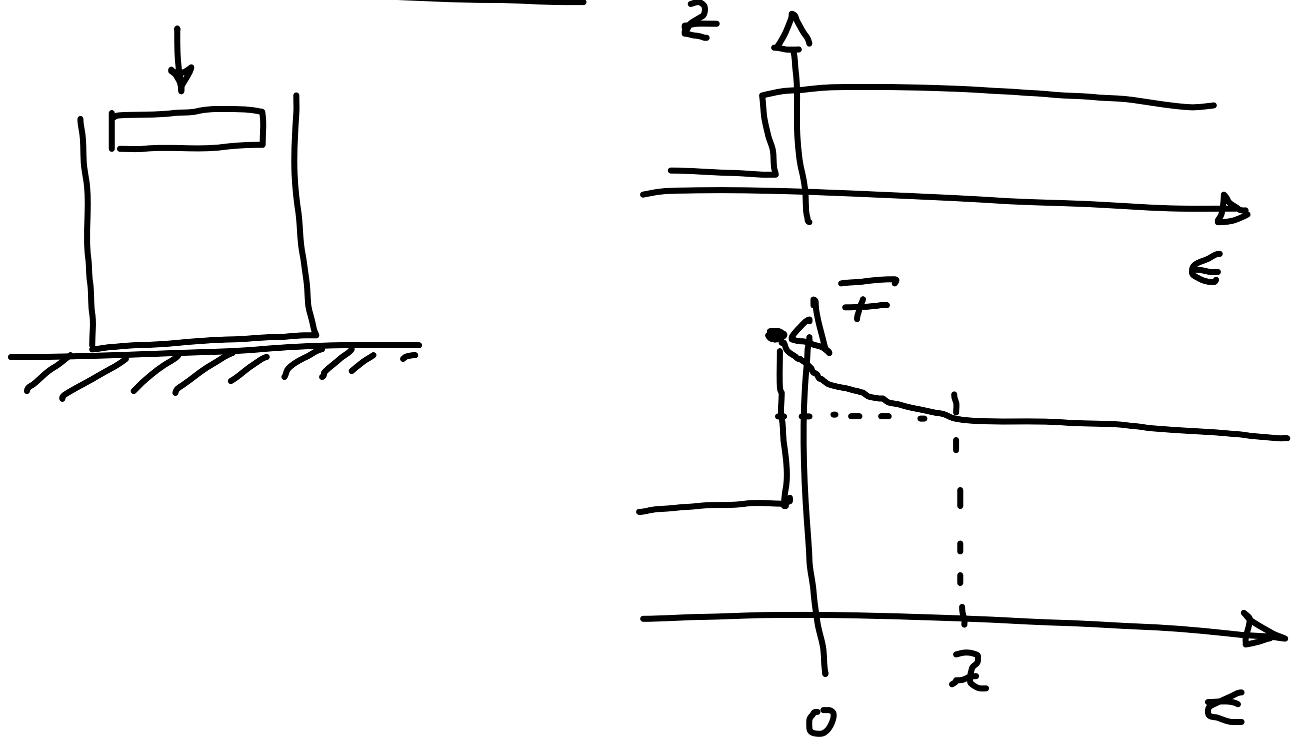
Relaxationsverhalten



λ Relaxationszeit

$$\lambda \sim \frac{c_v V \rho_0}{k A} \sim \frac{\text{Änderung der inneren Energie}}{\text{Wärmeleitung}}.$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

