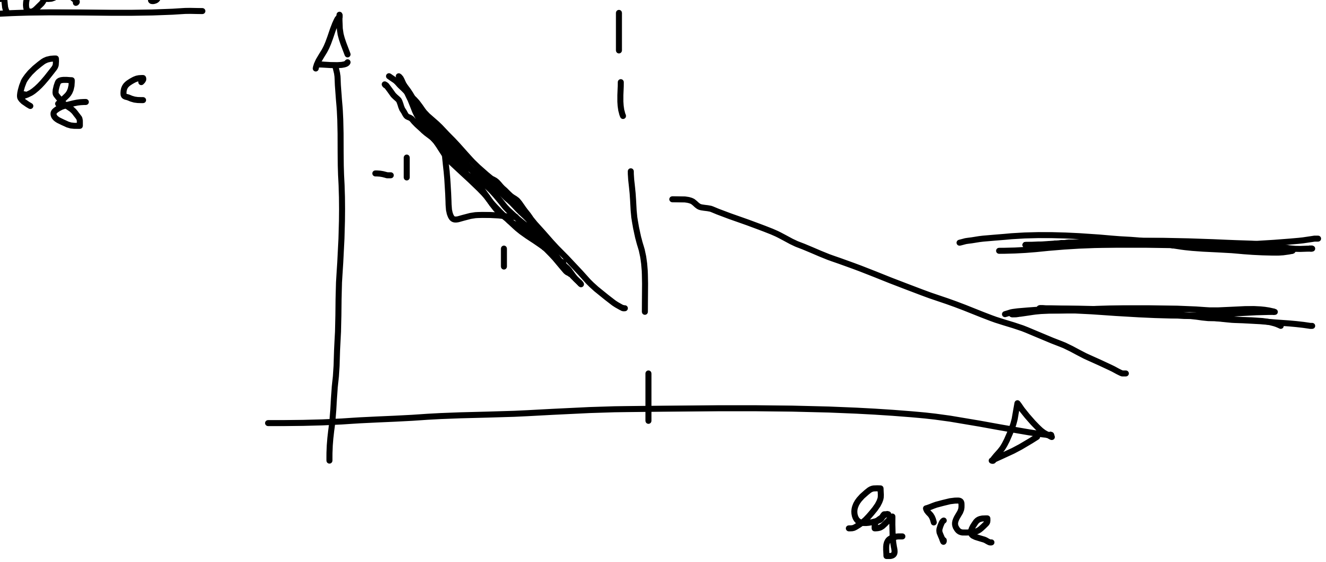
Druckverluste

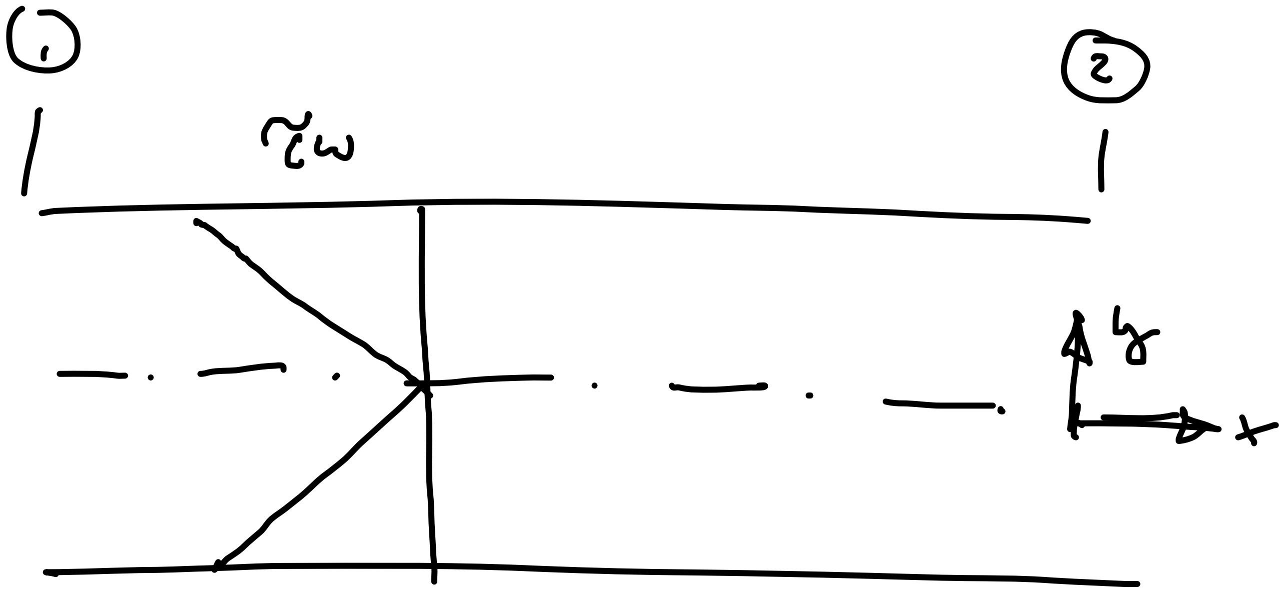



Turbulente Strömungen und Dimensionsanalyse.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbo-
maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 19




