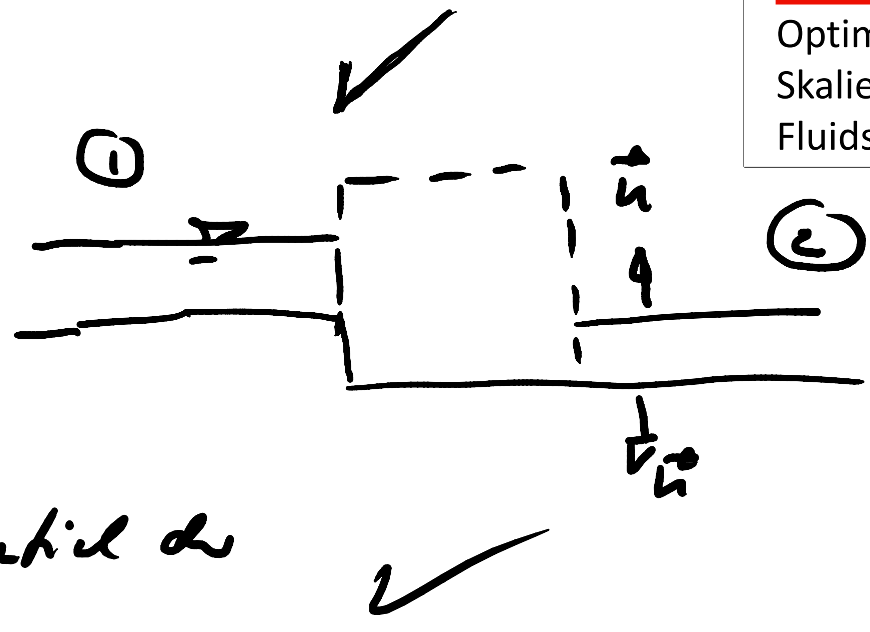
Ernte faktor (Coefficient of Performance)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Optimierung und Skalierung von Fluidsystemen

1. HS für ein Gerät

① $\overline{\frac{\partial}{\partial t}} = 0$

② 1, 2 ist die Strömung ausgeglichen



③ $\vec{q} = -\nabla \psi$ $\quad \psi$ ist das Potential der spezifischen Scherung.

④ $\vec{q} \cdot \vec{n} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \approx 0$ an S

$$\underbrace{\int_{A_1, A_2} \rho\left(\frac{u^2}{2} + e\right) \vec{u} \cdot \vec{n} \, dS}_{1.} = \underbrace{\int_{S_W} \vec{t} \cdot \vec{u} \, dS}_{\text{Wellenleistung}} + \underbrace{\int_{A_1, A_2} -p \, \vec{n} \cdot \vec{u} \, dS}_{2.} +$$

$$+ \underbrace{\int_V -\rho \nabla \psi \cdot \vec{u} \, dV}_{3.} - \oint_S \vec{q} \cdot \vec{n} \, dS .$$

$$\underbrace{\vec{q} = -\lambda \nabla T}_{4.} \approx 0 \text{ an } S$$

Leistung der Volumenkraft $\rho \vec{g}$ an der Flüssigkeit.

$$\int_V -\rho \nabla\psi \cdot \vec{u}\, dV \underset{\text{Produktregel}}{=} \int_V -\nabla\cdot(\rho\psi\vec{u})\, dV + \cancel{\int_V \psi \underbrace{\nabla\cdot(\rho\vec{u})}_{= -\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \text{ für } \frac{\partial}{\partial t} = 0.}\, dV} = \oint_S -\rho\psi\vec{u}\cdot\vec{n}\, dS$$

$$= \vec{n}\cdot(\;)\, dS$$

Gauß

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\vec{u}) \overset{!}{=} 0$$

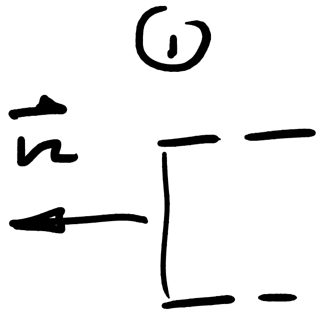
Kontinuität in differentieller Form.