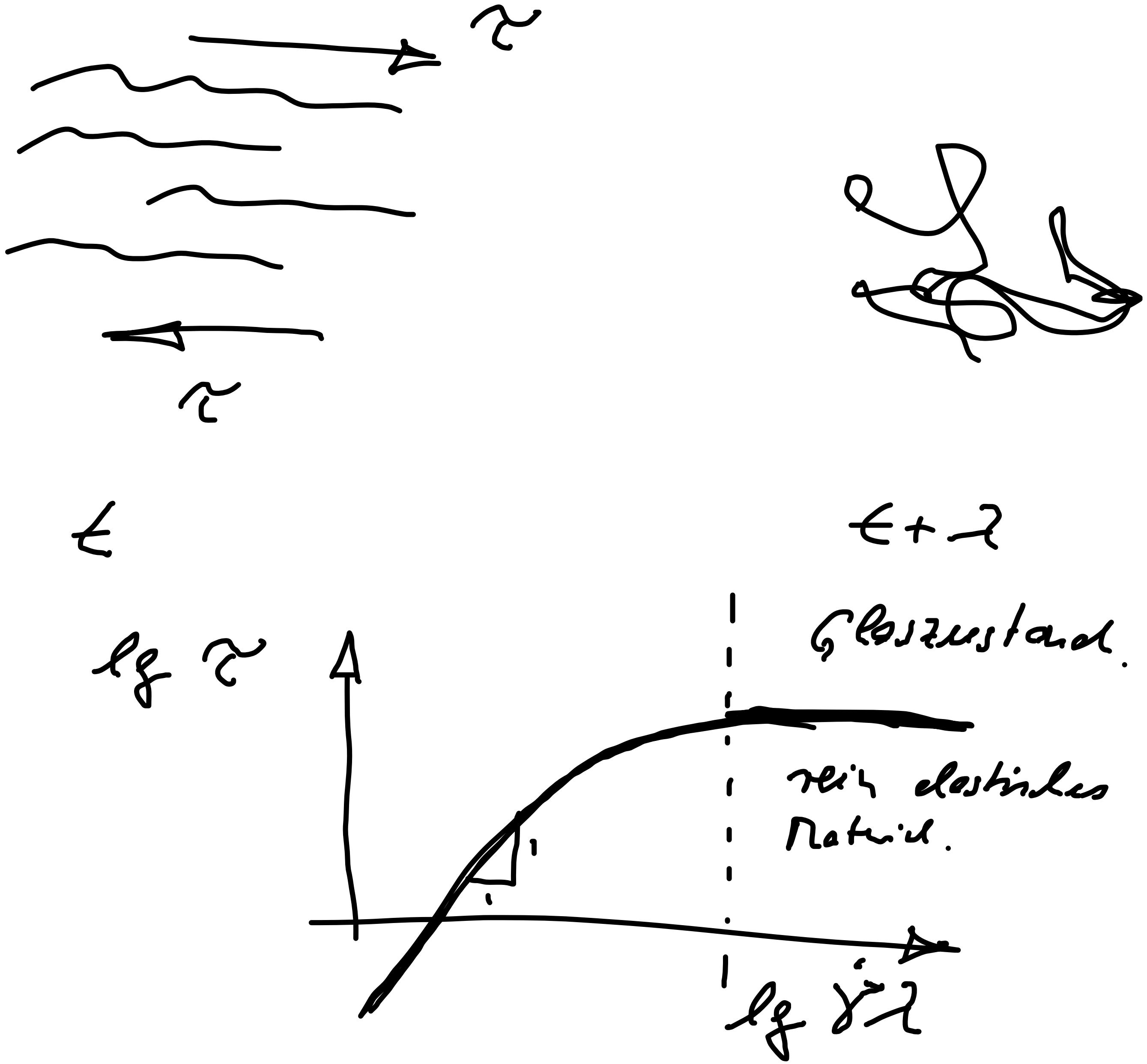
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010

Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme

Vorlesung 15



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15

Im Glaszustand verhält sich das Material elastisch.

→ Es kann zu einer Instabilität kommen, die Schmelzebruch genannt wird.

- ▷ Knetpresse
- ▷ Spritzgebäck
- ▷ Extrusion von Polymeren.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Mit zunehmender Scherrate steigt
die elastische Normalspannung