Im zeitlichen Mittel stationäre Strömung $\overline{\frac{\partial}{\partial t}} = 0.$

Impulsbilanz in Hauptströmungsrichtung

$$\underbrace{\rho \frac{D\bar{u}}{Dt}}_{=0} = \underbrace{\rho k_x}_{=0} + \underbrace{\frac{d}{dy}(\tilde{\tau}_{xy})}_{\text{Differenz der Spannungsvektoren}} - \frac{dp}{dx}$$

$$u'(x,y,t) + \bar{u}(x,y) = u(x,y,t)$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 19

$\bar{u}$ ist die zeitlich gemittelte Geschw. in x-Richt.

$\bar{v}$ " " y-Richtung.

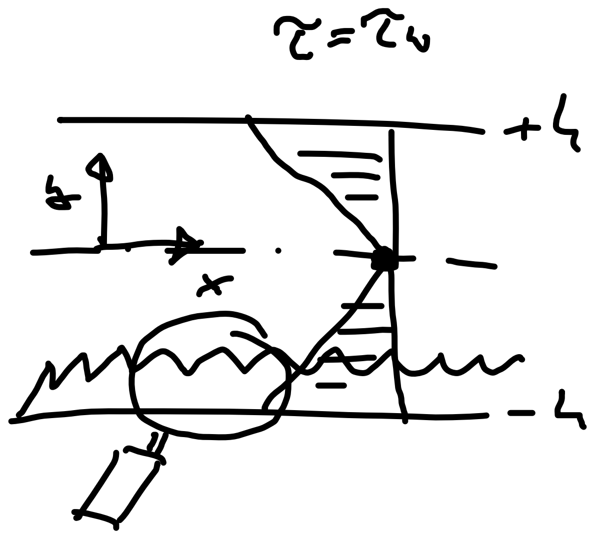
$u'$ ist die turbulente Schwankungsgröße in x-Richt.

$v'$ " " in y-Richt.

$$\frac{dp}{dx} = \frac{d}{dy}(\tau) \qquad \frac{\tau_w}{h} = \frac{d\tau}{dy}$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\tau_w}{h}$$

$$\tau = \frac{\tau_w}{h} y + C$$




$$\tau(y=h) = \tau_w \Rightarrow C = 0 \Rightarrow \frac{\tau}{\tau_w} = \frac{y}{h}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz


Sommersemester 2010

Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme

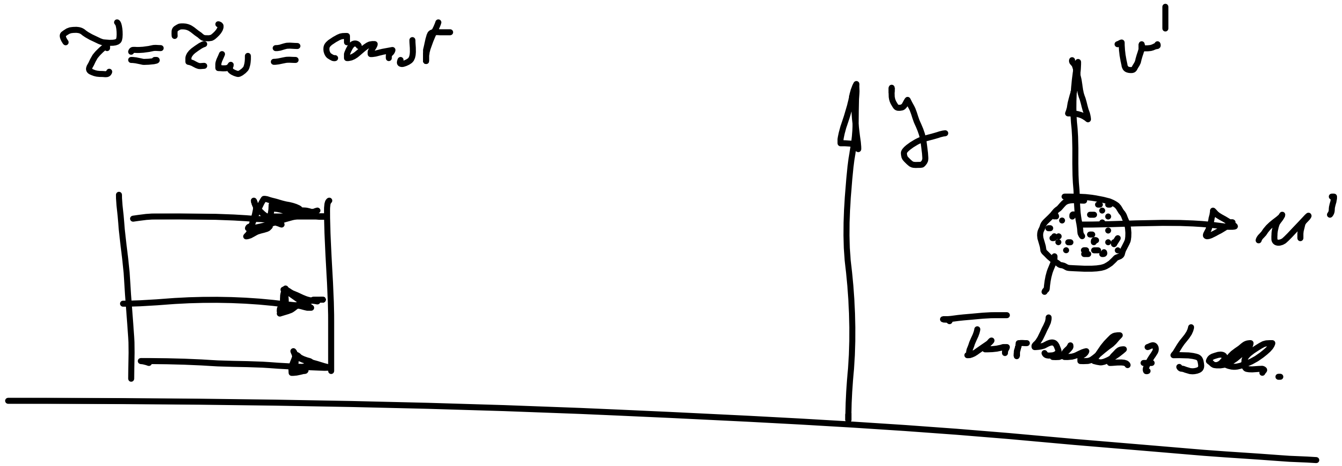
Vorlesung 19

Zoom des Wandbereichs.

