# Skalierungsgesetze

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

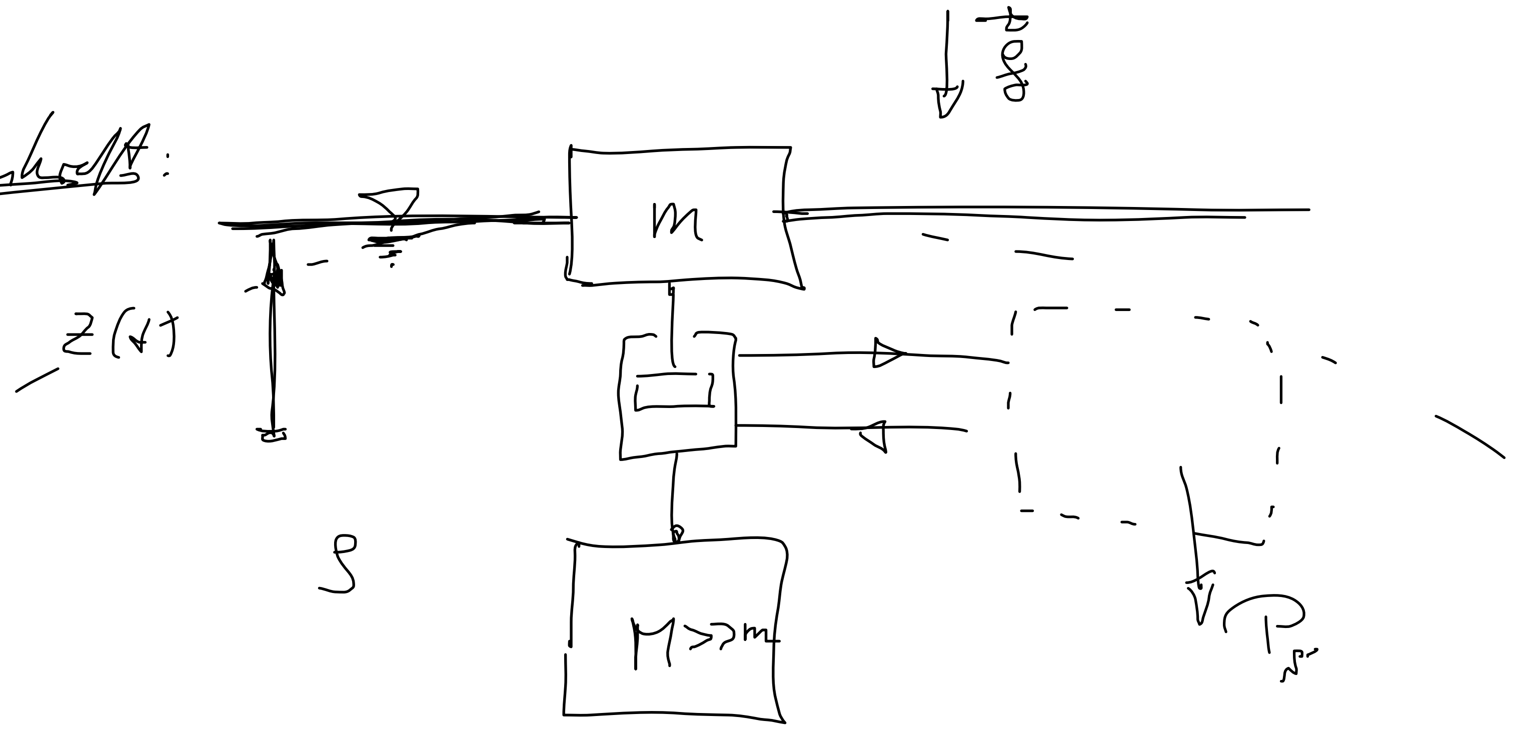
Wintersemester 2011/12

Optimierung und Skalierung von Fluidsystemen

Vorlesung 6

30.11.2011

Wellenkraft:




Wave bob
Pelamis
⋮

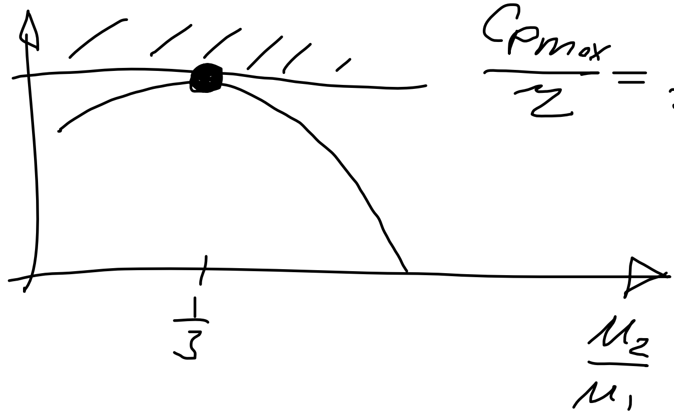
Methoden, Konzept:

- Experimentell
- Konstruktion
- Analytisch
- Regelungstechn.

Optimierung und Skalierung von WKW.

1. Was ist das Energieangebot.

2. Wie kann das System optimal betrieben werden → Optimierungsaufgabe.
→ Maschinengestalt liegt noch nicht fest!




$$\frac{c_{p\,max}}{2} = \frac{16}{27}$$

3. Skalierungsaufgabe → Maschinengestalt liegt fest.

Wie ändert sich z.B. der Wirkungsgrad mit der Größe, Drehzahl....

Für den Erfolg einer Technologie sind maßgeblich verantwortlich.

1. Leistungsspezifischen Investitionskosten

$$\frac{\text{Invest in Euro}}{\text{elektrische Leistung in Watt}}$$

2. $$\frac{\text{Kosten pro Zeit}}{\text{elektrische Leistung in Watt}} \qquad \frac{\text{Euro}}{\text{Joule}}$$

3. Robustheit des Systems (sehr kritisch bei Offshore)

4. Gesellschaftliche Akzeptanz.

# Skalieren von Turbomaschinen

Der aerodynamische oder der hydraulische Wirkungsgrad ist ein Maß für die Dissipation durch Reibung in der Flüssigkeit (Luft, Wasser, ...)

1. HS für stationäre Fließprozesse

Änderung der Totalenthalpie.

$$\underbrace{P_w}_{\text{Wellenleistung}} + \underbrace{\dot{Q}}_{\text{Wärmestrom}} = \underbrace{\dot{m}}_{\text{Massenstrom}}(h_{t2} - h_{t1}) \quad \checkmark$$

Wellenleistung < 0, da Wellm...

Wärmestrom.