$$\sigma \sim \dot{\gamma}^2 + O(\dot{\gamma}^4)$$

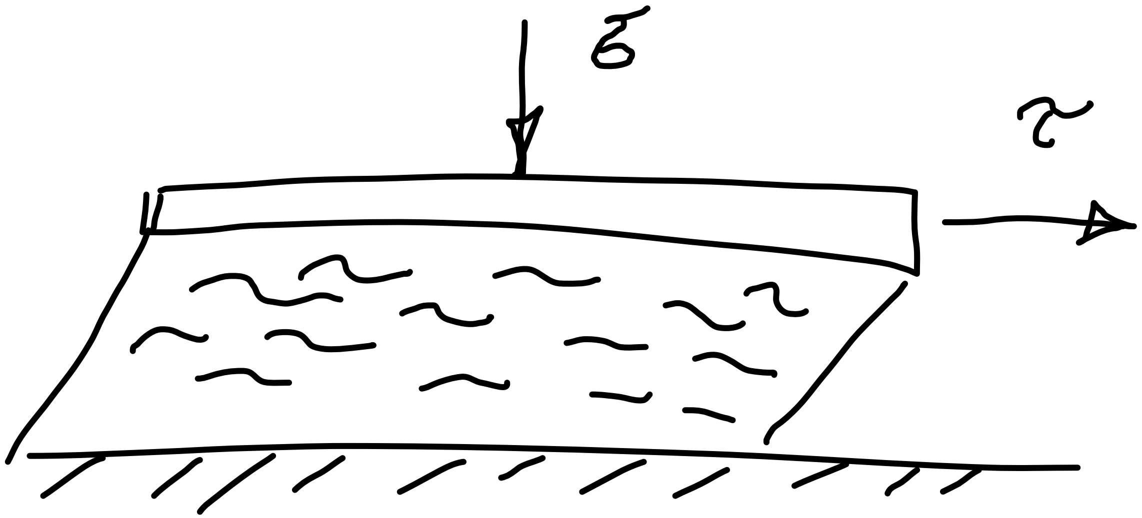
Die Schubspannung

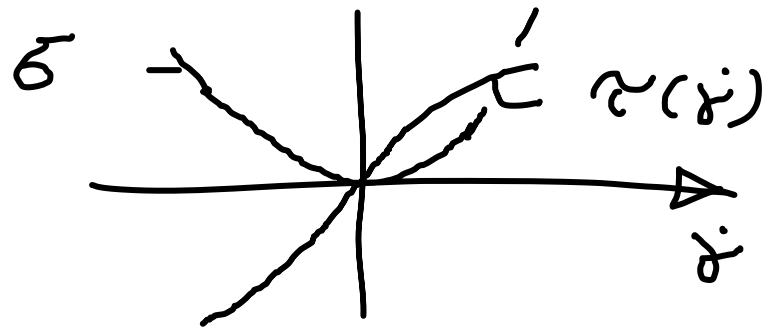
$$\tau \sim \dot{\gamma} + O(\dot{\gamma}^3)$$

Die Normalspannung ist eine gerade Funktion
von $\dot{\gamma}$

Die Schubspannung τ ist eine ungerade Funktion
von $\dot{\gamma}$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15





$$\sigma = \nu_0 \dot{\gamma}^2 + \ldots$$

$$\tau = \eta \dot{\gamma} + \ldots$$

Weissenbergzahl $\quad We := \dfrac{\sigma}{\tau} = \dfrac{\nu_0}{\eta}\dot{\gamma}$

$\dot{\gamma} \uparrow \quad We \uparrow$

$We > We_{kritisch}$: Viskoelastische Turbulenz $\rightarrow$ Schmelzebruch.

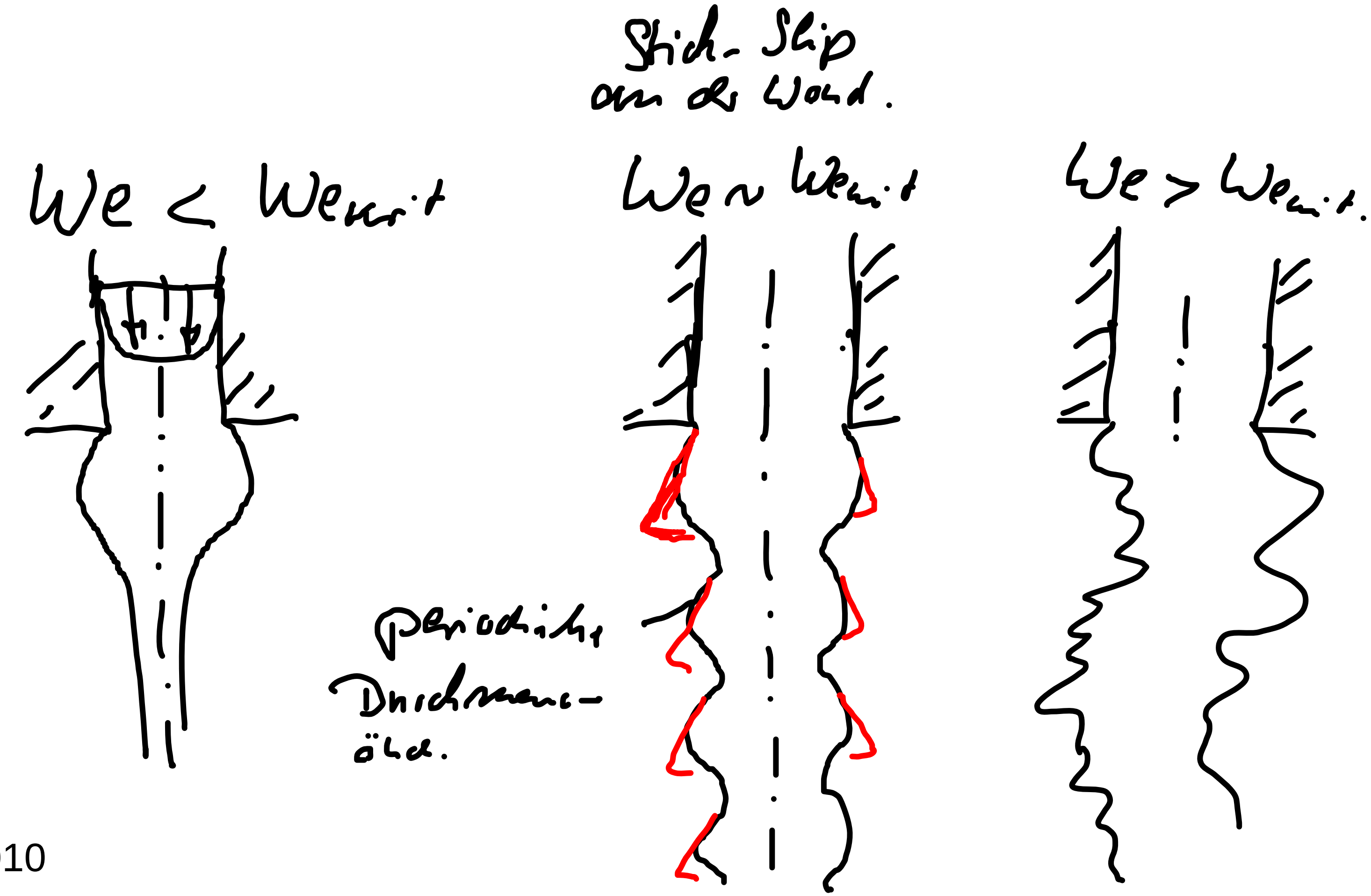
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15

