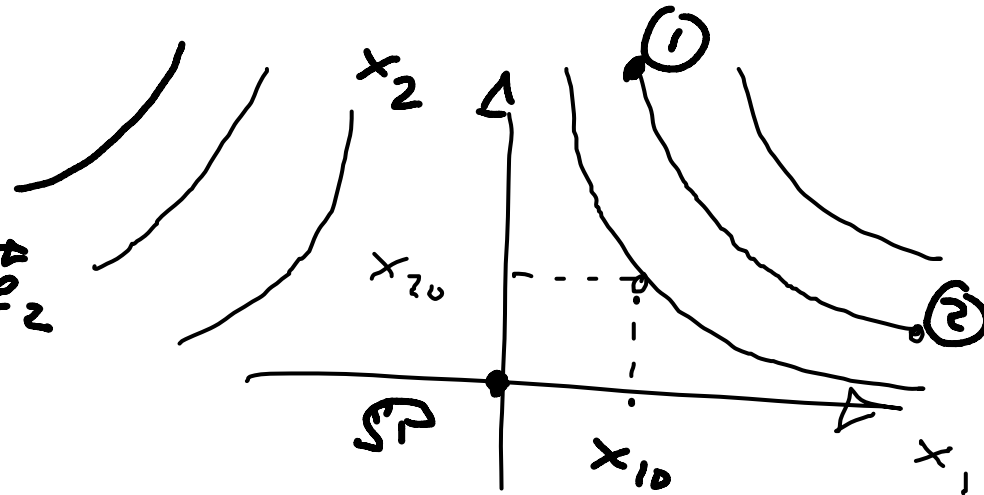


Ebene Staupunktlösung. SP

$$\frac{d\vec{x}}{ds} = \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}$$

$$\vec{u} = ax_1 \vec{e}_1 - ax_2 \vec{e}_2$$



$$\frac{dx_1}{ds} = \frac{u_1}{|\vec{u}|} = \frac{ax_1}{|\vec{u}|}$$

$$\frac{dx_2}{ds} = \frac{u_2}{|\vec{u}|} = \frac{-ax_2}{|\vec{u}|}$$

$$\frac{x_1}{x_{10}} = \frac{x_2}{x_{20}}$$

$$\frac{dx_1}{dx_2} = -\frac{x_1}{x_2}$$

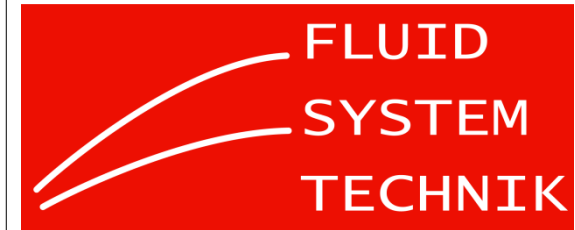
↪

$$\frac{dx_1}{x_1} = -\frac{dx_2}{x_2} \Rightarrow \ln \frac{x_1}{x_{10}} = -\ln \frac{x_2}{x_{20}}$$