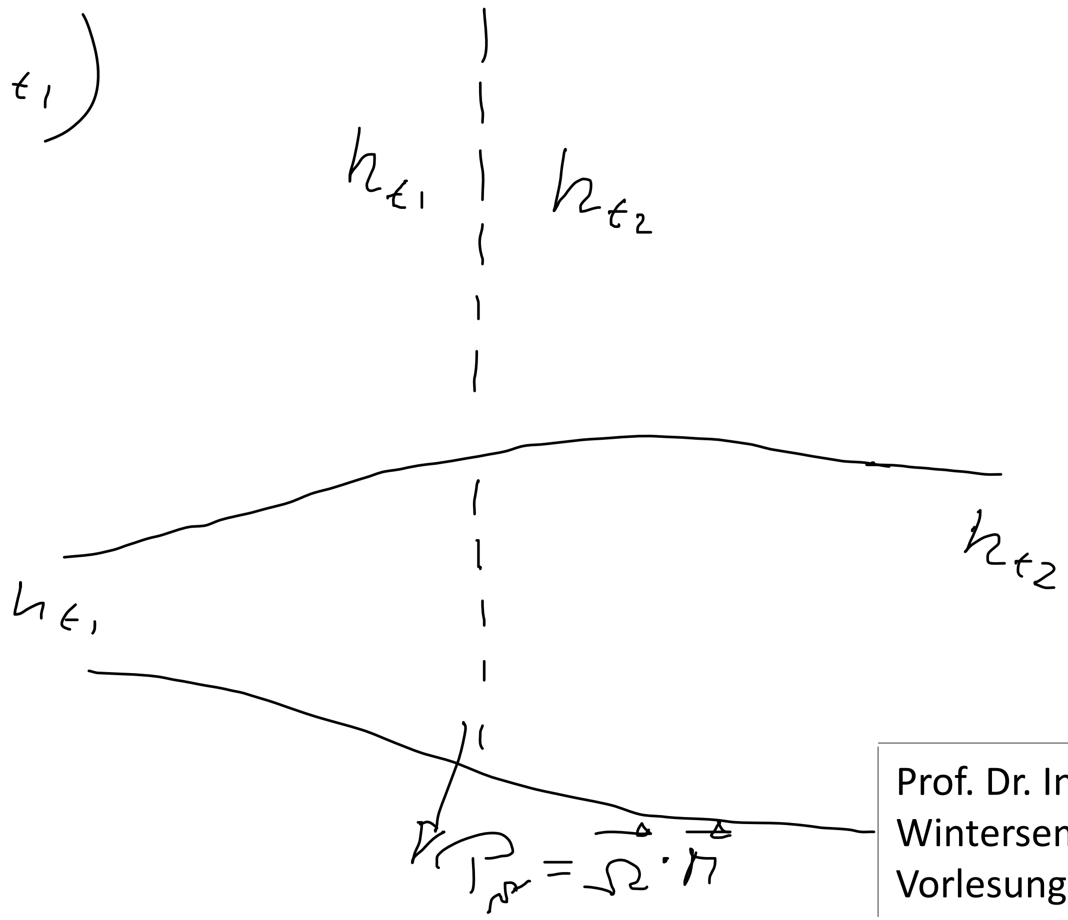
Massenstrom

< 0, da Kraftmaschine.

Wirkungsgrad (isentroper Wirkungsgrad) ist nur für adiabate Systeme definiert!

D.h. $\dot{Q} \equiv 0$.

$$P_{sr} = \dot{m}\left(h_{t2} - h_{t1}\right)$$




Totalenthalpie

$$h_t := \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} + e$$

$$\overset{\text{Axiom}}{P_{S}} = \dot{m}\underbrace{\left(\left[\frac{p}{\rho}+\frac{u^2}{2}\right]_2-\left[\frac{p}{\rho}+\frac{u^2}{2}\right]_1\right)}_{Y_t<0} +$$

$$+\ \dot{m}\underbrace{\left(e_2 - e_1\right)}_{Y_v \overset{!}{>} 0}$$

inkompressible Medien:

Die Erhöhung der inneren Energie $e_2 - e_1 \overset{\text{inkompr.}}{=} c\,(T_2 - T_1)$

$e_2 - e_1 \overset{\text{kalorisch ideales Gas}}{=} c_v(T_2 - T_1)$

kalorisch ideales Gas.

Def.

$$P_S := \dot{m}\, Y_t\, \eta$$

$$\eta = \frac{P_S}{\dot{m}\,Y_t} = \frac{\dot{m}\left(Y_t + Y_v\right)}{\dot{m}\ Y_t} = \frac{Y_t + Y_v}{Y_t} = 1 + \frac{Y_v}{Y_t} < 1$$

Achtung: Unschöner Begriff isentroper Wirkungsgrad.
Besser <u>adiabater Wirkungsgrad.</u>

$$\eta := 1 + \frac{Y_v}{Y_t} \rightsquigarrow 1 - \eta = -\frac{Y_v}{Y_t} \quad \text{Ineffizienz.}$$

Totale Differential des Wirkungsgrad. $\rightarrow Y_t = -Y_v/(1-\eta)$

$$d\eta = \frac{dY_v}{Y_t} - \frac{Y_v}{Y_t^2}\, dY_t$$

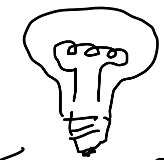
$$= -(1-\eta)\frac{dY_v}{Y_v} - \frac{Y_v}{Y_t}\frac{dY_t}{Y_t} = -(1-\eta)\frac{dY_v}{Y_v} + (1-\eta)^2\frac{dY_t}{Y_v}$$

