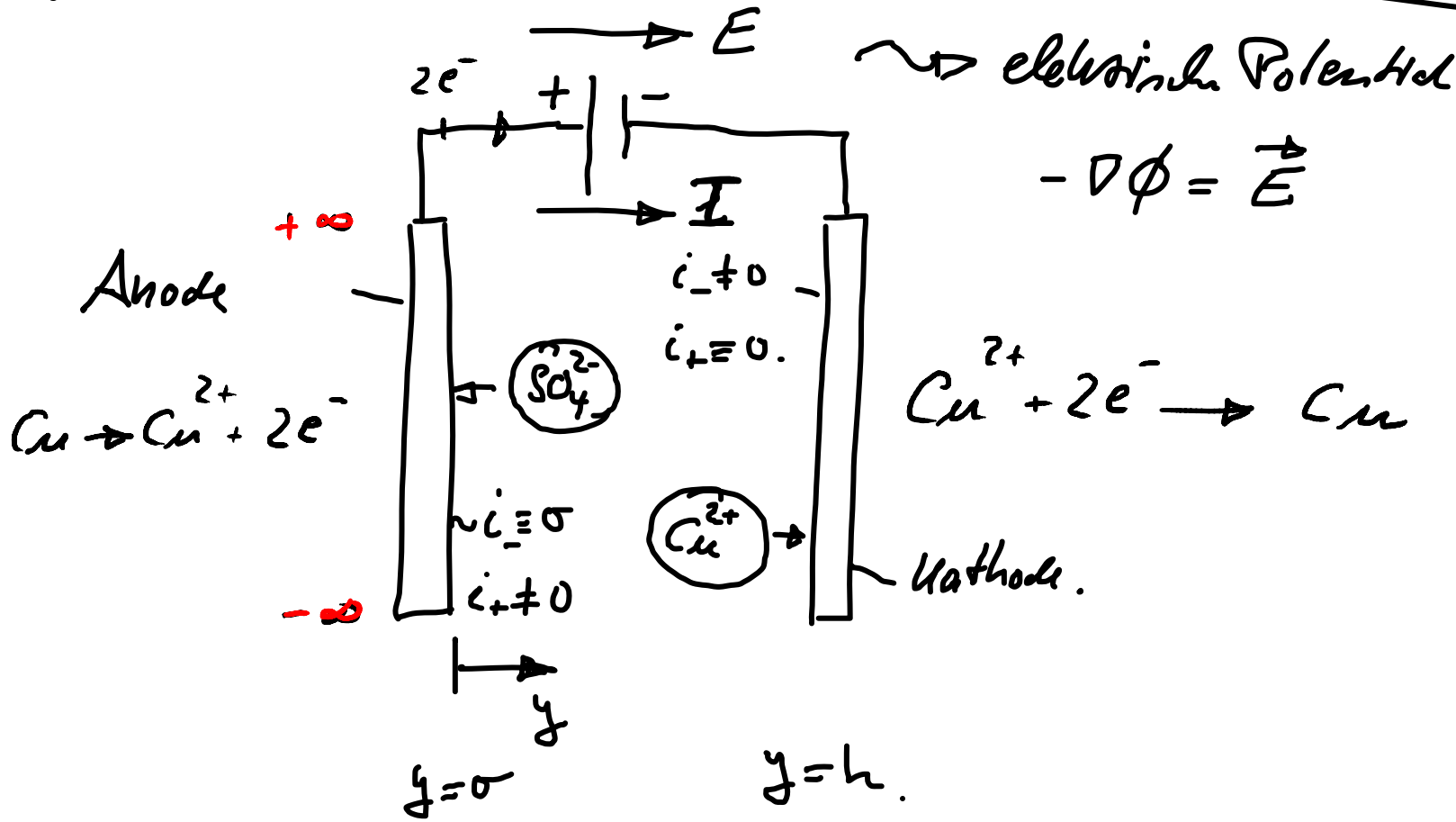


Elektrolytische Zelle

Literatur: Arnsperger: Physicochemical Hydrodynamics



1D - Problem

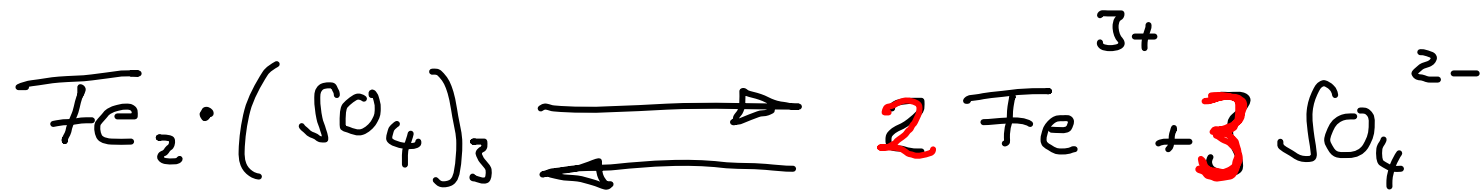


TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

FLUID
SYSTEM
TECHNIK



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 19



Dissoziations-
reaktion

Valenzzahl

$$z_+ = 3$$

$$z_- = -2$$

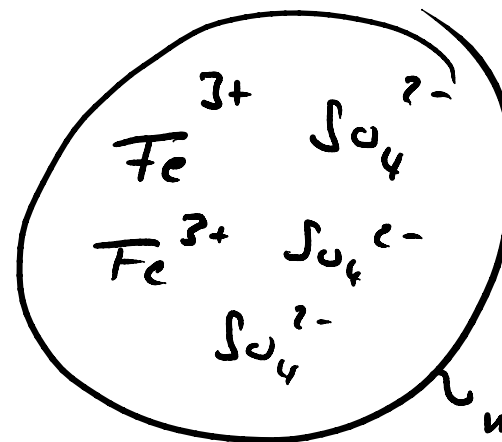
Stoichiometrische Zahl

$$\nu_+ = 2$$

$$\nu_- = 3$$

Bedingung für
Elektronenneutralität

$$z_+ \nu_+ + z_- \nu_- = 0$$



Flüssigkeit
teil?



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 19

Annahmen für die Modellbildung

1) 1-D Vorgang, d.h.
unendlich ausgedehntes Plasma

$$\frac{h}{\text{Länge}} \ll 1.$$

2) quasistationäre Vorgang,
d.h. das System reagiert „sofort“ auf
Änderungen in den Randbeding.

3) Elektronenneutralität gilt, d.h.

$$z_+ c_+ + z_- c_- = 0$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 19

4) Vektoraddition

$$\vec{i} = i \cdot \vec{e}_x, \text{ mit } i$$

$$i = i_+ + i_-$$

5) ruhende Flüssigkeit

$$\vec{\mu}^* \equiv \sigma. \rightarrow \text{kein konvektiver
