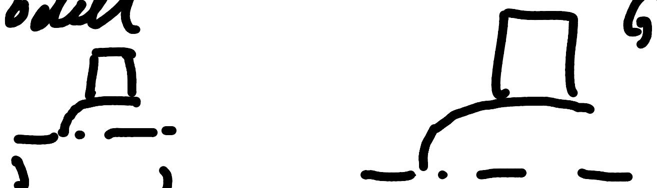
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme

Modell Großausführung.



$\Pi_1', \Pi_2', \ldots$ $\Pi_1, \Pi_2, \ldots$

Modelltheorie

vollständige Ähnlichkeit

unvollständige Ähnlichkeit

$\Pi_i' = \Pi_i$

$i = 1 \ldots n-r$

$\Pi_1' \neq \Pi_1$

$\Pi_i' = \Pi_i$

$i = 2 \ldots n \; r$

$\varphi, Re, Ma, \ldots$ unabhängigen dimensionslose Produkte.

η, ψ abhängige " "

Häufig gibt man die Ähnlichkeit in der Reynoldszahl auf.

$$Re' \neq Re$$

Maßstabsfaktor $\quad M_{Re} := \frac{Re'}{Re} \neq 1$

Aus der Forderung nach vollständiger Ähnlichkeit folgt, dass die Produkte der Maßstabsfaktoren gleich eins sind

$$\varphi' \overset{!}{=} \varphi$$

$$\Longleftrightarrow \quad \frac{\dot V'}{n' d'^3} \overset{!}{=} \frac{\dot V}{n d^3}$$

$$\frac{\dot V'/\dot V}{\frac{n'}{n}\left(\frac{d'}{d}\right)^3} \overset{!}{=} 1$$

$$\frac{M_{\dot V}}{M_n M_d^3} \overset{!}{=} 1$$

$$\varphi \overset{!}{=} \varphi'$$

$$\frac{M_{\dot V}}{M_n M_\alpha^3} \overset{!}{=} 1$$

$$Re \overset{!}{=} Re'$$

$$\frac{M_n M_\alpha^2}{M_\nu} \overset{!}{=} 1$$

$$\psi \overset{!}{=} \psi'$$

$$\frac{M_{gH}}{M_\alpha^2 M_n^2} \overset{!}{=} 1$$

$$M_\alpha = \frac{\alpha'}{\alpha} = \varkappa \overset{z.B.}{=} \frac{1}{10}$$

$$M_n = \varkappa^{-2}$$

$$M_{\dot V} = \varkappa$$

$$M_{gH} = \varkappa^{-2}$$

$$\frac{P_{sr}}{\rho n^3 d^5} = \lambda$$ Leistungsziffer.

Test $$[\rho n^3 d^5] = \frac{M}{\cancel{L^3}} \frac{1}{T^3} L^{\cancel{5}\,2}$$

$$\frac{ML}{T^2} \frac{L}{T}$$

✓

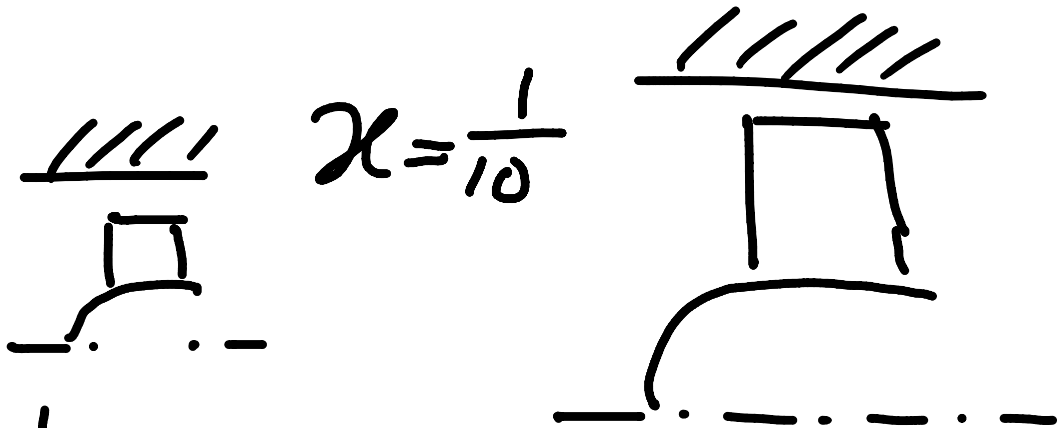
$$\cancel{M_{P_{sr}} = M_n^3 M_d^5 = (\mathcal{K}^{-2})^3 \mathcal{K}^5}$$

$$\cancel{= \mathcal{K}^{-1}}$$

$\rightsquigarrow$ Lösung

$$M_{gH} \overset{!}{=} 1$$

$$M_{Re} = \varkappa$$



$$\varkappa = \frac{1}{10}$$

$$Re' = 10^4 \qquad Re = 10^5$$

$$\Delta\eta = \eta - \eta' : \quad \eta'(\varphi, Re') < \eta(\varphi, Re)$$

Vorhersage des Wirkungsgrades bei unvollständiger Ähnlichkeit: Scaling Aufwertung.