ν_{10} erster Normalspannungskoeffizient Materialkonstante

η Viskosität Materialkonstante.



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

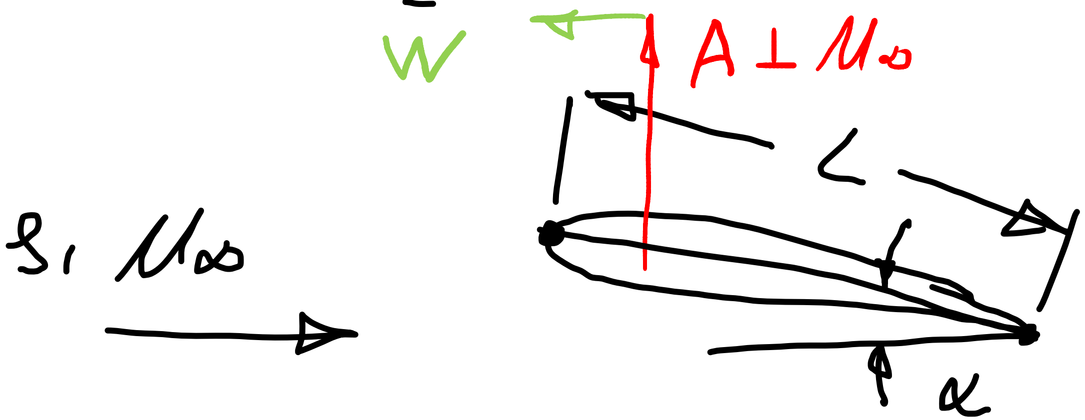
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15

Zweites Beispiel für Tragflächen

Auftriebsbeiwert eines Tragflügels

$$c_A := \frac{A}{\frac{\rho}{2} u_\infty^2 L} \qquad c_W := \frac{W}{\frac{\rho}{2} u_\infty^2 L}$$



Dimensionsanalyse

$$A = A(\rho, u_\infty, L, \eta, \alpha)$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

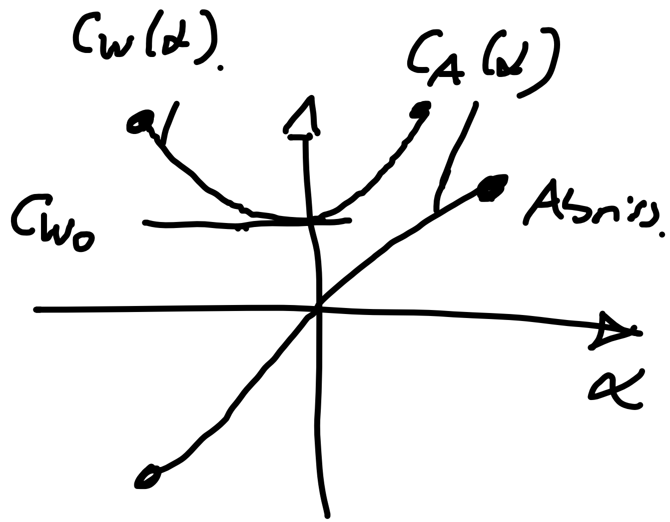
FLUID SYSTEM TECHNIK

$$W = W(\rho, u_\infty, L, \eta, \alpha)$$

Ergebnis der Dimensionsanalyse

$$c_A = c_A(Re, \alpha)$$

$$c_W = c_W(Re, \alpha)$$



$$Re := \frac{u_\infty L \rho}{\eta}$$

Gedankenexperiment.