$\leadsto$ Die Wandhöhe h verschwindet

$\leadsto$ $\tau = \tau_w \approx const.$

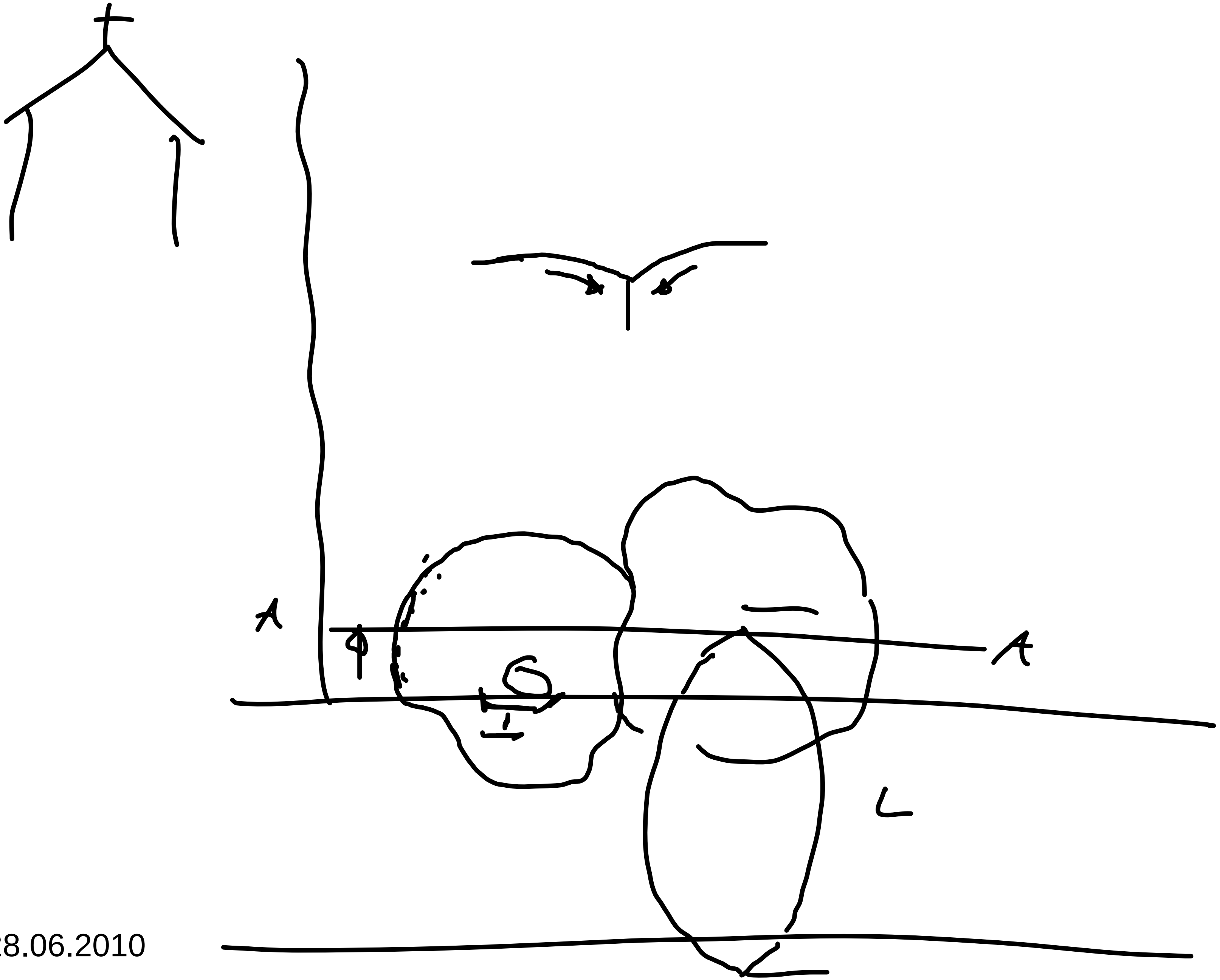
$\tau = \tau_w = const$




$\tau = \tau_v + \tau_{turbul.}$

$= \eta \frac{d\bar{u}}{dy} - \overline{\rho u' v'}$ Prandtl, Reynolds.