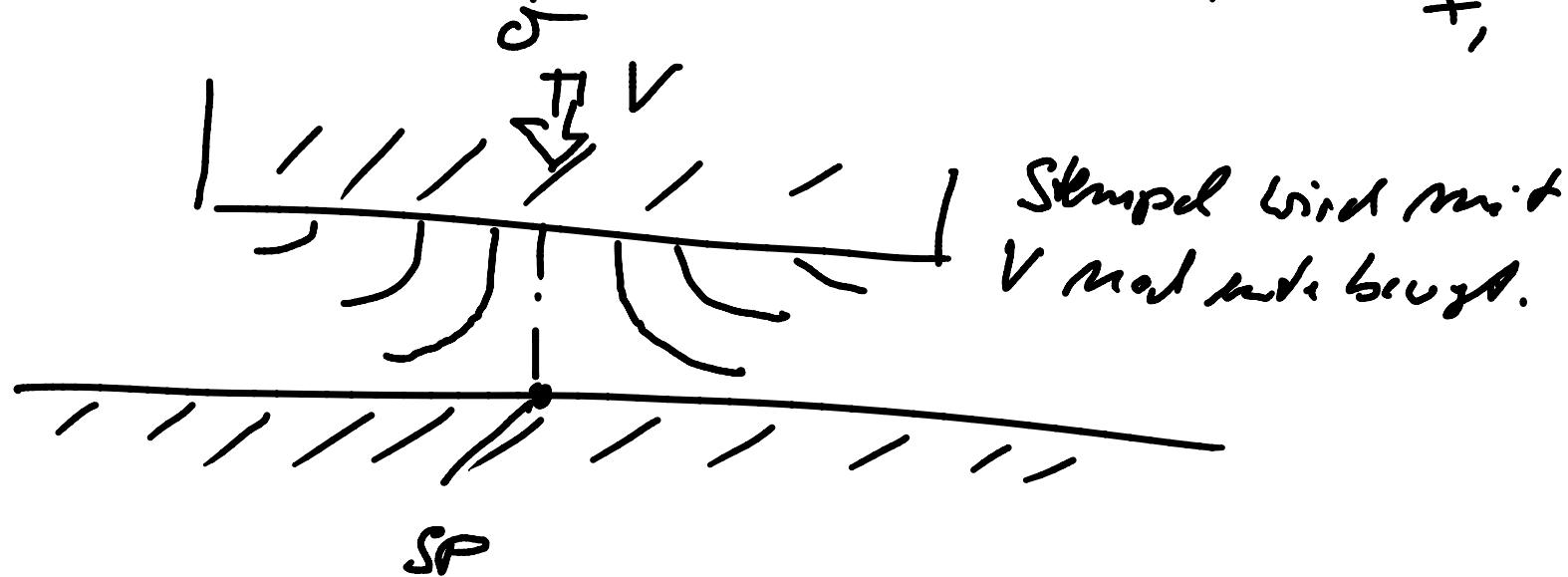
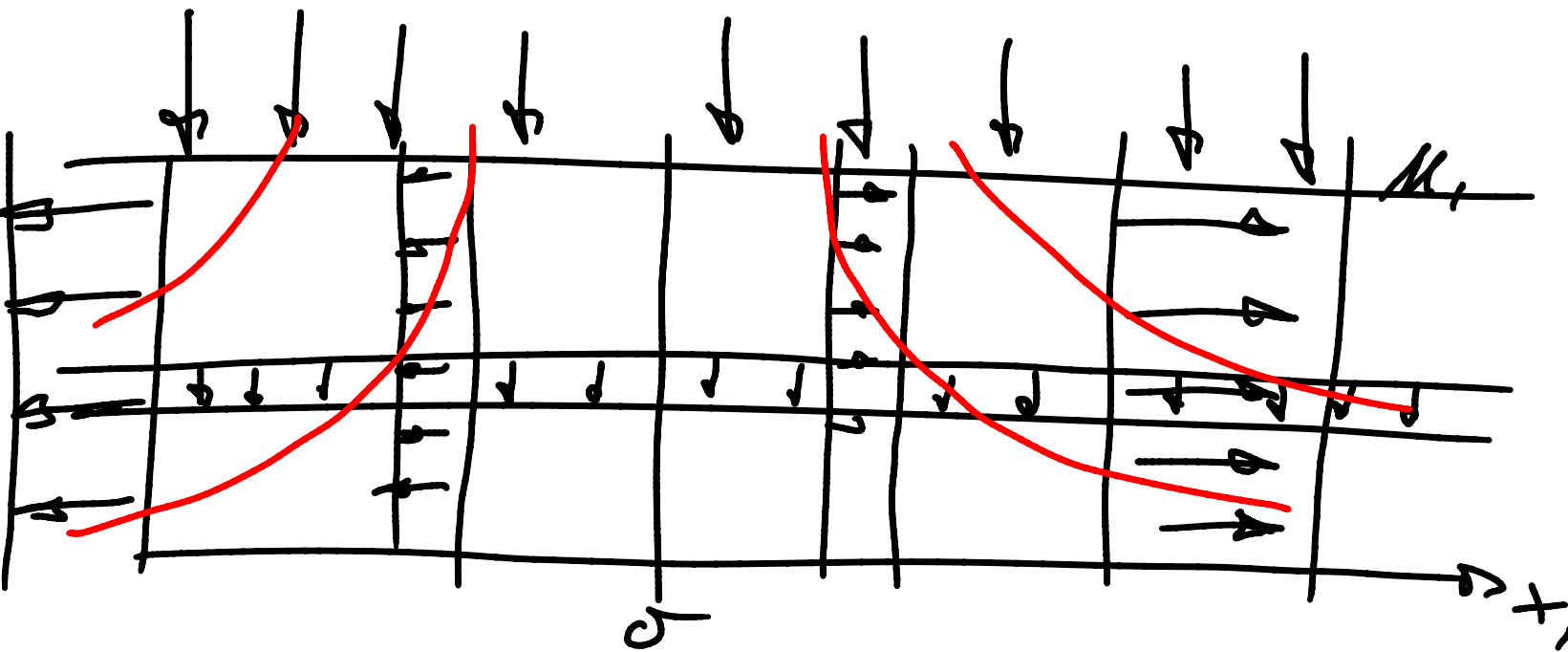
21.06.2011



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

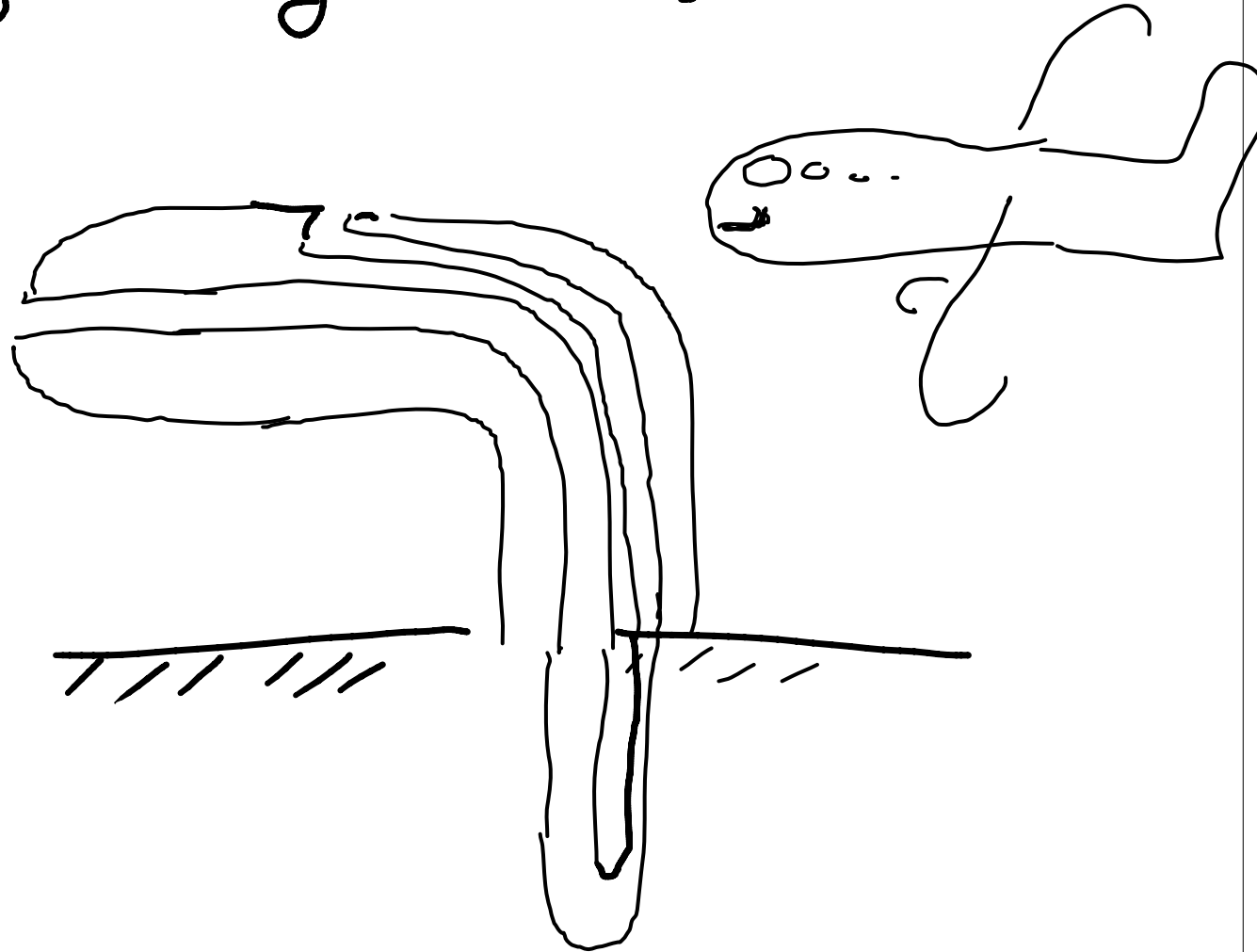


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die
Hydrodynamik
Vorlesung 7