$$\int_{A_1, A_2} \rho \Big(\underbrace{\frac{u^2}{2} + e + \frac{p}{\rho} + \psi}_{h_t \ \text{Totalenthalpie}} \Big) \vec{u} \cdot \vec{n} \, dS = \underbrace{\int_{S_W} \vec{t} \cdot \underbrace{\vec{u}}_{= \, r \Omega \vec{e}_\varphi} dS}$$

$$\vec{M}_W \cdot \vec{\Omega} := -P_T$$

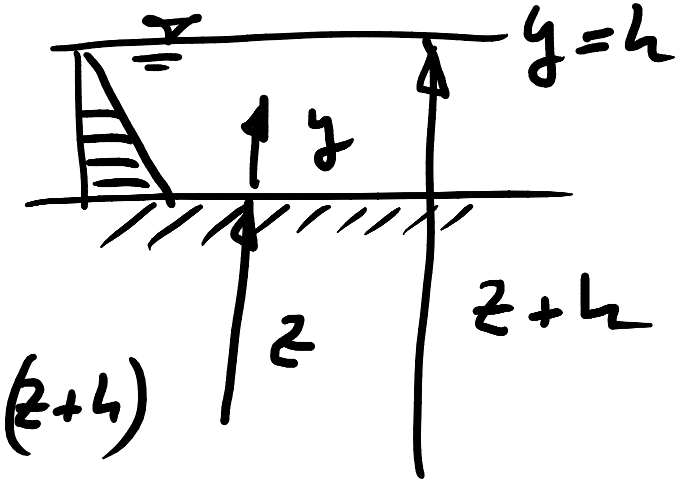
$$+ \dot{Q}$$

Definition, die nur hier sinnvoll ist.



Speziell bei offenen Gerinnen

$$\left. \begin{aligned} \psi &= g(z+y) \\ \frac{p}{\rho} &= (h-y)\, g \end{aligned} \right\} + = g(z+h)$$



Definition

$$P_T := -\int_{S_W} \vec{u}\cdot\vec{t}\,dS := \varrho Q g \quad H_T$$

$$H_T := \frac{P_T}{\varrho Q g}$$ Gefälle über die Turbine.

$$h_L := \frac{e_2 - e_1}{g}$$ Zunahme der inneren Energie erfolgt durch Dissipation (Flüssigkeitsreibung)

$$\eta := \frac{1}{1 + h_L / H_T}$$ h_L Verlust an Höhe durch Dissipation.

$$E := h + \frac{u^2}{2g} \qquad \text{„spez. Energie"}$$

$$H := h + \frac{u^2}{2g} + z \qquad \text{„abs. Energie"}.$$

$$\boxed{H_1 - H_2 = H_T + h_L} = \frac{H_T}{z} \;\hat{=}\; \dot m\,(h_{t_2} - h_{t_1}) - P_\rho + \dot Q \qquad \frac{1}{\rho Q g}$$

$$\Longleftrightarrow \int_{A_1, A_2} \rho \underbrace{\left(\frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} + \psi + \underset{= cT}{e}\right)}_{h_t} \vec u \cdot \vec n \, dS = -P_T$$