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz



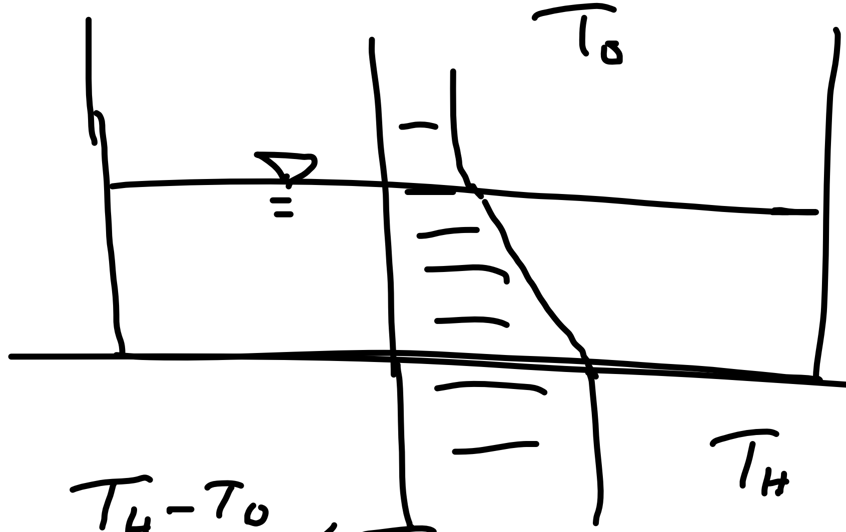

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

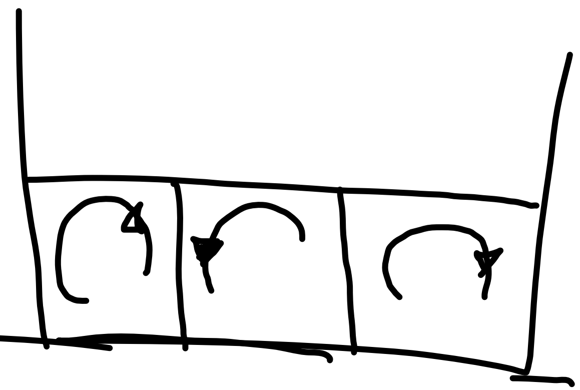
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 19

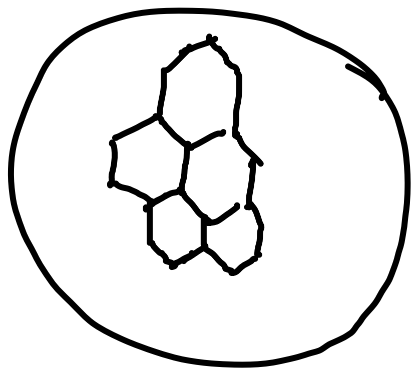
stationär Wärmeleit

$$\frac{T_H - T_0}{T_H} > \Pi_K$$



$$\frac{T_H - T_0}{T_H} < \Pi_K$$



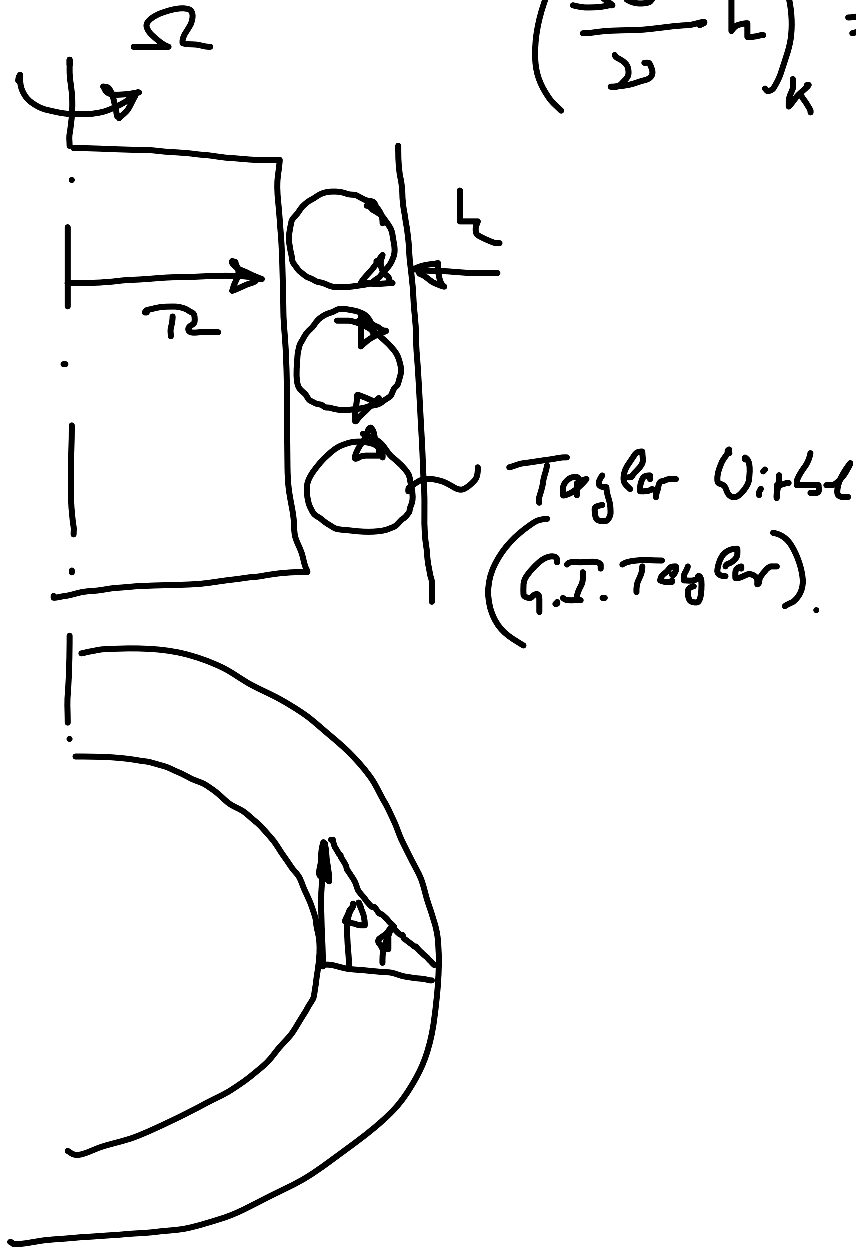
Benard Zell.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