$$\boxed{\begin{aligned} c_A &= c_{A0}\,\alpha + \mathcal{O}(\alpha^3) \\ c_W &= c_{W0} + \mathcal{O}(\alpha^2). \end{aligned}}$$

!

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010

Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme

Vorlesung 15

Zusammenhang zwischen c_W und c_A ?

$$c_W = c_{W_0} + \underbrace{\zeta c_A^2}_{c_{W,ind}}$$

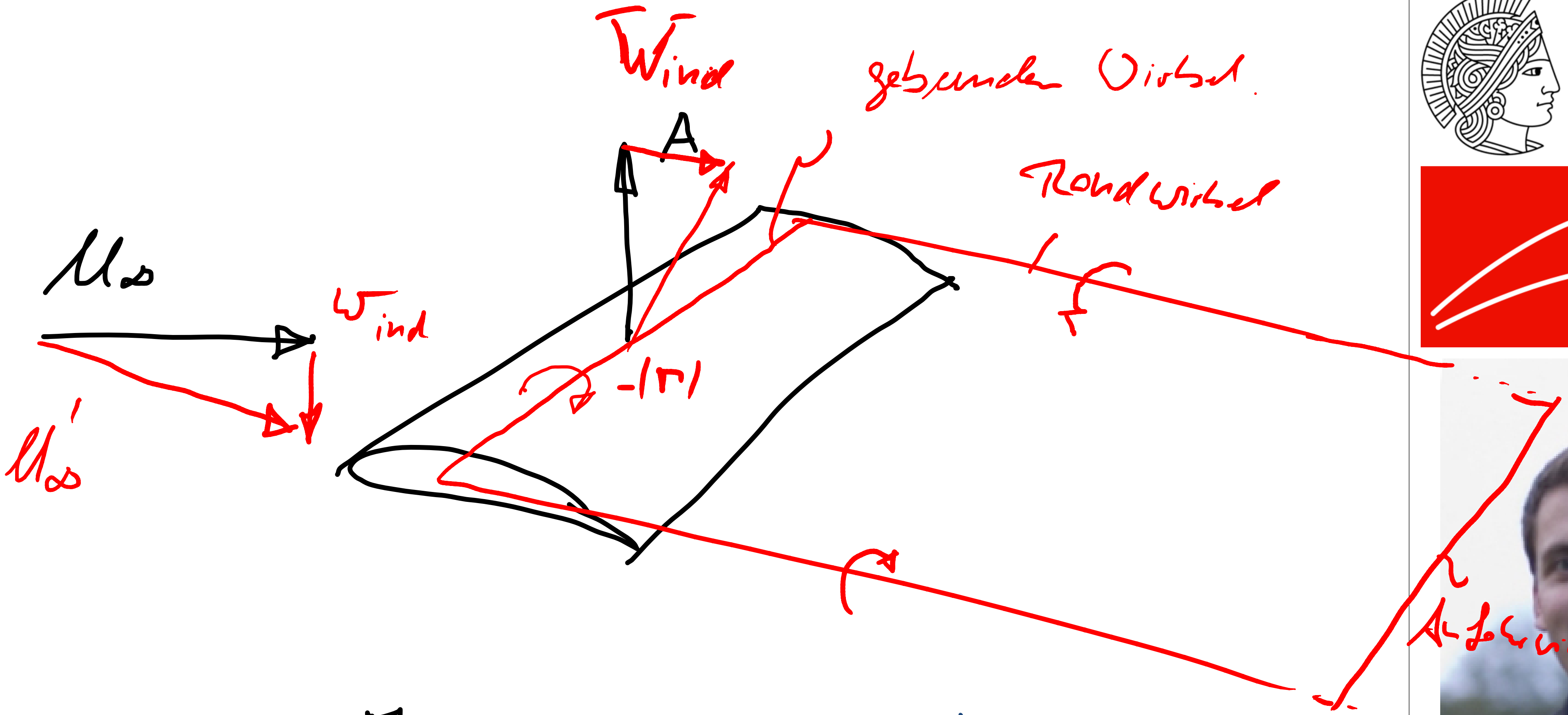
Prandtl'sche Tragflügeltheorie.