$$d\eta = -(1-\eta)\frac{dY_v}{Y_v} + (1-\eta)^2\frac{dY_t}{Y_v}$$

z.B. $\eta = 0.8 \leadsto 1-\eta = 0.2$

$$(1-\eta)^2 = 0.04$$

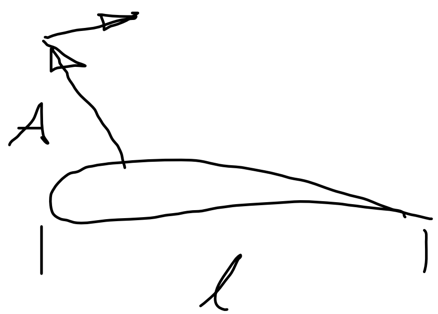
$$d\eta \approx -(1-\eta)\frac{dY_v}{Y_v}$$



$$\frac{dY_v}{Y_v} = \frac{dc_w}{c_w}$$

Reibung, Dissipation

$$W = \frac{\rho}{2} u_\infty^2 c_w l \qquad Y_v = e_2 - e_1$$



$$d\eta = -(1-\eta)\frac{dc_w}{c_w}$$

$\frac{dy}{y}$ nennt man logarithmische Ableitung

$\varepsilon := 1-\eta$ Ineffizienz

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{dc_w}{c_w} + O(\varepsilon)$$

Die logarithmische Änderung der Ineffizienz $\varepsilon = 1 - \eta$ ist näherungsweise gleich der logarithmischen Änderung des Gesamtwiderstandsbeiwertes $c_w$

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{d c_w}{c_w}$$

$$d\eta = -(1-\eta)\,\frac{d c_w}{c_w}$$

$$\Delta\eta \approx -(1-\eta)\,\frac{\Delta c_w}{c_w}$$

Aufwertegleichung
Skalierungsmethode.

$$c_w = \frac{W}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2 l} = c_w\left(Re, Ma, \frac{k}{l}, \underbrace{\text{Gestalt}}_{\mathcal{K}_1, \dots, \mathcal{K}_N}\right)$$

$\mathcal{K} > 1$ ← down

$\mathcal{K} < 1$ → up

$l = l_M/\mathcal{K}$

$l_M$

$d = \mathcal{K}_d \, l$

$k = \mathcal{K}_k \, l$

$l = l_M/\mathcal{K}$

gleiche Gestalt ⟺ geometrische Ähnlichkeit

$M \mathrel{\hat{=}}$ „Modell"

$$\mathcal{K} := \frac{l_M}{l}$$ geometrischer Skalierungsfaktor.

$\mathcal{K} < 1$ das Modell wird hochskaliert Upscaling

$\mathcal{K} > 1$ " " herunterskaliert: Downscaling

$$\bar{W} = \bar{W}(U_\infty, l, \mu, \rho, a, k, \underbrace{\varkappa_1 \dots \varkappa_N}_{\text{Gestalt}})$$

$W$ Widerstandskraft pro Tiefeneinh.

$\mu$ dynamische Viskosität

$\rho$ Dichte

$a$ Schallgeschwindigkeit

$l$ typische Länge

$U_\infty$ Strömungsgeschw.

$k$ Rauheit

$\downarrow$ Willkürlich!

dimensionsbehaftete physikalische Größen

SI     cgs

[LMT] – System {m kg sec} {cm g sec}

[LFT] – System {m kp sec}

Basisgrößensys.     Basiseinheiten-Syst.

$$\frac{W}{\rho} = fn\left(M_\infty, l, \frac{\mu}{\rho}, \cancel{\rho}, a, k, \Pi_i\right)$$

$$\left\{\frac{W}{\rho}\right\} = \frac{\cancel{kg}\,\frac{m}{sec^2}\,m^3}{m\,\cancel{kg}}$$

kinematische Viskosität.

$$\left\{\frac{\mu}{\rho}\right\} = \frac{\cancel{kg}\,\frac{m}{sec^2}\,sec\,m^3}{m^2\,\cancel{kg}}$$

1

1000

$$\rho = 1\,\frac{kg}{m^3} = 1000\,\frac{g}{m^3}$$

Nur die Dichte ist eine dynamische Größe