒ für technische Belange  
quasi-statische Betrachtung  
ausreichend



## 2.2.5 Berechnetes Blasenwachstum in einer Unterdruck-Zone



$$D_{BI,0} = 0,2 \text{ mm}; c_0 = 10 \text{ m/s}$$

### Ergebnisse:

- 1.) Für  $R_0 = \text{const}$  werden unterschiedliche  $R_{\text{max}}$ -Werte erreicht.
- 2.)  $x(R = R_{\text{max}})$  befindet sich bei  $p > p_v$
- 3.) Nach gewisser Wachstumszeit ist die erreichte absolute Blasengröße  $R$  weitgehend unabhängig von  $R_0$

## 2.2.6 Blasen-Implosion

(1/6)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

### Erste Theorie von Lord RAYLEIGH (1917)

- Annahmen:
- $p_G = 0$
  - $\tau = 0$
  - $\mu_{Fl} = 0$
  - $\rho_{Fl} = \text{const}$
  - $\vartheta = \text{const}$
  - $p_\infty = \text{const} > p_v$

$$t = 0: R = R_{\max}, \quad \dot{R} = \ddot{R} = 0$$

$$\Rightarrow \dot{R} = -\sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{p_\infty - p_v}{\rho_{Fl}} \cdot \left[ \left( \frac{R_{\max}}{R} \right)^3 - 1 \right]}$$

$$R_{\min} = 0$$

$$t_{\text{Impl}} = 0,915 \cdot R_{\max} \sqrt{\frac{\rho_{Fl}}{p_\infty - p_v}}$$

### Beispiel

$$p_\infty = 1 \text{ bar}, \quad \vartheta = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\rho_{Fl} = 10^3 \text{ kg/m}^3, \quad R_{\max} = 1 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow t_{\text{Impl}} = 9,3 \cdot 10^{-5} \text{ s} = 93 \text{ } \mu\text{s}$$

## 2.2.6 Blasen-Implosion

(2/6)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Verbesserte Beschreibung mit:

- $\mu_{Fl} = 0$
- $\rho_{Fl} = \text{const}$
- $\Delta p_v = 0$

jedoch:

- $p_G \neq 0$ ,  $p_G = p_{G,A}$  bei  $R = R_{\max}$
- $\tau \neq 0$

ergibt **ungedämpfte, nicht-lineare Blasenschwingung** mit

-  $R_{\min} > 0$

-  $R_m$  aus 
$$p_\infty - p_v = p_{G,A} \left( \frac{R_{\max}}{R_m} \right)^{3n} - \frac{2 \cdot \tau}{R_m}$$

$n = 1$ : isotherm

$n = \kappa$ : adiabat

- Eigenfrequenz

$$\omega_e = \frac{1}{R_m} \sqrt{\frac{3n \cdot (p_\infty - p_v) + (3n - 1) \cdot \frac{2 \cdot \tau}{R_m}}{\rho_{FL}}}$$

## 2.2.6 Blasen-Implosion

(3/6)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

### Beispiel:

$$\begin{aligned}p_{\infty} &= 1 \text{ bar} \\ \vartheta &= 20 \text{ °C} \\ R_{\max} &= 1 \text{ mm} \\ p_{G,A} &= 0,01 \text{ bar}\end{aligned}$$

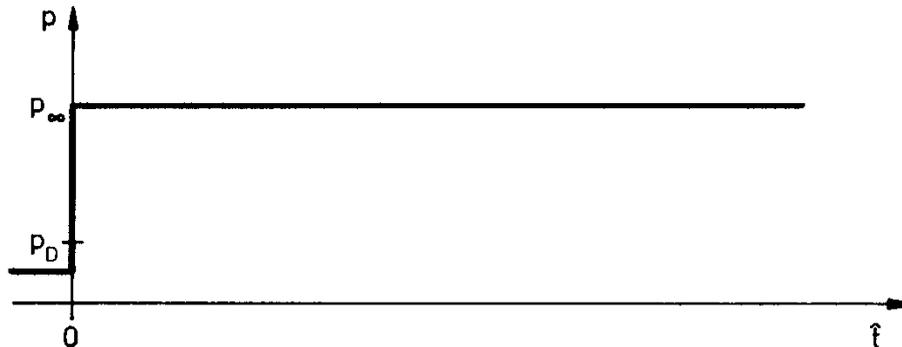
### a.) isotherm:

$$\begin{aligned}R_m &= 0,215 R_{\max} \\ \omega_e &= 79,8 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1} \\ f_e &= 12,7 \text{ kHz}\end{aligned}$$