Gadhytransport.}$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 19

Materialgesetz (Ohm'sches Gesetz)

$$i_+ = \underbrace{-\bar{D}_+ z_+ F \frac{dc_+}{dx}}_{\text{Diffusion Anteil}} - \underbrace{\frac{F^2 z_+^2 \bar{D}_+ c_+}{RT}}_{\text{Concentrationselekt. Anteil}} \frac{d\phi}{dx}$$

$$i_- = -\bar{D}_- z_- F \frac{dc_-}{dx} - \frac{F^2 z_-^2 \bar{D}_- c_-}{RT} \frac{d\phi}{dx}$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 19

Elektronenneutralität

$$z_+ c_+ + z_- c_- \stackrel{!}{=} 0$$

$$z_+ c_+ = - z_- c_- \quad (1)$$

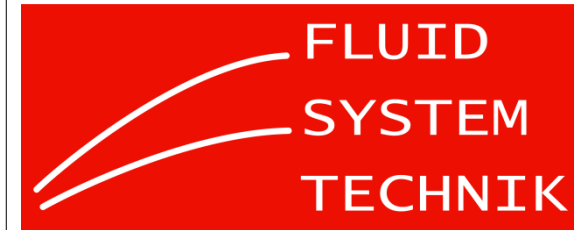
$$z_+ \nu_+ = - z_- \nu_- \quad (2)$$

$$\frac{c_+}{\nu_+} = \frac{c_-}{\nu_-} := c$$

reduzierte Konzentration



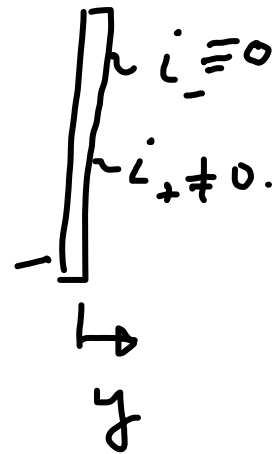
TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 19



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 19



Method

Aus $i_-(y=0) = 0$ folgt aus dem Nennwert

$$0 = -D_- F z_- \left. \frac{dc_-}{dx} \right|_0 - \frac{F^2 z_-^2 D_- c_-}{RT} \left. \frac{d\phi}{dx} \right|_0$$

$$\left. \frac{d\phi}{dx} \right|_0 = - \frac{RT}{F z_- c} \frac{dc}{dx}$$

Einssetzen in das Navier-Stokes für c_+ an der Stelle $y=0$.