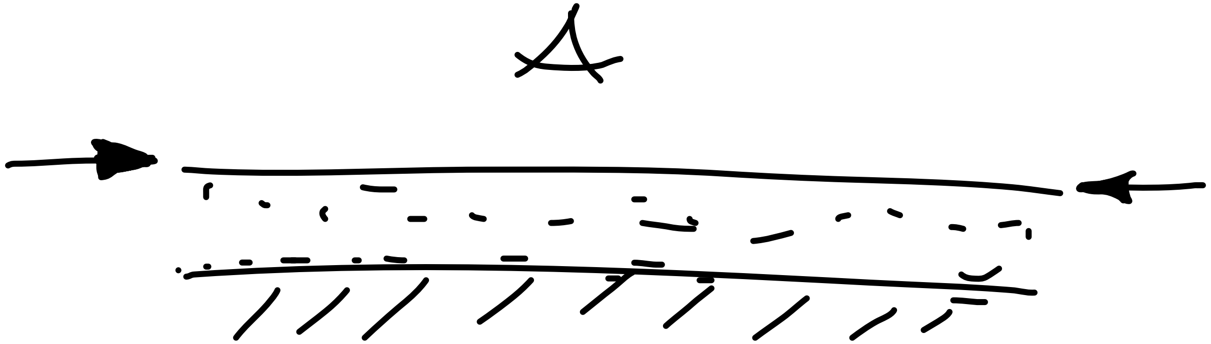
$$\left(\frac{\Omega R}{\nu} h\right)_k = fn\left(\frac{h}{R}\right)$$

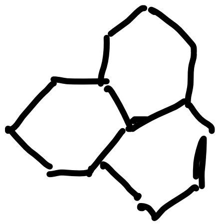



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

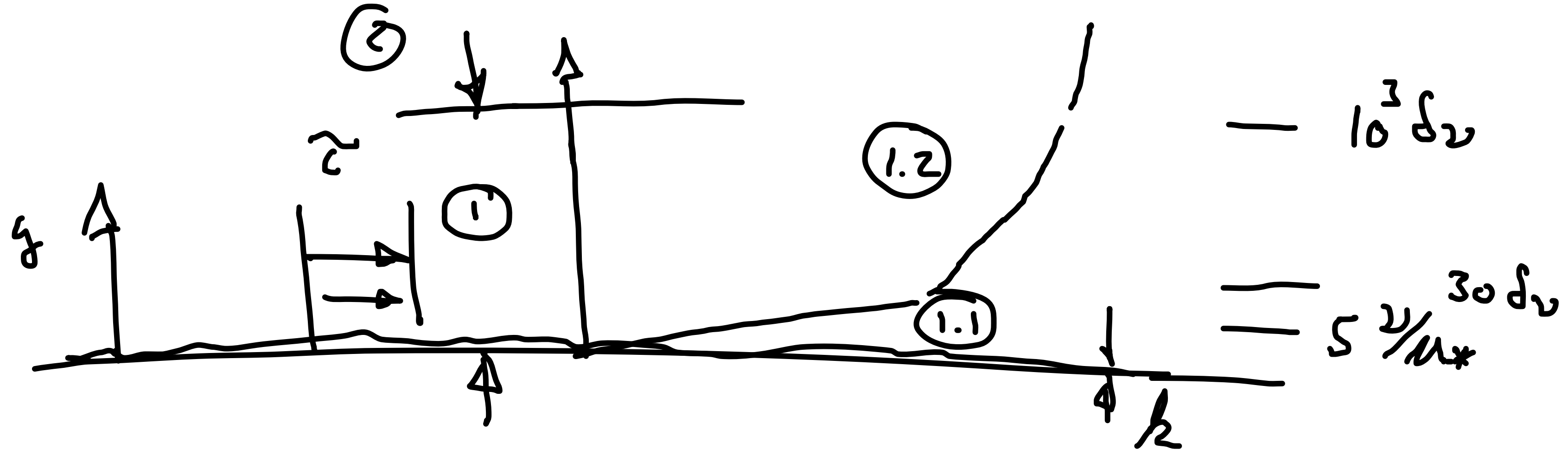
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 19





Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 19




① $0 < y \lesssim 10^3 \delta_\nu$ Prandtl'sches Wandgesetz

typische Länge $\delta_\nu$ $\quad \tau = \tau_0 = \text{const.}$

② $y \gtrsim 10^3 \delta_\nu$ Außen- od. Mittengesetz

typische Länge

Wandhöhe $h$

Rohrradius $R$

Profillänge $L$

$\tau = \tau(y)$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

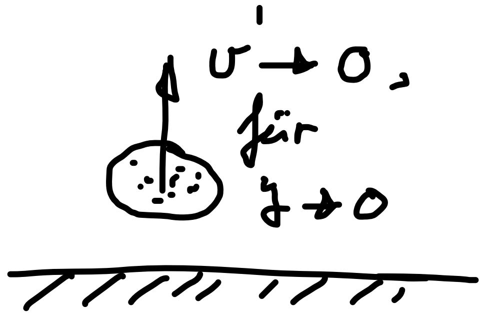

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 19

(1.1) $0 < y \lesssim 5\,\delta_\nu$ viskose Unterschicht

$$\tau = \tau_w = \eta \frac{d\bar{u}}{dy} = \tau_v .$$

$$\tau_t \ll \tau_v$$




(1.2) $30\,\delta_\nu \lesssim y \le 10^3\,\delta_\nu$ logarithmische Wandgesetz.

$$\tau = \tau_w = -\rho\,\overline{u'v'} = \tau_t$$

$$\tau_t \gg \tau_v .$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 19

# Dimensionsanalyse

$$\bar u = f_u(\tau_w, \rho, \eta, y, k) \Leftrightarrow \frac{\bar u}{u_*} = u_+ = f\left(y_+, \frac{k}{\delta_\nu}\right).$$

| | $\bar u$ | $\tau_w$ | $\rho$ | $\eta$ | $y$ | $k$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| L | 1 | -1 | -3 | -1 | 1 | 1 |
| M | | 1 | 1 | 1 | | |
| T | -1 | -2 | | -1 | | |

| | $\bar u / u_*$ | $u_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$ | $\rho$ | $\delta_\nu = \frac{\nu}{u_*}$ | $y^+ = y/\delta_\nu$ | $\frac{k}{\delta_\nu}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| L | 0 | 1 | -3 | 1 | 0 | 0 |
| M | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| T | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$$\left.\begin{aligned} u_+ &= f\left(y_+, \frac{k}{\delta_\nu}\right) \\ \frac{k}{\delta_\nu} &\ll 1 \end{aligned}\right\} \quad u_+ = f(y_+)$$

$$\overline{u'v'} = f_u(y, \eta, \varrho, \tau_w, k)$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\overline{u'v'}}{u_*^{\,2}} &= f\left(y_+, \frac{k}{\delta_\nu}\right) \\ \frac{k}{\delta_\nu} &\ll 1 \end{aligned}\right\} \quad \frac{\overline{u'v'}}{u_*^{\,2}} = f(y_+)$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 19

Viskose Unterschicht:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = f\left(\frac{y}{\delta_\nu}\right)$$

$$\tau_w = \eta \frac{d\bar{u}}{dy} = \eta f' \frac{u_*}{\delta_\nu} = \cancel{\eta} \frac{u_*^2}{\frac{\cancel{\eta}}{\rho}} f'$$

$$= \frac{\tau_w}{\cancel{\rho}} \cancel{\rho} f'$$

$$f' = 1.$$

$$f = y_+ + C$$

$$f(0) = 0 \quad \text{Haftbedingung}$$

$$\left.\right\} \quad f = y_+ \qquad \boxed{\frac{u}{u_*} = \frac{y}{\delta_\nu}}$$