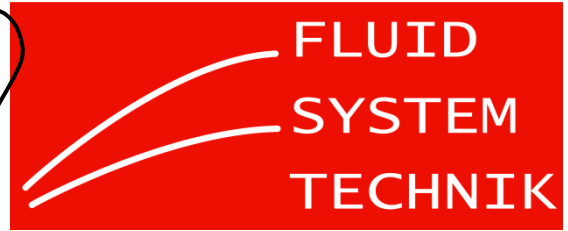


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die
Hydrodynamik
Vorlesung 7

Geschwindigkeitmessung eines Flüssiges



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

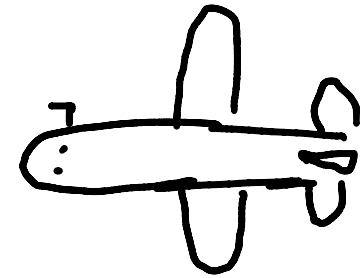
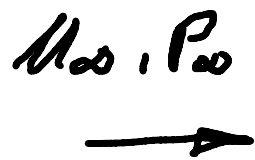
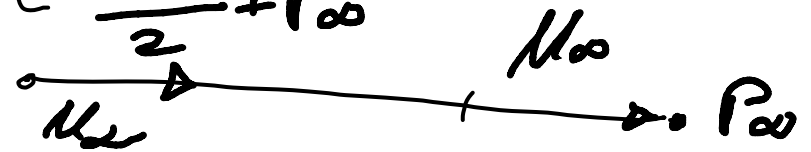


FLUID
SYSTEM
TECHNIK



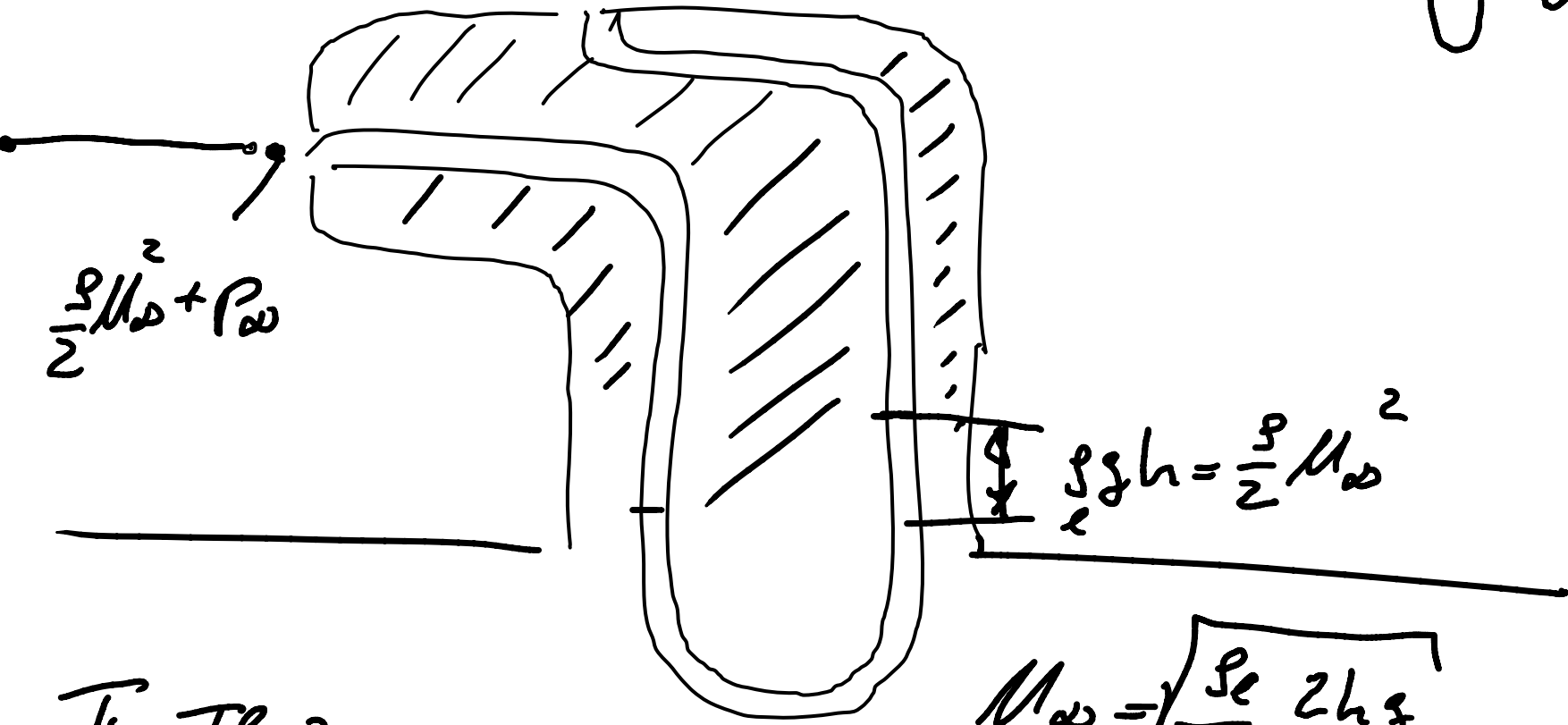
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die
Hydrodynamik
Vorlesung 7

$$C = \frac{\rho U_{\infty}^2}{2} + P_{\infty}$$



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

FLUID
SYSTEM
TECHNIK



In Flight

$$U_{\infty} = \sqrt{\frac{\rho_e}{\rho} 2 h g}$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die
Hydrodynamik
Vorlesung 7