### b.) adiabat ( $\kappa = 1,4$ ):

$$\begin{aligned}R_m &= 0,335 R_{\max} \\ \omega_e &= 60,6 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1} \\ f_e &= 9,6 \text{ kHz}\end{aligned}$$

## 2.2.6 Blasen-Implosion

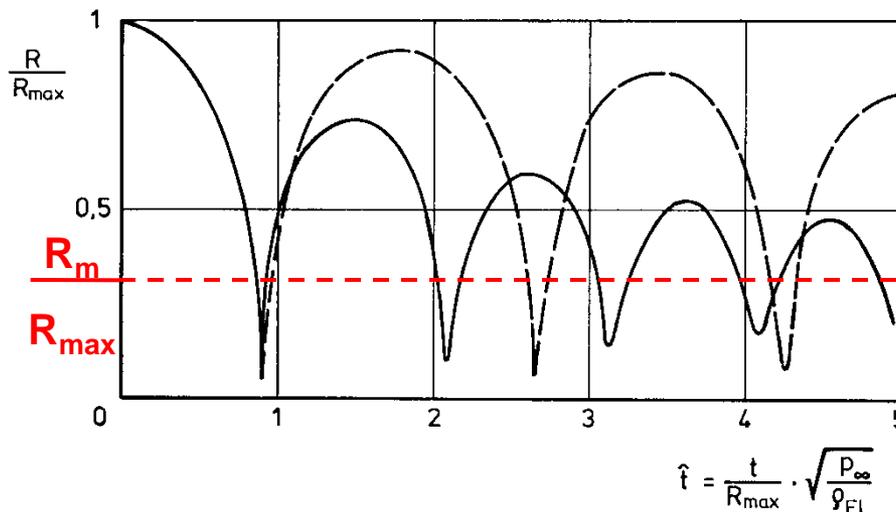


### Zeitlicher Druckverlauf

$p_\infty = 1 \text{ bar}$ ;  $p_v = 0,0234 \text{ bar}$

$p_{G,A} = 0,01 \text{ bar}$ ;  $R_0 = 10^{-2} \text{ mm}$

adiabat  $\kappa = 1,4$ ;  $R_m/R_{\max} = 0,3$



### Zeitlicher Blasengrößenverlauf

----- Flüssigkeit inkompressibel

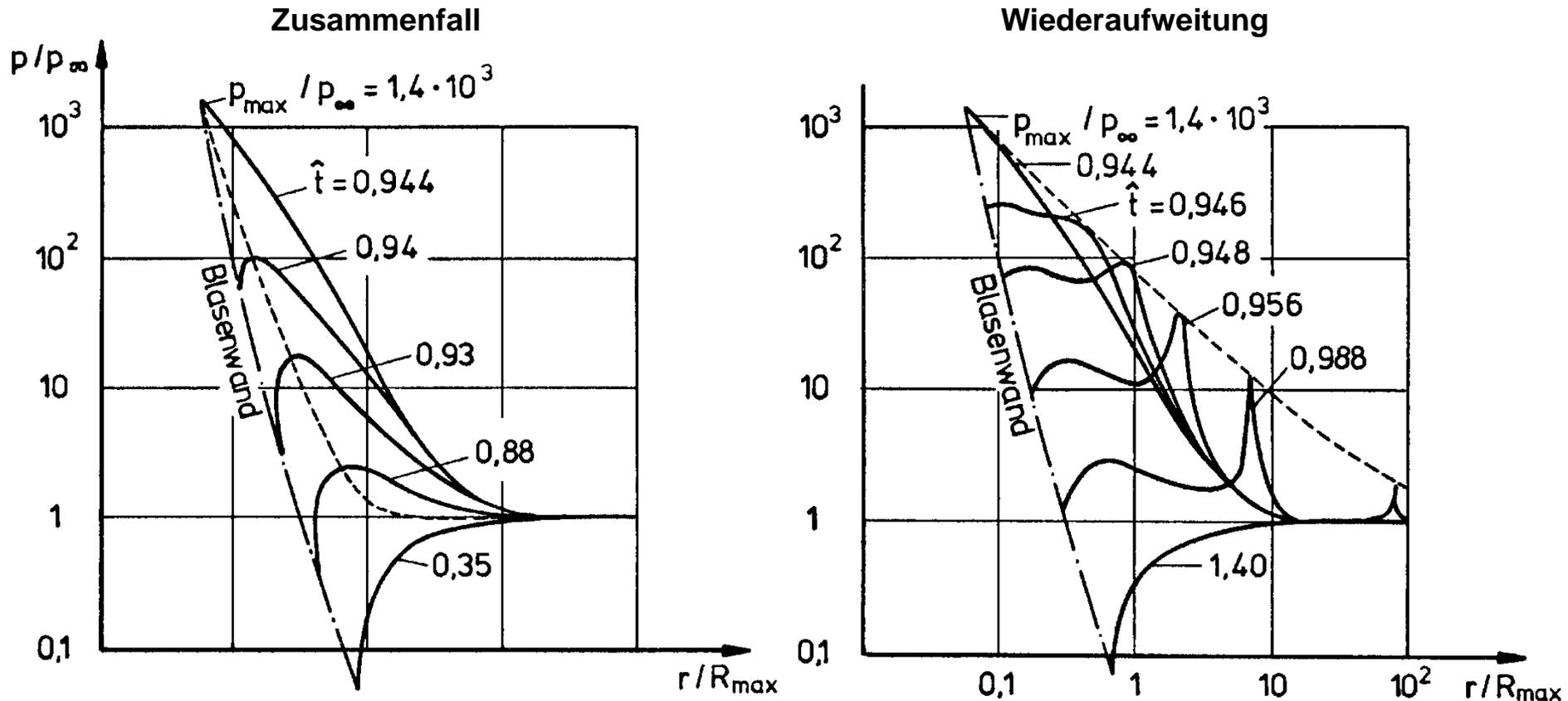
———— Flüssigkeit kompressibel

## 2.2.6 Blasen-Implosion

(5/6)