$$\dot{c}_+ = -D_+ F D_- (z_+ - z_-) \frac{dc}{dx}$$

$$\dot{c}_+ \neq f_+(x)$$

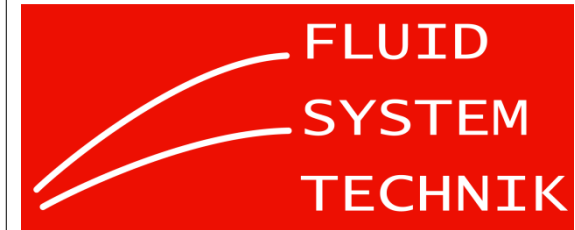
Mit der Randbedingung $c(0) = c_a$

$$"a" \hat{=} f_{\text{Kond.}}$$

$$"c" \hat{=} \begin{matrix} \text{Kodkod.} \\ \text{"} \\ \text{c} \end{matrix}$$



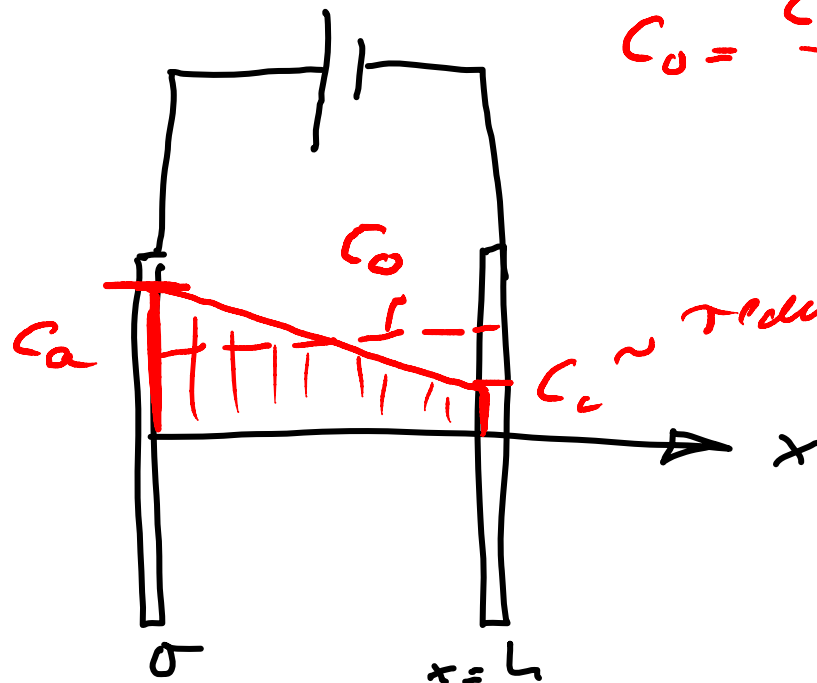
TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 19

Aus der Integration mit $c(0) = c_a$
folgt der Konzentrationsverlauf

$$c(x) = c_a - \frac{z_+ x}{D_+ F z_- (z_+ - z_-)}$$



$$c_0 = \frac{c_a + c_c}{2} \text{ Anfangskonzentration}$$

reduziert Konzentration

$$c := \frac{c_k}{z_k}$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 19

Maximaler Strom der elektrolytische Zelle
 wird für $C_c = 0$ (Verschwindende Konzentration
 an der Kathode) erreicht. i_{max}

$$i_{max} = \frac{D_+ F z_- (z_+ - z_-) 2 C_0}{h}$$

Temperaturabhängigkeit in Diffusionskoeffizient

$$D_+ = D_+^0 \exp\left(-\frac{RT}{6\pi\eta a}\right)$$

Nernst-Einsten's
 Relation.

$$D_+^0 = \frac{1}{6\pi\eta a}$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
 Wintersemester 2010/11
 Biofluidmechanik
 Vorlesung 19

Leseempfehlung:

Herrnd Grundbegriffe der Physik.

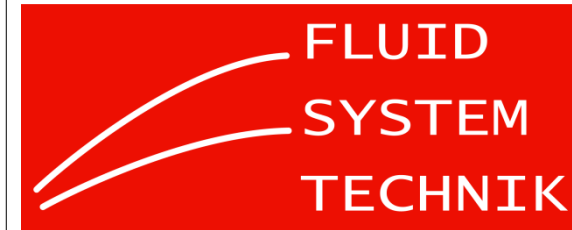
TBI-Verlag Taschenrechner.

gute Kopie: Naturkonstanten.

c, h, e, \dots



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 19