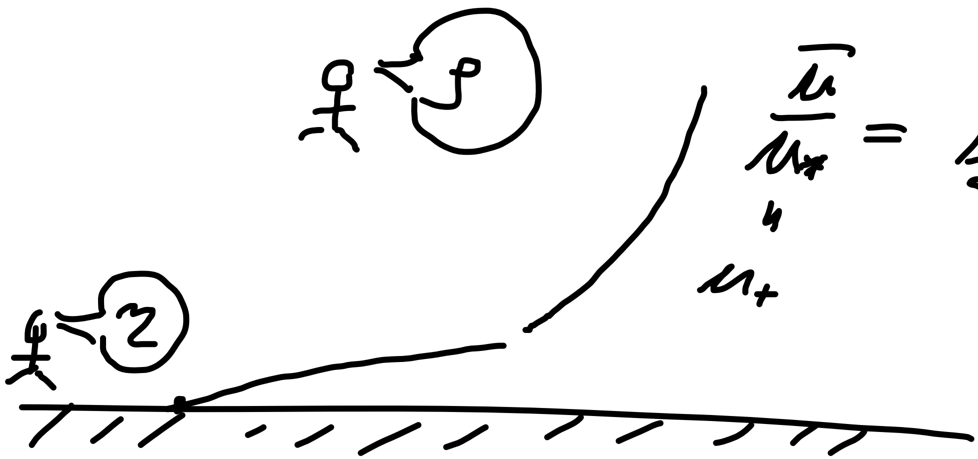
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 19

Bereich des logarithmischen Wandgesetzes.

$$\tau = \tau_w = \tau_t \qquad \tau_\nu \ll \tau_t$$



$$\frac{\bar{u}}{u_*} = f\left(\frac{y}{\delta_\nu}\right)$$

$u_+$ " $y_+$ "

Trick: Wähle die Funktion $f$ derart, dass die Abhängigkeit von der Viskosität verschwindet.

$$\frac{d\bar{u}}{dy} = \frac{u_*}{\delta_\nu} f' = \frac{u_*^2}{\nu} f'\left(\frac{y u_*}{\nu}\right) \overset{!}{=} \frac{u_*^2}{\nu} \frac{\nu}{y u_*} \frac{1}{\kappa}$$

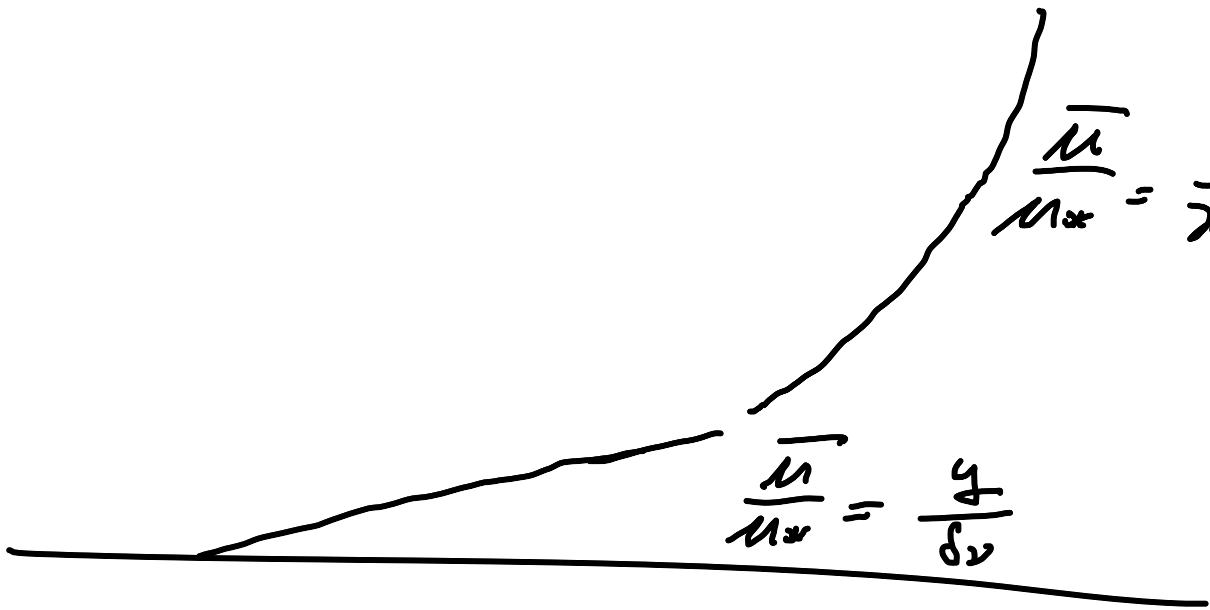
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 19

$$\frac{d\bar{u}}{dy} = \frac{1}{\varkappa}\frac{u_*}{y} \rightsquigarrow \frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{\varkappa}\ln y + C.$$

$$\boxed{\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{\varkappa}\ln\frac{y u_*}{\nu} + B}$$