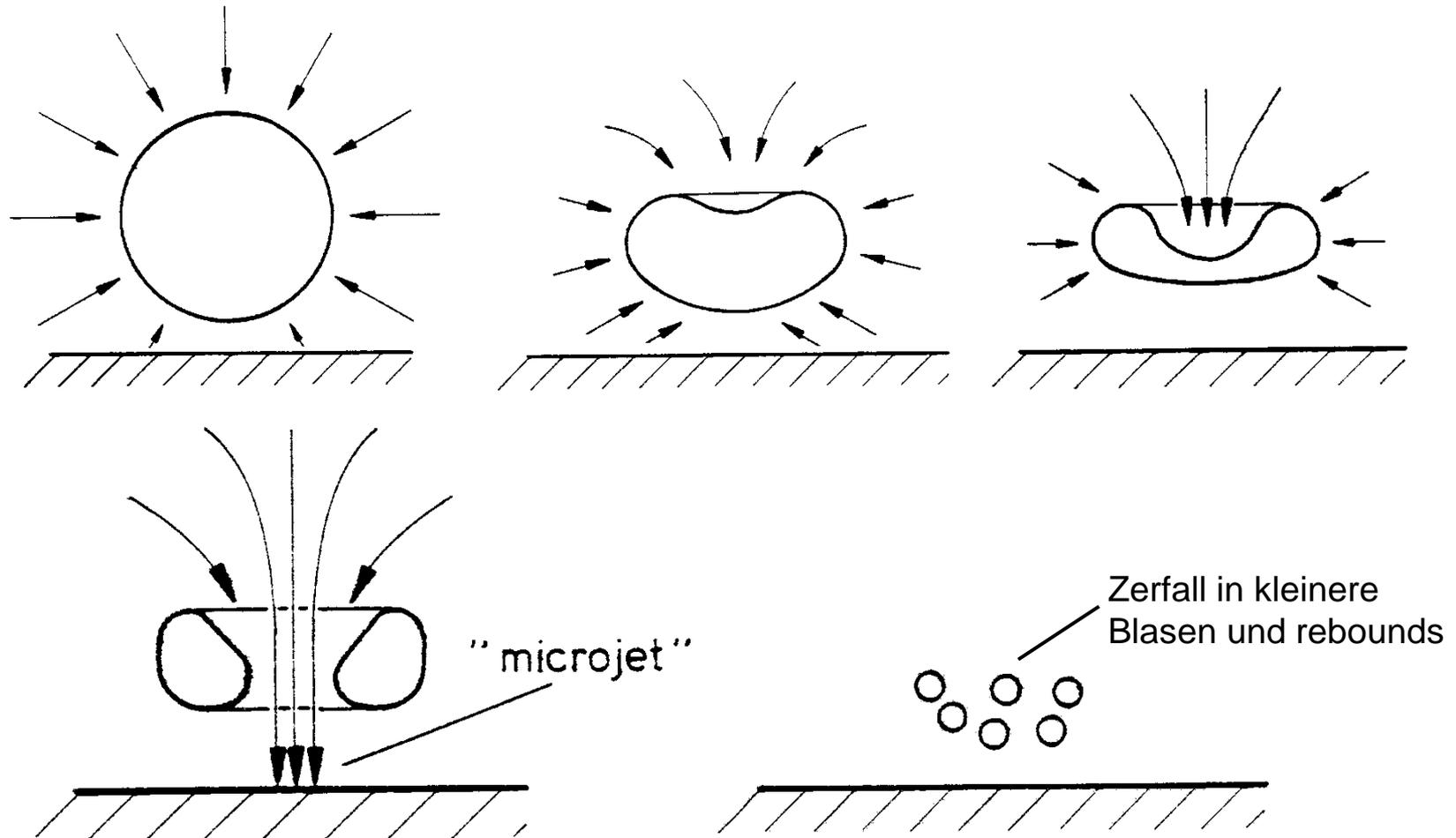


TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



$p_{\infty} = 0,703 \text{ bar}$ ,  $\vartheta_{\infty} = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $p_{G,A} = 0,007 \text{ bar}$ ,  $R_{\max} = 1 \text{ mm}$