$$\overline{T} := \frac{1}{Q} \int T u \, dS$$

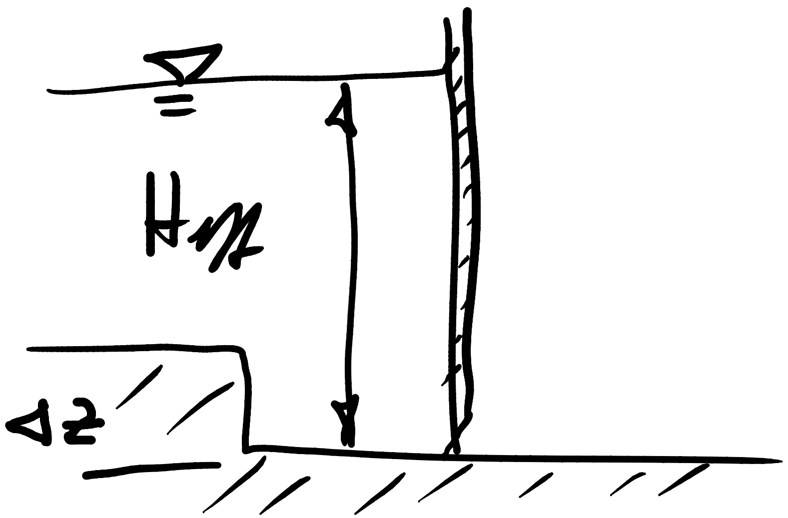
Gerinne Hydraulik

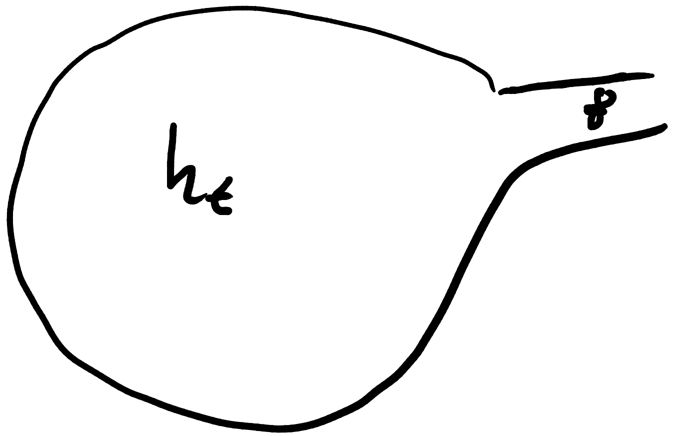
$$H_1 - H_2 = \frac{H_T}{2}$$

$$h_{t2} - h_{t1} = \frac{P_S}{\dot m} + \frac{\dot Q}{\dot m}$$

$+ \dots e_1$

?

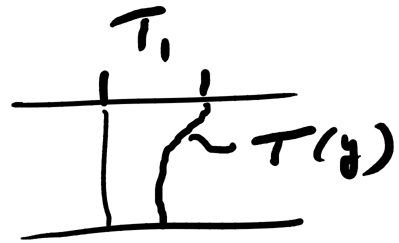




$$E_1 + \Delta z := H_W$$

$e_2 - e_1 = c(T_2 - T_1)$ für ein kalorisch idealen Medium

c spez. Wärmekapazität



$$\eta := \frac{1}{1 + h_v/H_T} \overset{1.\,HS}{=} \frac{H_T}{H_1 - H_2} = 1 - \frac{h_v}{H_1 - H_2} = 1 - \frac{c}{g}\,\frac{\overbrace{\bar{T}_2 - \bar{T}_1}^{\text{Messg.}}}{H_1 - H_2}$$

⊕ kostengünstige und kundenverträgliche Messmethode um den Wirkungsgrad zu bestimmen.

⊖ c ist für Wasser sehr groß so ΔT ist klein → Messgenauigkeit.

⊖ $\bar{T} := \frac{1}{Q}\int T u \, dA$.

$$\frac{P_T}{2} = \rho g \underbrace{q_2 b}_{Q} (H_1 - H_2)$$

$$= \rho g q_2 b \left(H_{eff} - h_2 - \frac{q_2^2}{2 g h_2^2} \right),$$

Sekundär Größe!

mit $H_{eff} = E_1 + (z_1 - z_2)$

$$P_{avail} := 2\left(\frac{2}{5}\right)^{5/2} \varrho\, g^{3/2} H_{ff}^{5/2}\, b$$

$$\frac{C_p(q_+, h_+)}{2} := \frac{P_T/2}{P_{avail}} = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}\right)^{5/2} q_+ \left(1 - h_+ - \frac{1}{2}\frac{q_+^2}{h_+^2}\right)$$

$$h_+ := \frac{h_2}{H_{ff}}$$

$$q_+ := \frac{q_2}{g^{1/2} H_{ff}^{3/2}}$$

Betz.

$$\frac{C_p(u_+)}{2} = \underline{\frac{1}{2}(1-u_+)(1+u_+^2)}\dots$$

$$\frac{d(C_p/2)}{du_+} \overset{!}{=} 0 \leadsto u_+ = \frac{1}{3}$$

Optimaler Betriebspunkt einer Wasserkraftanlage in einer offenen Leitung.