$$c_{W,ind} = \zeta\, c_A^2$$ induzierter Widerstand.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15



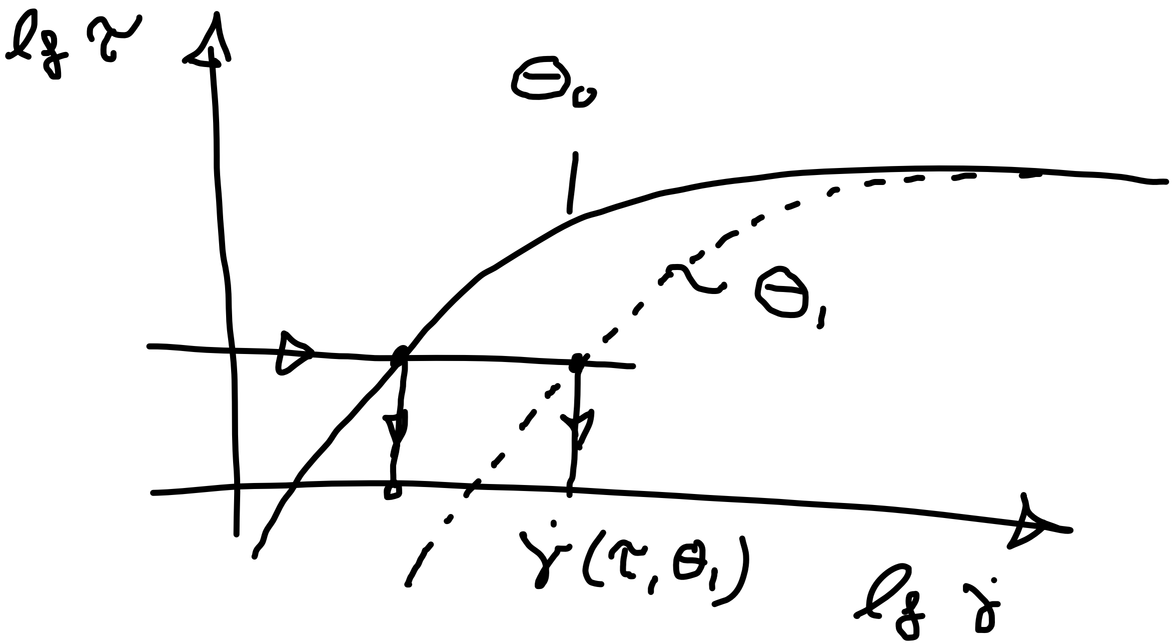
$$A = -\rho\, u_\infty\, \Gamma$$

Kutta-Joukowsky.

Literatur: Spurk

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15



$$\dot\gamma(\tau, \Theta_0)$$

$$\dot\gamma(\tau, \Theta)\,\lambda(\Theta) = \text{const.}$$

$$\leadsto \quad \frac{\dot\gamma(\tau, \Theta_1)}{\dot\gamma(\tau, \Theta_0)} = \frac{\lambda(\Theta_0)}{\lambda(\Theta_1)} = a_T$$

$a_T \hat{=}$ Temperaturverschiebungsfaktor.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15

Teilkristalline Polymere (PET, PP, PA, ...)

$$a_T = \exp\left[-\frac{E_0}{R}\left(\frac{1}{\Theta_1}-\frac{1}{\Theta_0}\right)\right]$$

Arrhenius Beziehung. E_0 Aktivierungsenergie

R allgemeine Gaskonstante.

Amorphe Polymere (Glas, Gummi, ...)

$$a_T = \exp\left[\frac{-C_1(\Theta_1-\Theta_0)}{C_2+\Theta_1-\Theta_0}\right].$$

WLF-Beziehung Williams-Landel-Ferry.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010

Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme

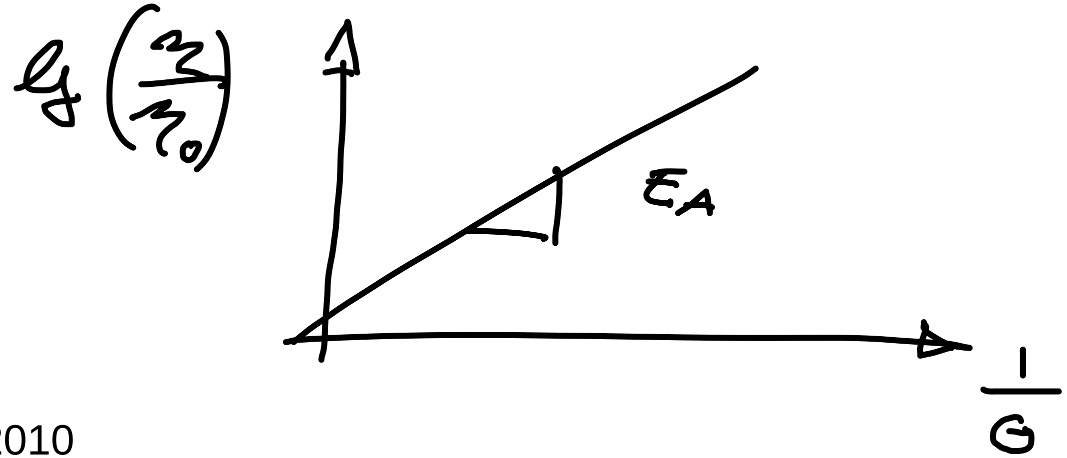
Vorlesung 15

Einfacher Test:

$$\eta(\Theta) \quad , \quad \kappa(\Theta)$$

Vermutung $\eta(\Theta) \sim \eta_0 \exp\left[-\frac{E_A}{R\Theta}\right]$

$$\lg \frac{\eta(\Theta)}{\eta_0} = -\frac{E_A}{R\Theta}$$



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010

Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme

Vorlesung 15

Bernoullische Gleichung und hydrodynamische Induktivität.

Bisher Impulssatz für eine Stromröhre.

$$\frac{D}{Dt}\vec{I} = \vec{F}.$$

$$\frac{D}{Dt}\int_{V(t)} \rho \vec{u}\, dV = \int_{S} \vec{t}\, dS + \int_{V} \rho \vec{k}\, dV$$

$$\frac{D}{Dt}\int_{m} \vec{u}\, dm = \int_{S} \vec{n}\cdot\underset{\sim}{T}\, dS + \int_{V} \rho \vec{k}\, dV$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15

$$\int_m \frac{D\vec{u}}{Dt}\,dm = \int_V \operatorname{div}\underset{\sim}{T}\,dV + \int_V \rho\vec{k}\,dV$$

$$\int_V \left(\rho\frac{D\vec{u}}{Dt} - \operatorname{div}\underset{\sim}{T} - \rho\vec{k}\right)dV = 0$$

V ist beliebig. und Integrand muß verschwinden.

$$\rho\frac{D\vec{u}}{Dt} = \operatorname{div}\underset{\sim}{T} + \rho\vec{k}.$$

Cauchy-Gleich.

≙ Impulssatz für ein materielles Teilchen.

≙ Masse × Beschleunigung = Kraftdifferenz über das Teilch.

$$\underset{\sim}{T} = -p\,\underset{\sim}{I}$$ reibungsfreie Flüssigkeit.

$$\boxed{\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \rho \vec{k}}$$ Euler-Gleichung.

$$\underset{\sim}{T} = -p\,\underset{\sim}{I} + \underset{\sim}{P}, \quad \underset{\sim}{P} = 2\eta\,\underset{\sim}{E},$$

$$\underset{\sim}{E} = \frac{1}{2}\left(\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^{T}\right)$$

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \rho \vec{k} + \nabla \cdot \left(\eta \nabla \vec{u}\right)$$