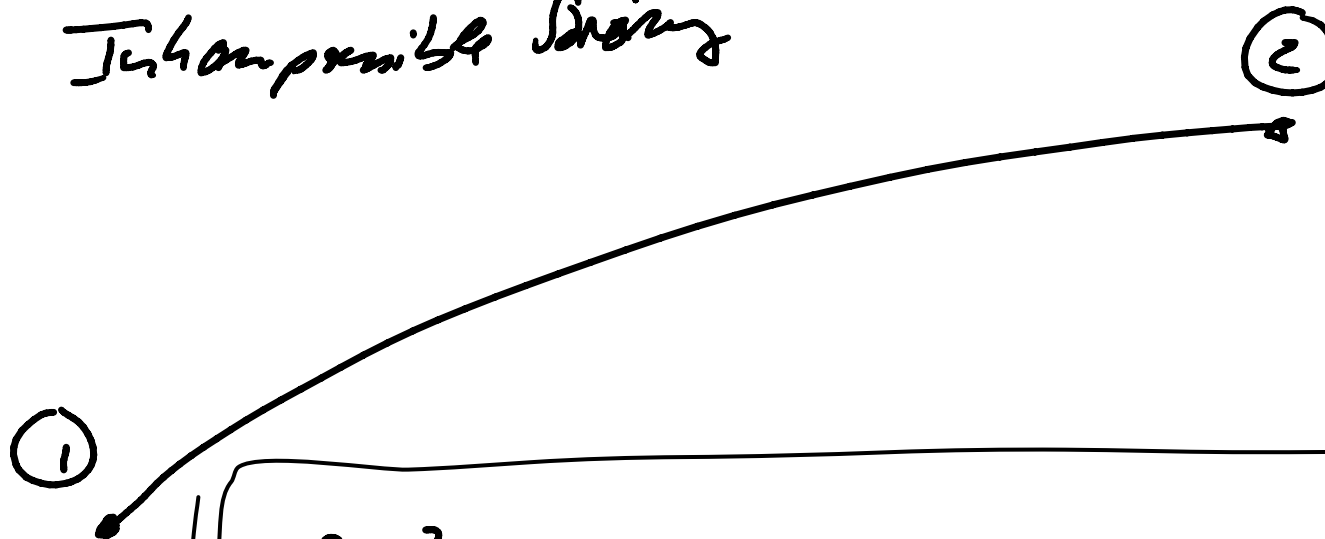
$$\frac{M^2}{2} + \underline{P} + \psi' + \int \frac{\partial M}{\partial t} ds = C$$

$$\underline{P} = \int \frac{dP}{\rho}$$

Wichtigster Spezialfall:

ψ' ist das Potential der Volumenkräfte.

Inkompressible Strömung



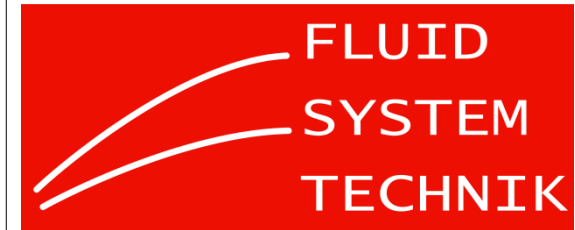
$$\frac{\rho}{2} M_1^2 + \underbrace{P_1 + \psi_1}_1 = \frac{\rho}{2} M_2^2 + P_2 + \psi_2 + \int \frac{\partial M}{\partial t} \rho ds_2$$

Pr Piezometrisch Druck

Letzte Vorlesung:
Aufnahme defekt, nur
Folien vorhanden



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die
Hydrodynamik
Vorlesung 7

Bernoulli gilt für reib. Strömung ohne Verluste
oder für Potentialströmung.

Barometrische Erweiterung der
Bernoullische Gleichung um Druckverluste. ΔP_v

Für inkompressible Strömung

$$P_1 + \frac{\rho}{2} u_1^2 + \psi_1 = P_2 + \frac{\rho}{2} u_2^2 + \psi_2 + \int_1^2 \rho \frac{\partial u}{\partial t} ds + \Delta P_v$$

①

②



Impulsatz in integraler Form.

$$\frac{D}{Dt} \int_{V(t)} \rho \vec{u} dV = \oint_{\mathcal{S}} \vec{t} d\mathcal{S} + \int_V \rho \vec{h} dV$$

Die Impulsänderung eines materiellen Körpers ist gleich der Summe aus Oberflächenkraft und Volumenkraft auf den Körper.



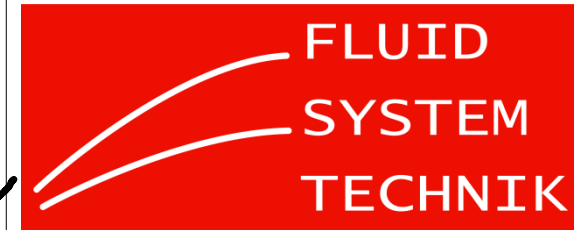
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die
Hydrodynamik
Vorlesung 7

Umformung der linken Seite mit dem
Reynoldsdurch Transporttheorem.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \vec{u} dV + \int_{\mathcal{N}} \rho \vec{u} \vec{u} \cdot \vec{n} dS = \int_V \rho \vec{f} dV + \int_V \rho \vec{k} dV$$



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die
Hydrodynamik
Vorlesung 7