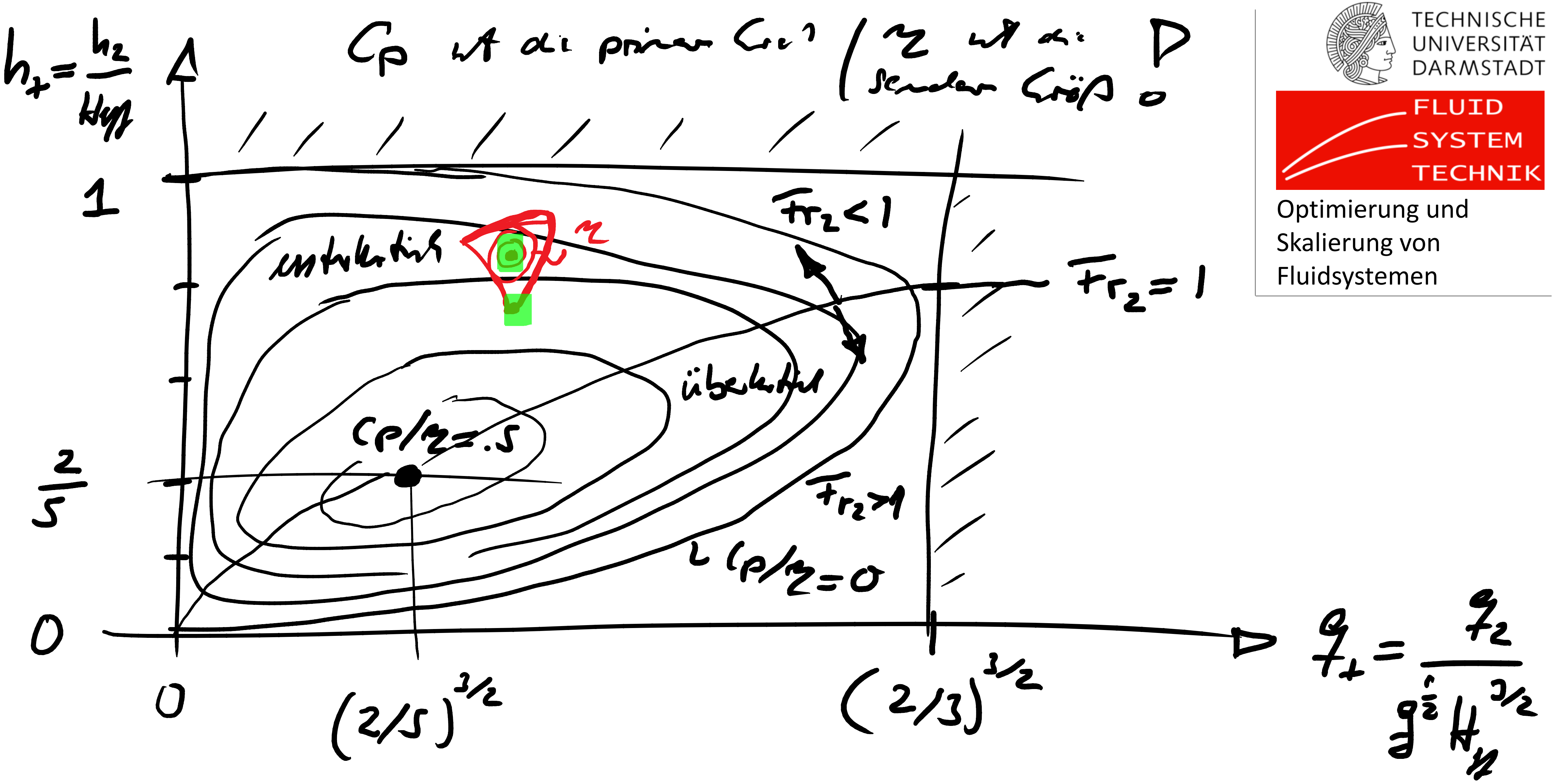
$$\nabla\left(c_p(q_+, h_+)/\eta\right) \overset{!}{=} 0 \quad \text{im Optimum.}$$

$$\hookrightarrow \left.\begin{aligned} h_{+opt} &= \frac{2}{5} \\ q_{+opt} &= \left(\frac{2}{5}\right)^{3/2} \end{aligned}\right\} \quad c_{p,opt} = \frac{1}{2}\eta$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

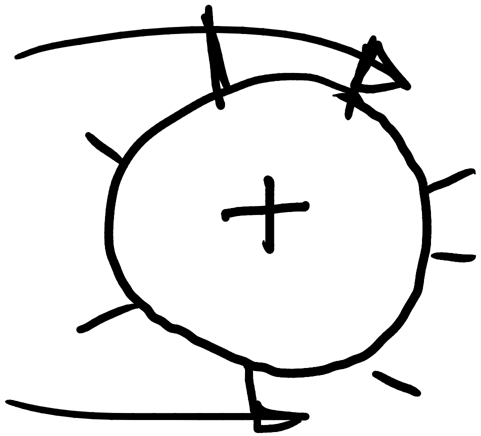
Optimierung und Skalierung von Fluidsystemen



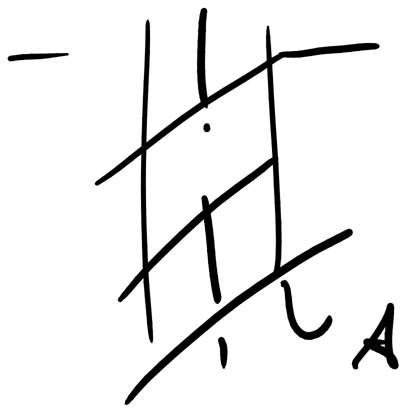
$h_+, Fr_2 \Longleftrightarrow h_+, q_+$

Wasserturbinen oder Wasserkraftmaschinen

1.) Wasserräder ⇝ Hydrostatische Maschinen.