## 2.2.6 Blasen-Implosion

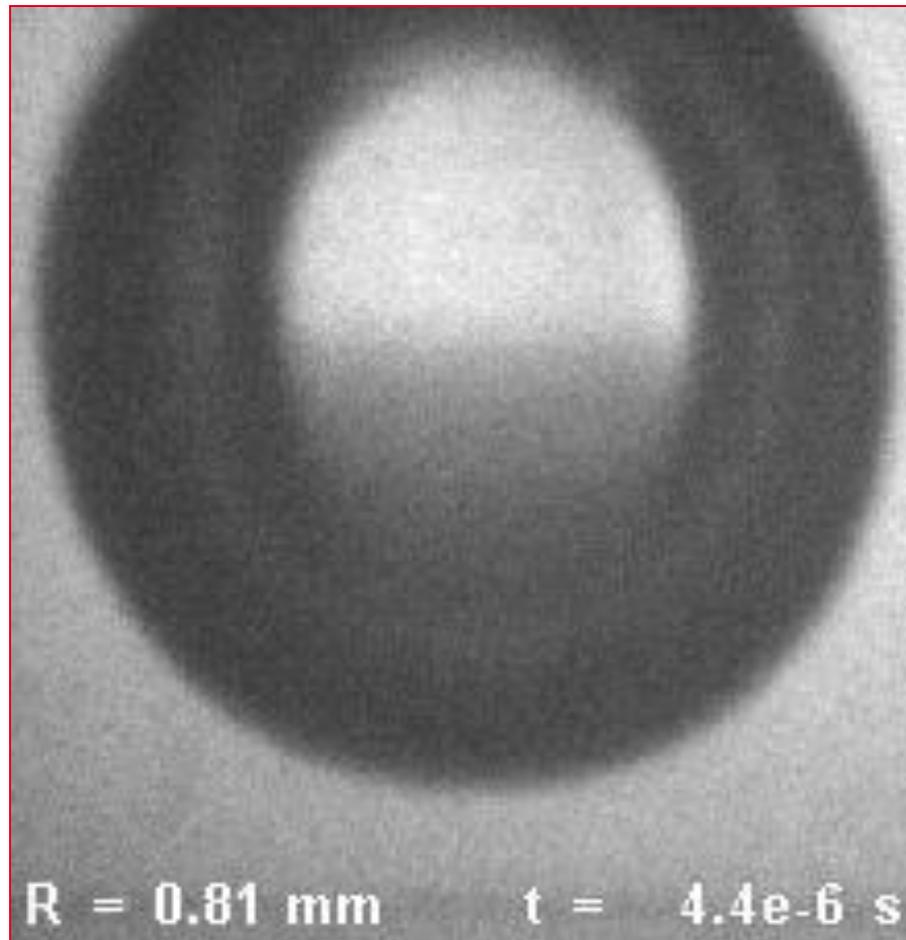


## 2.2.6 Einzelblasenkollaps

(1/2)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



## 2.2.6 Einzelblasenkollaps

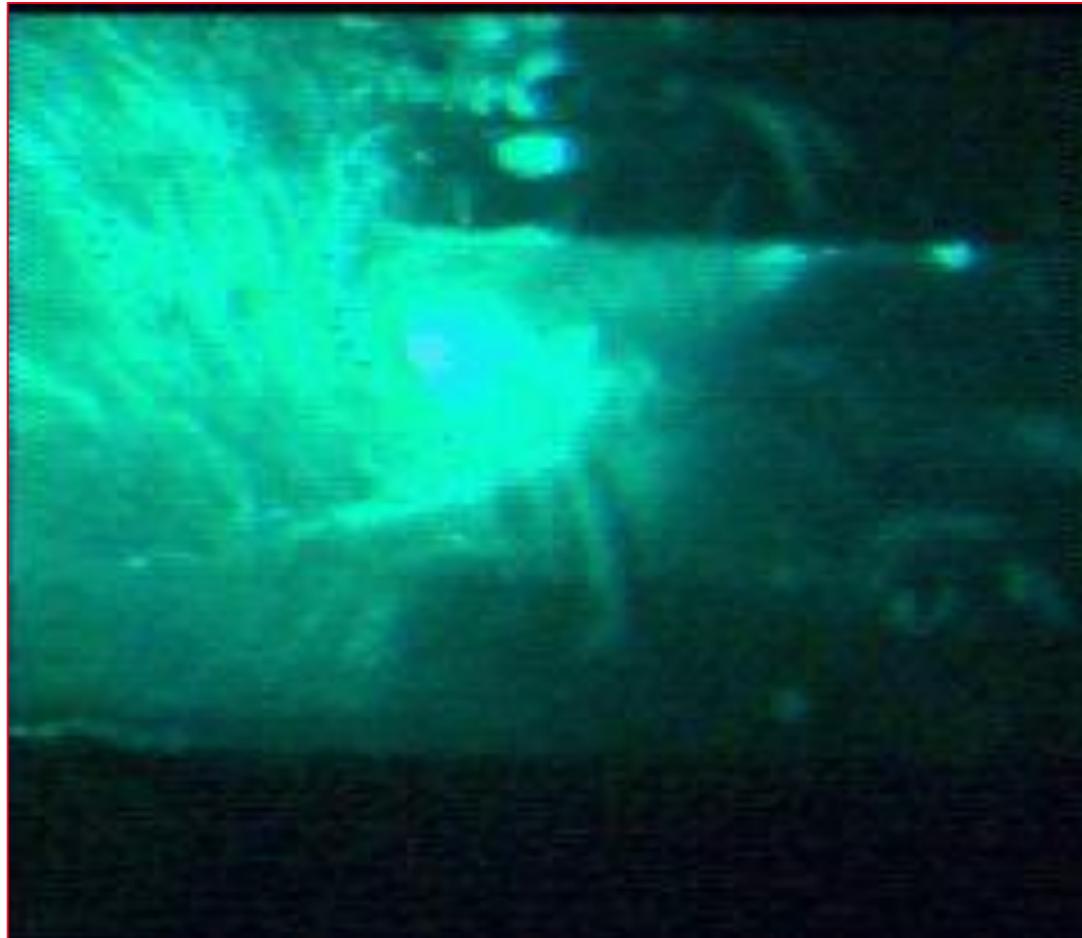
(2/2)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



## 2.2.6 Kavitation an einem „ratternden“ Druckbegrenzungsventil



# Inhaltsübersicht zum Kapitel 3 „Untersuchungen zum Kavitationsbeginn“



## 3.1 Einleitung

## 3.2 Physikalische Einflussgrößen auf den Kavitationsbeginn

### 3.2.1 Flüssigkeitseigenschaften

#### 3.2.1.1 Keimgehalt

#### 3.2.1.2 Zugfestigkeit

### 3.2.2 Art der Feststellung

### 3.2.3 „Wirkdauer“ $\Delta t$ von $p_i$

### 3.2.4 Hydrodynamische Einflüsse

#### 3.2.4.1 Potentialtheoretische Druckverteilung

#### 3.2.4.2 Reibungseffekte

## 3.3 Empirische Ansätze von Keller für die hydrodynamische Maßstabeffekte

### 3.3.1 Geschwindigkeitseinfluss

### 3.3.2 Größeneinfluss

### 3.3.3 Einfluss der Turbulenz