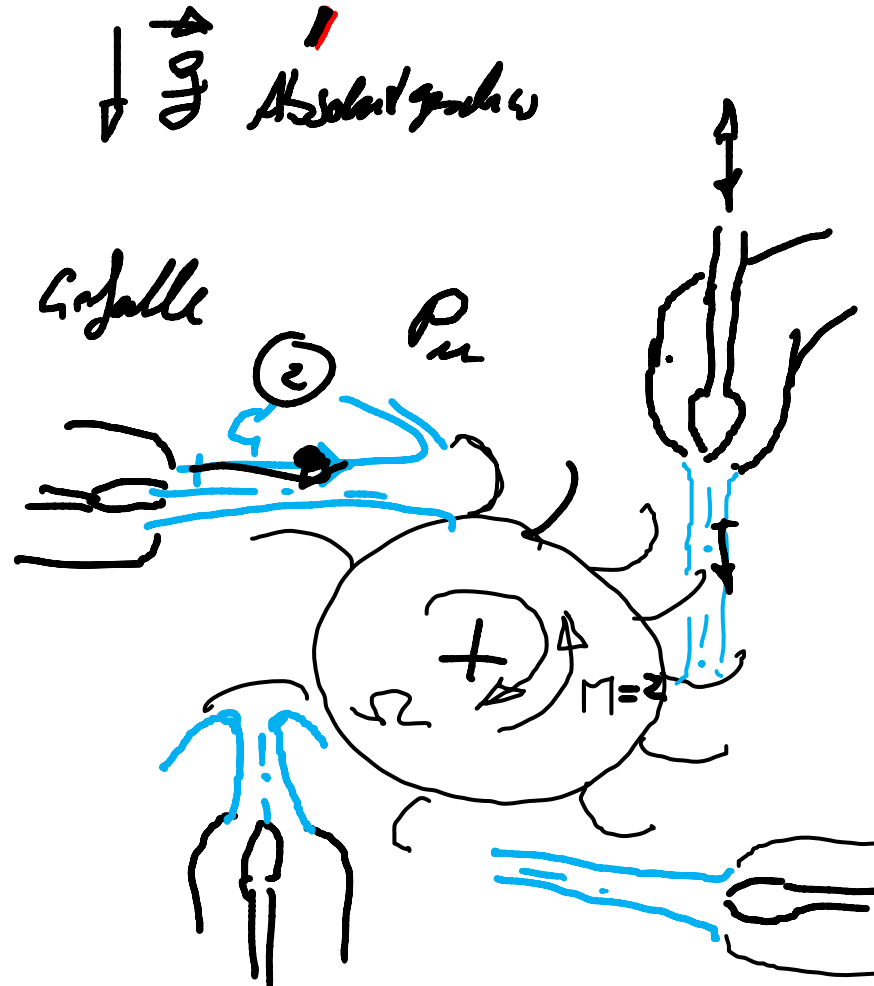
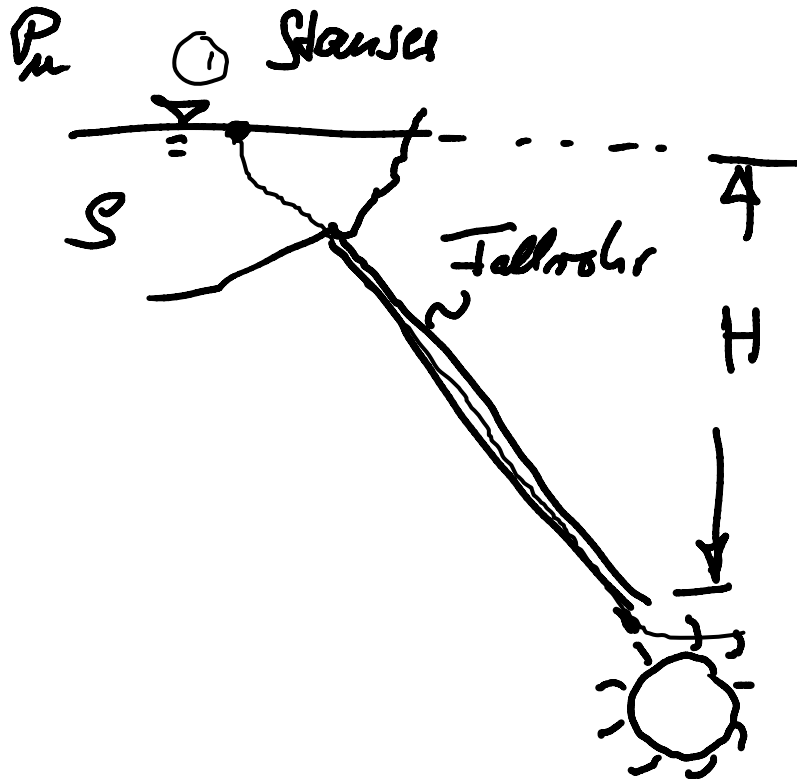
Anwendung: Kraft auf die Schaufel

lineare Peltonmaschine.

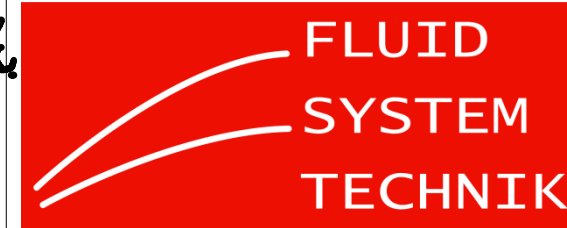
Umgangsg.

Relativgesch.