Navier-Stokes-Gleichung.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

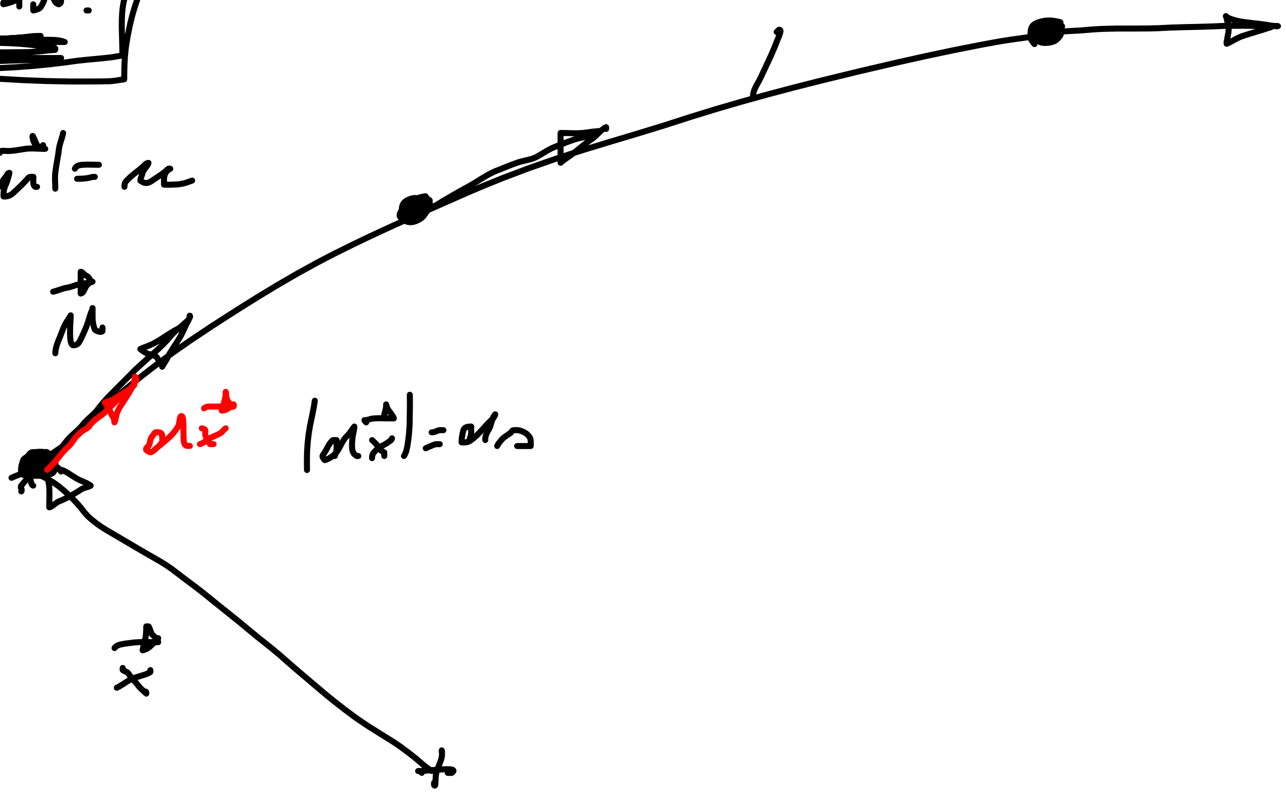
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Bernoullische Gleichung ist das Integral der Energiegleichung längs einer Stromlinie.

$$\boxed{E \overset{!}{=} \text{const.}}$$

$$|\vec{u}| = u$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \vec{h}$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u}\cdot\nabla\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - \nabla\psi \quad \Big| \cdot d\vec{x}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}\,ds + d\left(\frac{u^2}{2}\right) = -\frac{dp}{\rho} - d\psi$$

$$\int \frac{\partial u}{\partial t}\,ds + \int d\left(\frac{u^2}{2}\right) + \int \frac{dp}{\rho} + \int \underbrace{d\psi} = \cancel{0} \quad C$$

totales Differential, d.h. unabhängig vom Integrationsweg.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

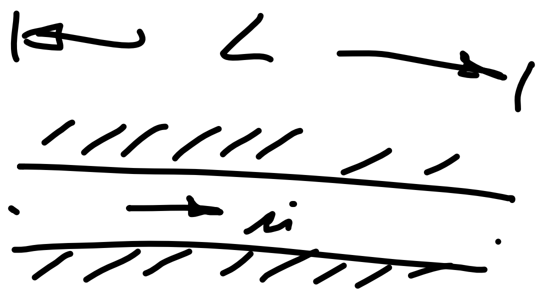
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15

$$\underbrace{\int \frac{\partial u}{\partial t}\,ds + \frac{u^2}{2} + \psi + \int \frac{dp}{\rho}}_{} = C$$

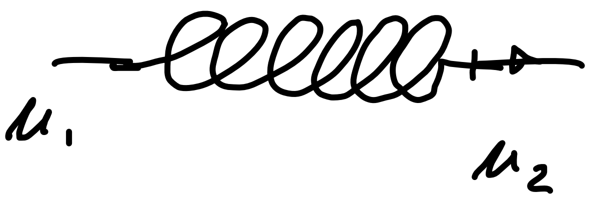
C Bernoullische Konstante.

Bernoullische Gleichung.

$$\int \frac{\partial u}{\partial t}\,ds \sim \dot{u} L$$



$$p_1 - p_2 = \rho \dot{u} L$$



$$u_1 - u_2 \sim \frac{du}{dt}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010

Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme

Vorlesung 15