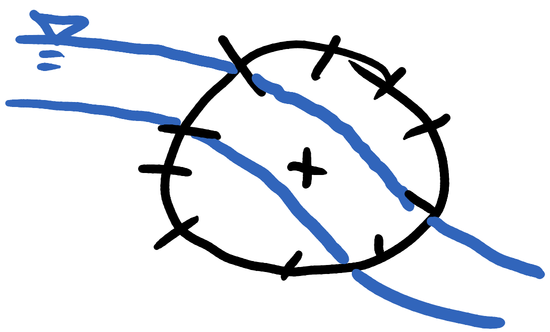


OW



Archimedische Schraube.

UW

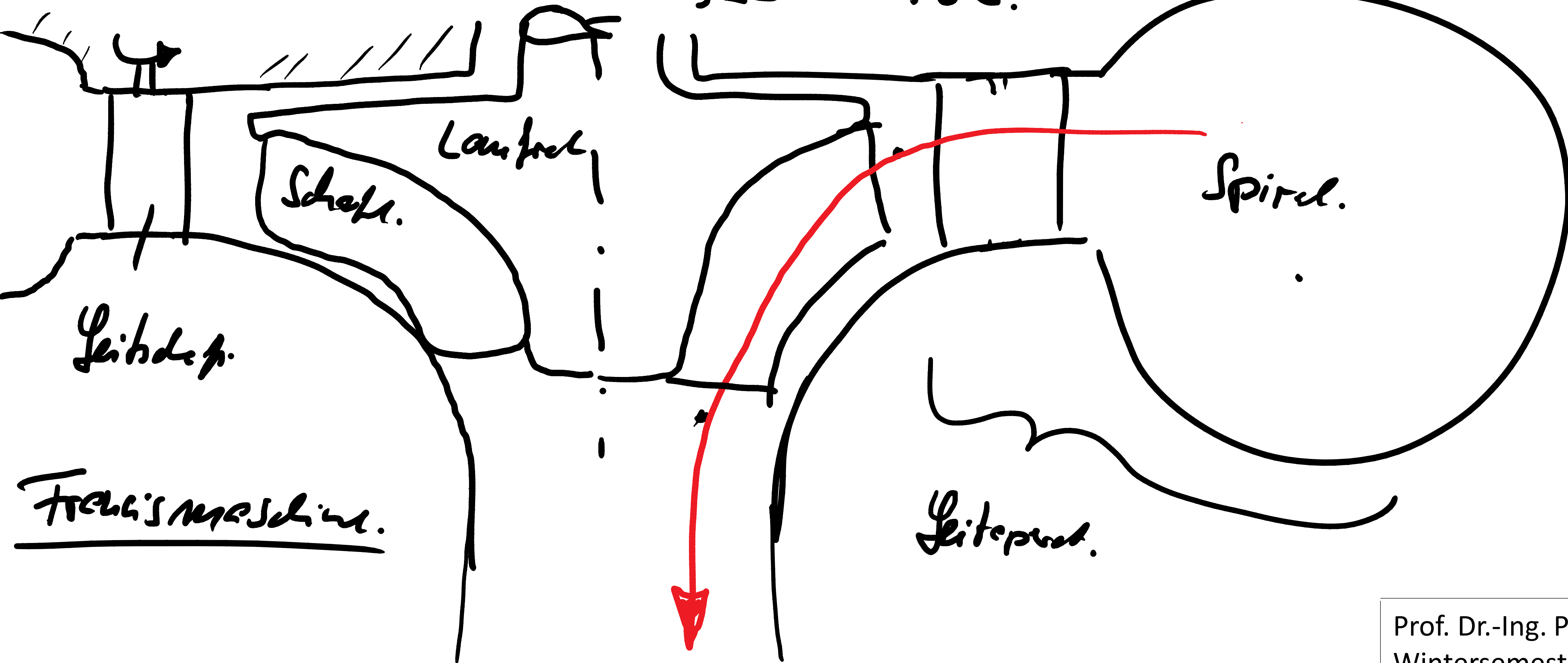


Querstromturbine

2.) Hydrodynamische Maschine

Dralländerung = Moment   Leonard Euler

$M, \vec{\Omega}$ 1756.



Francismaschine.