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w}$$

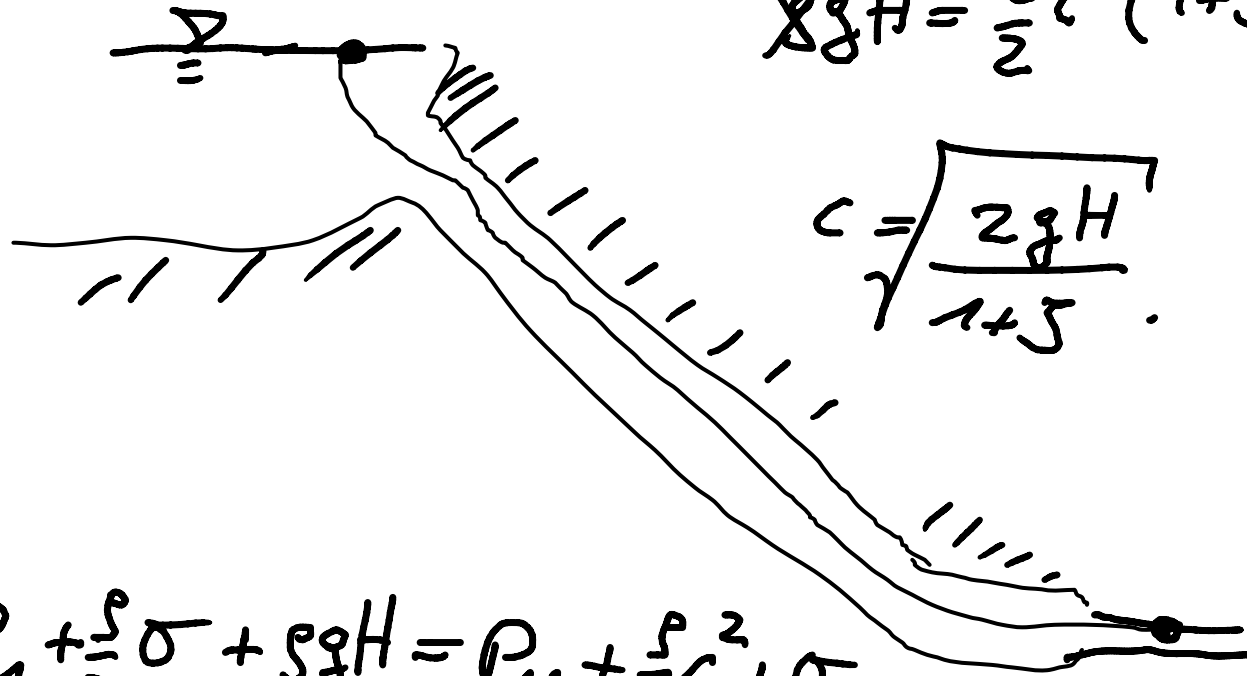


TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die
Hydrodynamik
Vorlesung 7

Bernoulli'sche Gleichung



$$\rho g H = \frac{\rho}{2} c^2 (1 + \zeta)$$

$$c = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \zeta}}$$

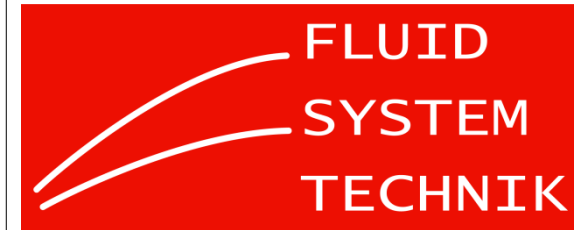
$$P_m + \frac{\rho}{2} 0 + \rho g H = P_m + \frac{\rho}{2} c^2 + 0 + \int \frac{\partial \sigma}{\partial x} \rho dx + \Delta P_v$$

$$\Delta P_v := \frac{\rho}{2} c^2 \zeta$$

ζ Verlustkoeffizient $\hat{=}$ dimensionslos
Durchmesser



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



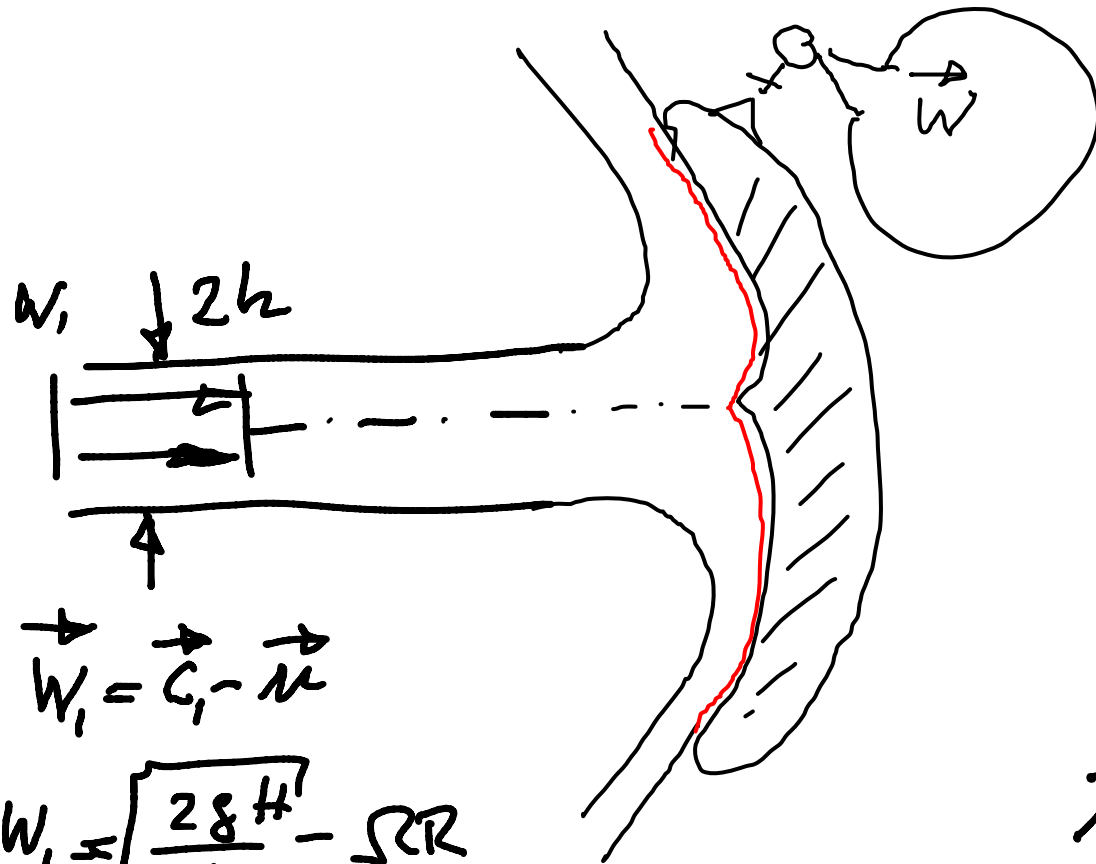
FLUID
SYSTEM
TECHNIK



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die
Hydrodynamik
Vorlesung 7



$$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u}$$



$$\vec{c}_\varphi = \vec{c}_x$$

$$\vec{c}_1 = \sqrt{\frac{2gH}{1+\psi}} \vec{e}_x$$

$$\vec{u} = \Omega R \vec{e}_\varphi$$

$$w_1 = \sqrt{\frac{2gH}{1+\psi}} - \Omega R$$

$\vec{u} = \Omega R \vec{e}_\varphi$ Umfangsgeschw. der Scheib.