$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{\varkappa}\ln\frac{y}{\delta_\nu} + B$$

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{y}{\delta_\nu}$$


TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz


Sommersemester 2010

Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme

Vorlesung 19

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

$$\boxed{\text{Kármánsche Konstante} \qquad \kappa \approx 0.4}$$

Konstant für das glatte Rohr $\quad B \approx 5.$

---

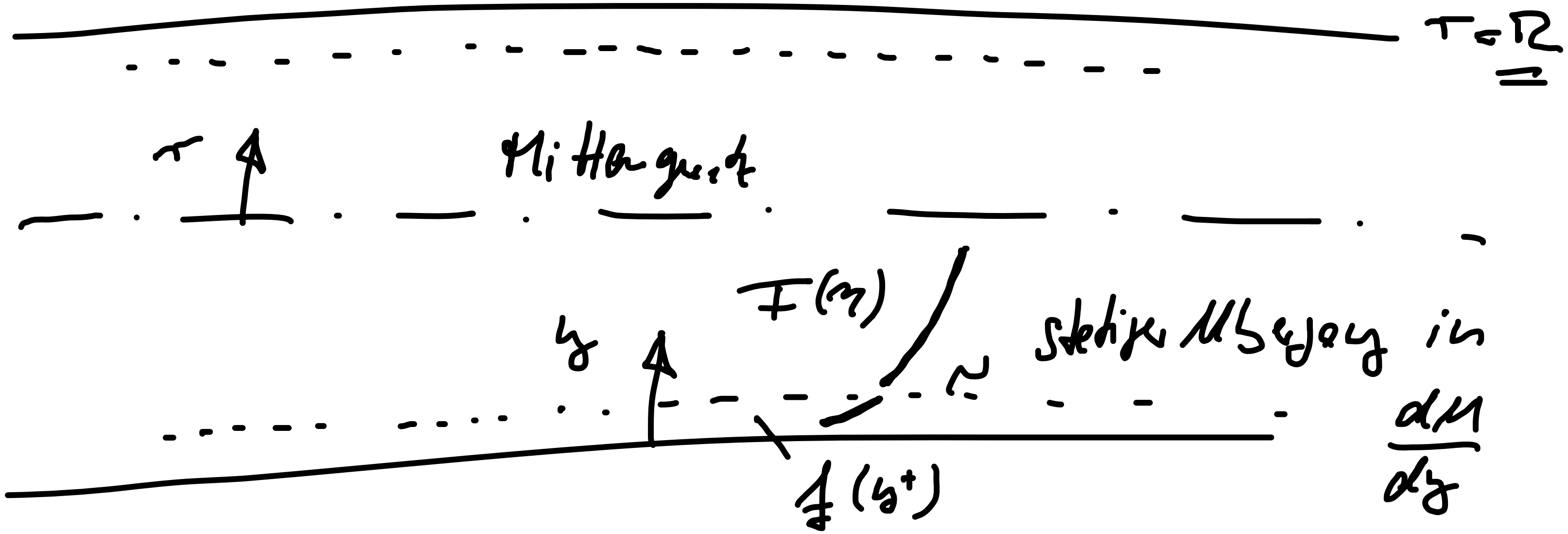
Prandtlsche Wandgesetz für die rauh Wand.

$$k \gg \delta_\nu$$

$$\frac{k}{\delta_\nu} = \frac{k u_*}{\nu} \gtrsim 70 \qquad B\left(\frac{k}{\delta_\nu}\right)$$

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{k}\right) + B' \qquad B' = 8.5$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 19




Mittelpunkt: Typische Länge ist der Radius $R$

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = fn\left(\frac{r}{R}, y^+\right) = F(\eta)$$

$$\frac{r}{R} = \eta$$

$$\frac{d\bar{u}}{dy} = \frac{u_*}{R}\frac{dF}{d\eta} \overset{!}{=} \frac{u_*^2}{\nu}\frac{df}{dy_*} \Leftrightarrow$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 19

$$\eta \frac{dF}{d\eta} = y_+ \frac{df}{dy_+} = \frac{1}{\kappa}.$$

$$f = \frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B$$

$$F = \frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{R} + \frac{u_{max}}{u_*}$$

$$\boxed{\frac{u_{max}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{\delta_\nu}\right) + B}$$

Widerstandsgesetz für die Rohrstr. $y = R - r$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010

Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme

Vorlesung 19