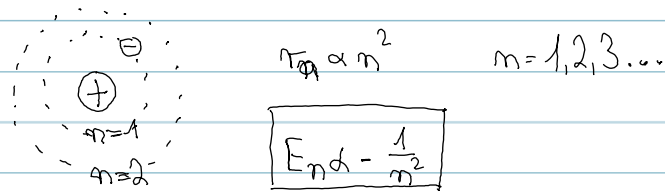


27.11.14 Wiederholung:

(V7) PCB Bohrsches Atommodell



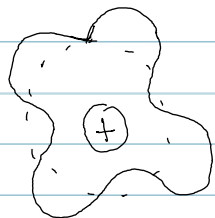
Verzagen Bohrsches Modell:

- 1) H-Atom ist kugelförmig
- 2) He-Spektrum ($2e^-$)
- 3) Molekülspektren
- 4) Chem. Bindung

1926 Heisenberg \rightarrow Matrixmechanik

1926 Schrödinger \rightarrow Wellenmechanik (Beschreibung als Materiewelle)

e^- als stehende Welle



Mathematik zur Quantenmechanik

a) Komplexe Zahlen

enthalten $\sqrt{-1} = i$

allg. $C = A + iB$

Real- Imaginärteil

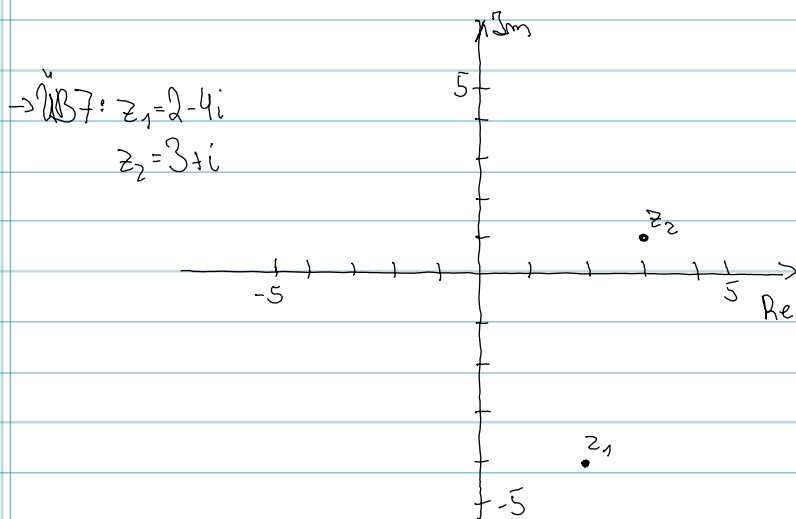
↑
kompl. Zahl

$$C^* = A - iB \text{ konj. kompl. Z. zu } C$$

$$\text{Betrag } |C| = \sqrt{C \cdot C^*} = \sqrt{(A + iB)(A - iB)} = \sqrt{A^2 + \cancel{AiB} - \cancel{iBA} - i^2 B^2} = \sqrt{A^2 + B^2}$$

Betrag einer komplexen Zahl ist immer reell.

Gauß'sche Zahlenebene:



Eulerische Formel: $e^{id} = \cos d + i \sin d$

$$\text{Bsp: } z = e^{i\frac{\pi}{2}} = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = i$$

0 1

$$z^* = e^{-i\frac{\pi}{2}} = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - i \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -i$$

$$|z| = \sqrt{z \cdot z^*} = \sqrt{0 + 1} = 1$$

b) Operatoren = Rechenvorschriften

z.B. im \mathbb{R} ist $\frac{d}{dx}$ Operator

$$\frac{d}{dx} x^2 = \frac{d}{dx} x^2$$

→ ÜB 7: wende $\frac{d}{dx}$ auf $\exp(-ax^2)$ an!

$$\frac{d}{dx} (e^{-ax^2}) = -2ax e^{-ax^2}$$

c) Eigenwertgleichung:

$$\hat{P}(x) f(x) = p \cdot f(x)$$

↑ ↑ ↑
Operator Eigenfunkt. Eigenwert

1. Bsp: $\hat{P}(x) = \frac{d^2}{dx^2}$ $f(x) = \sin ax$

$$f'(x) = a \cos ax \quad f''(x) = -a^2 \sin ax$$

$$\underbrace{\frac{d^2}{dx^2}}_{\hat{P}(x)} \underbrace{(\sin ax)}_{f(x)} = \underbrace{-a^2}_{p} \underbrace{(\sin ax)}_{f(x)}$$

2. Bsp: Schrödingeragl

$$\hat{H}\Psi = E\Psi$$

↑ ↑ ↑
Hamiltonop. Eigenf. Energieeigenwert

Postulate: siehe Homepage

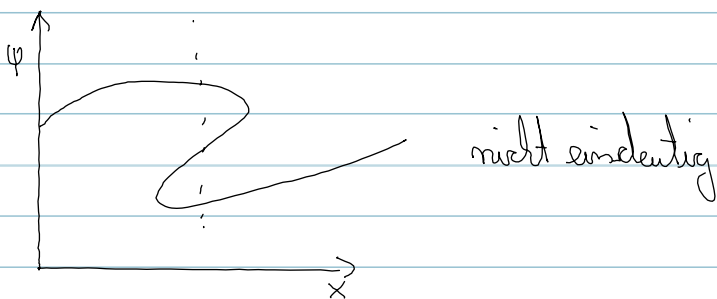
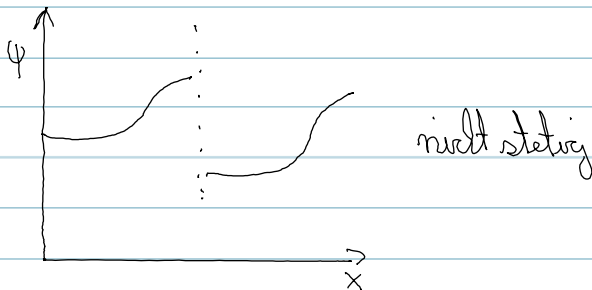
4.3 Postulate:

a) Ψ -Wert enthält Infos Ψ System
kann komplex sein \rightarrow keine anschauliche Bedeutung
 $\Psi^* \Psi$ ist immer reell

b) Born'sche Interpret.

$$|\Psi^* \Psi| = \text{Wahrscheinlichkeitsdichte}$$
$$|\Psi^* \Psi| d\tau$$

c) Erlaubte WF



$$\text{z.B. } \Psi = A \cdot e^{im\phi} \quad (0 \leq \phi \leq 2\pi)$$
$$\Psi = A e^{im\phi} = A e^{im(\phi+2\pi)} = A e^{im\phi} \underbrace{e^{im2\pi}}_1$$

$$e^{im2\pi} = 1 = \underbrace{\cos m2\pi}_1 + i \underbrace{\sin m2\pi}_0$$

$\hookrightarrow m$ muss ganze Zahl sein

Normierung:

$$\int \psi^* \psi d\tau = 1$$

z.B. $\psi = A e^{im\phi}$

$$\int_0^{2\pi} A e^{-im\phi} A e^{im\phi} d\phi = 1$$

$$A^2 \int_0^{2\pi} \underbrace{e^{-im\phi} e^{im\phi}}_1 d\phi = 1$$

$$A^2 [\phi]_0^{2\pi} = 1 \rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$$