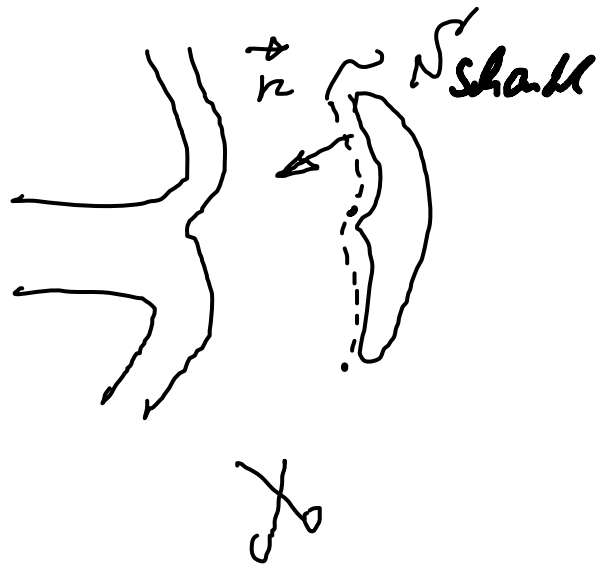




Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die
Hydrodynamik
Vorlesung 7

Zwei Wege:

①. Berechnung der Kraft auf die Staffe
durch Integration der Spannungskräfte.



$$\vec{F} = \int_{N_{Staffe}} \vec{t} \, dN$$

②. Berechnung der Kraft über die Impulserhaltung.

Trich

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}\text{-Schaufl} + \mathcal{R}\text{-Schicht}$$

Annahme 1) gleichförmige Bewegung

\rightarrow das Relativsystem ist ein Inertialsystem

\rightarrow keine Scherkräfte im Turbulenz

2) stationäre Strömung

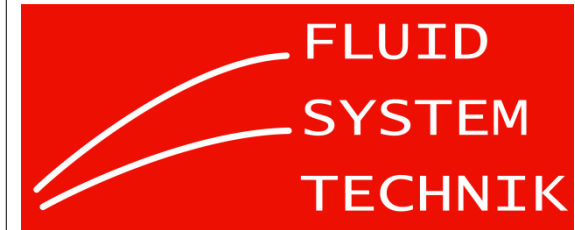
$$\frac{\partial}{\partial t} \equiv 0.$$

3) homogenes Dichtfeld

$$\rho \equiv \text{const.}$$

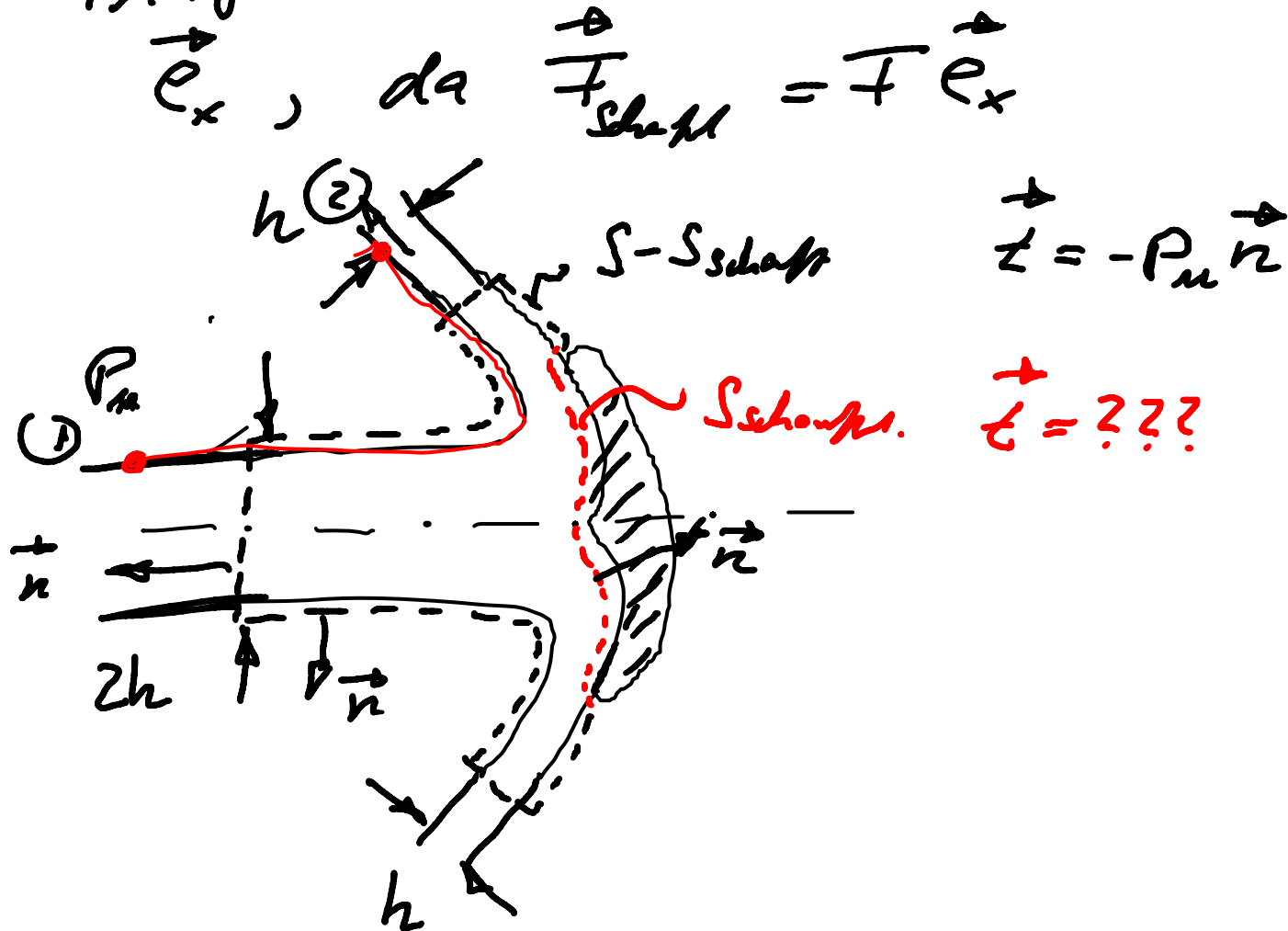


TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die
Hydrodynamik
Vorlesung 7

Multiplication des Impulssatzes $\rho h d s$ mit \vec{e}_x , da $\vec{F}_{\text{Sheff}} = F \vec{e}_x$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die
Hydrodynamik
Vorlesung 7

$$P_m + \frac{\rho}{2} w_1^2 = P_m + \frac{\rho}{2} w_2^2 \Rightarrow w_1 = w_2$$



Kontin

$$2h_1 w_1 = 2h_2 w_2 = 2h_2 w_1$$

$$\leadsto \underline{\underline{h_2 = h_1}}$$



$p_u \equiv 0$, da für die
Strömung inkompressibel
ist.

$$\int_{S_{\text{Kont}}} \rho \vec{w} \cdot \vec{n} dS = \int_{S_{\text{Kont}}} \rho \vec{w} \cdot \vec{n} dS + \int_{S_{\text{Kont}}} \vec{\tau} + p_u \vec{n} dS$$



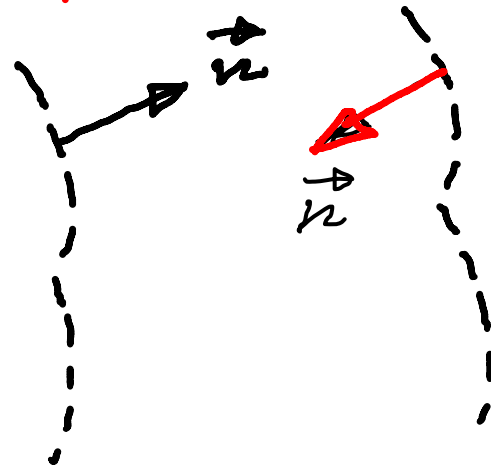
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die
Hydrodynamik
Vorlesung 7



$$\int_{A_1} \rho \underbrace{\vec{w} \cdot \vec{e}_x}_{w_1} \underbrace{\vec{w} \cdot \vec{n}}_{-w_1} d\mathcal{N} + \int_{A_2} \rho \underbrace{\vec{w} \cdot \vec{e}_x}_{-w_1 \cos \beta} \vec{w} \cdot \vec{n} d\mathcal{N} =$$

$$= -F \quad \begin{matrix} FL \rightarrow Schenk \\ Schenk \rightarrow FL \end{matrix} = F \quad \begin{matrix} Schenk \rightarrow FL \\ FL \rightarrow Schenk \end{matrix}$$

Altkio = Reaktor.



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die
Hydrodynamik
Vorlesung 7

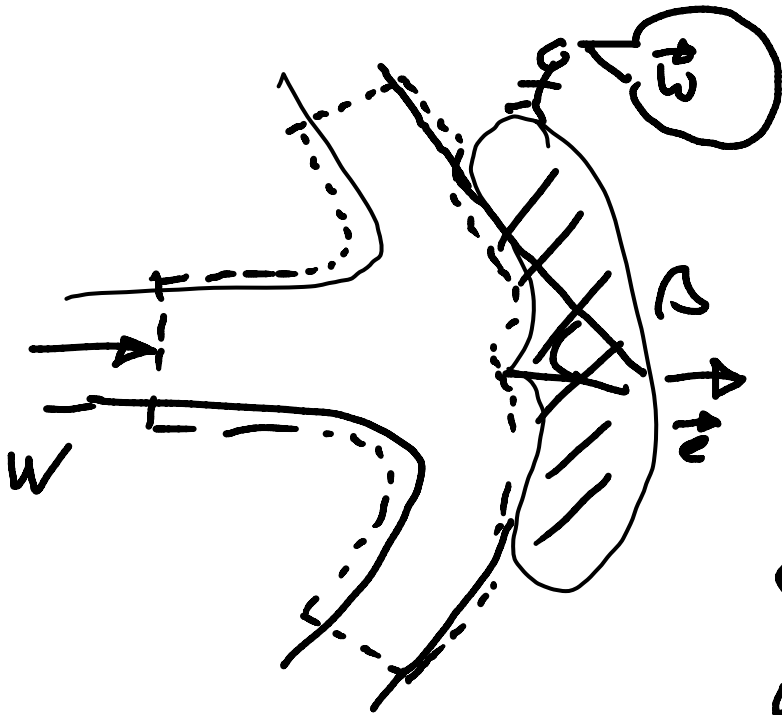
$$+ \rho w_1^2 2h + \rho w_1^2 2h \cos\beta = + F$$

$$F = \rho w_1^2 2h (1 + \cos\beta)$$

$$= \left(\sqrt{\frac{2gh'}{1+J}} - \Omega R \right)^2 \rho 2h (1 + \cos\beta)$$



Impulsbilanz in differentieller Form; Druckatz



$$\vec{w} = \vec{c} - \vec{u}$$

Wirkf

$$F = \rho w^2 h (1 + \cos\beta)$$

Wirkf

Wirkung die an der Schale verrichtet wird.

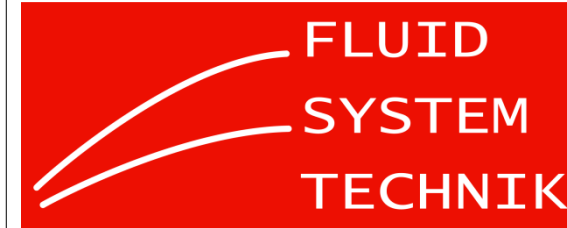
$$P = \vec{F} \cdot \vec{n}$$

$$\vec{n} = r \Omega \vec{e}$$

Translationsgeschw. der Schale.



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die
Hydrodynamik
Vorlesung 8