Ineffizienz $\varepsilon := 1 - \eta = \dfrac{P_{loss}}{P_{sh}} \rightsquigarrow P_\ell = \varepsilon P_{sh}$

totale Differential

$df(x,y)$

$$d\varepsilon = \frac{dP_\ell}{P_{sh}} - \frac{P_{loss}}{P_{sh}} \frac{dP_{sh}}{P_{sh}}$$

$$= \varepsilon \frac{dP_\ell}{P_\ell} - \varepsilon^2 \frac{dP_{sh}}{P_\ell}$$

$\varepsilon \sim 0.1$ $\quad \varepsilon^2 \sim 0.01$

$$= \varepsilon \frac{dP_\ell}{P_\ell} + \mathcal{O}(\varepsilon^2)$$

$$d\varepsilon \approx \varepsilon \frac{dP_e}{P_e}$$

$$\boxed{\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{dP_e}{P_e}} \Longleftrightarrow \boxed{\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{dc_e}{c_e}}$$

$\frac{df}{f}$ nennt man eine logarithmische Änderung.

$$P_e \approx \varrho n^2 d^2 c_e$$

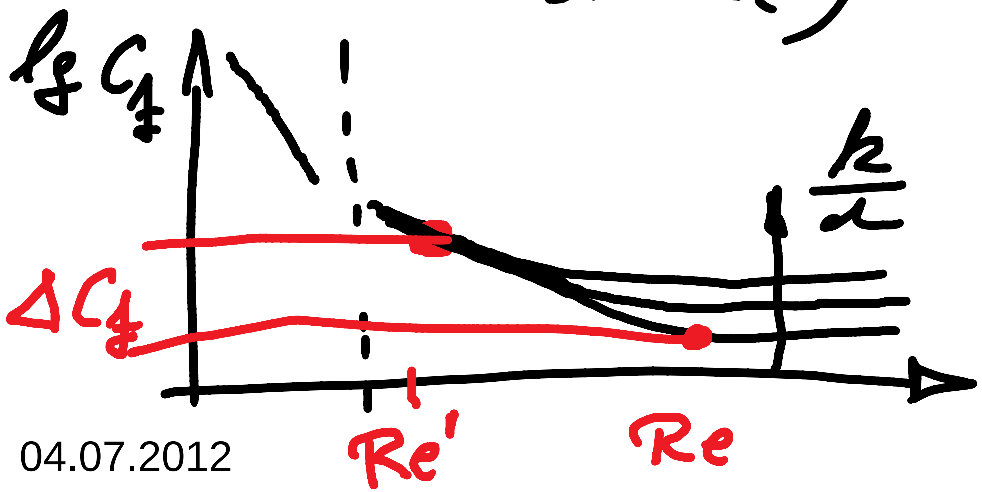
$$c_e\left(Re, \frac{k}{d}, \frac{s}{d}\right)$$

Die logarithmische Änderung von Ineffizienz und Verlustbeiwert $c_\ell\left(Re, \frac{k}{d}, \frac{\Delta}{d}\right)$ der Maschine sind bis auf Ordnung ε^2 gleich.

vgl. FST Modell.

Froudescher Ansatz

$$c_\ell\left(Re, \frac{k}{d}, \frac{\Delta}{d}\right) \overset{\text{Ansatz}}{=} \underbrace{c_f\left(Re, \frac{k}{d}\right)}_{\text{Reibung}} + \underbrace{c_s\left(\frac{\Delta}{d}\right)}_{\text{Spalt.}}$$



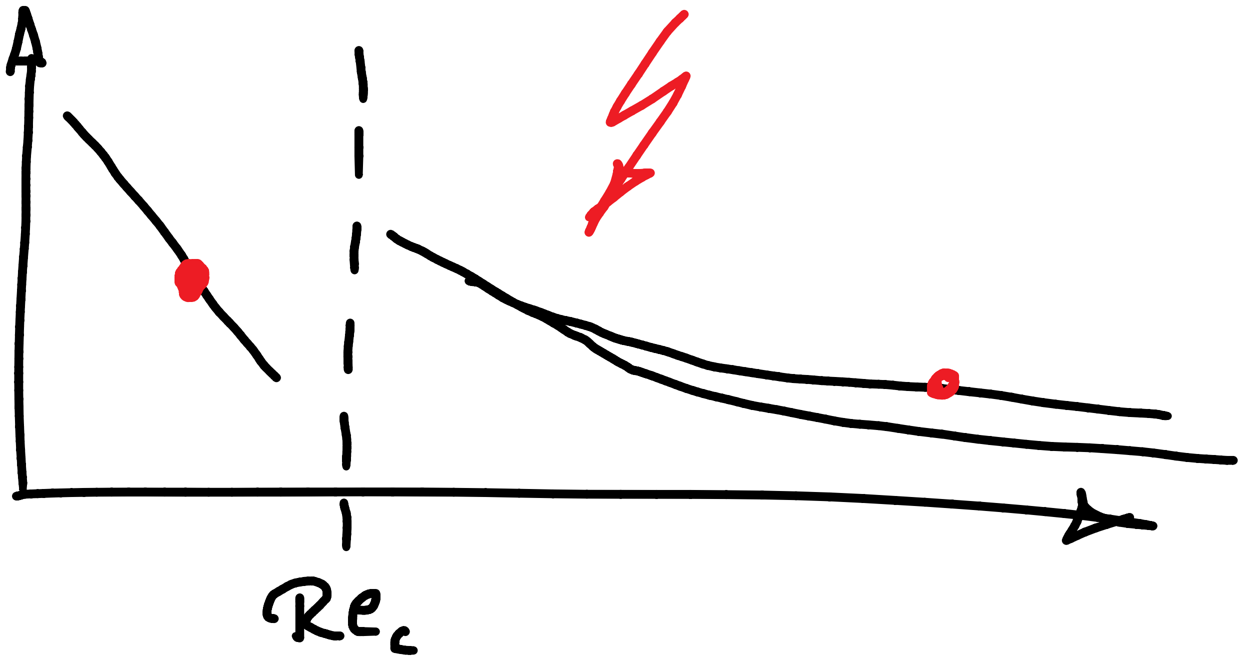
Colebrooksches Widerstandsgesetz

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{dc_\ell}{c_\ell}$$

$$\boxed{\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{\Delta c_f}{c_f}}$$ Aufwertgleichung

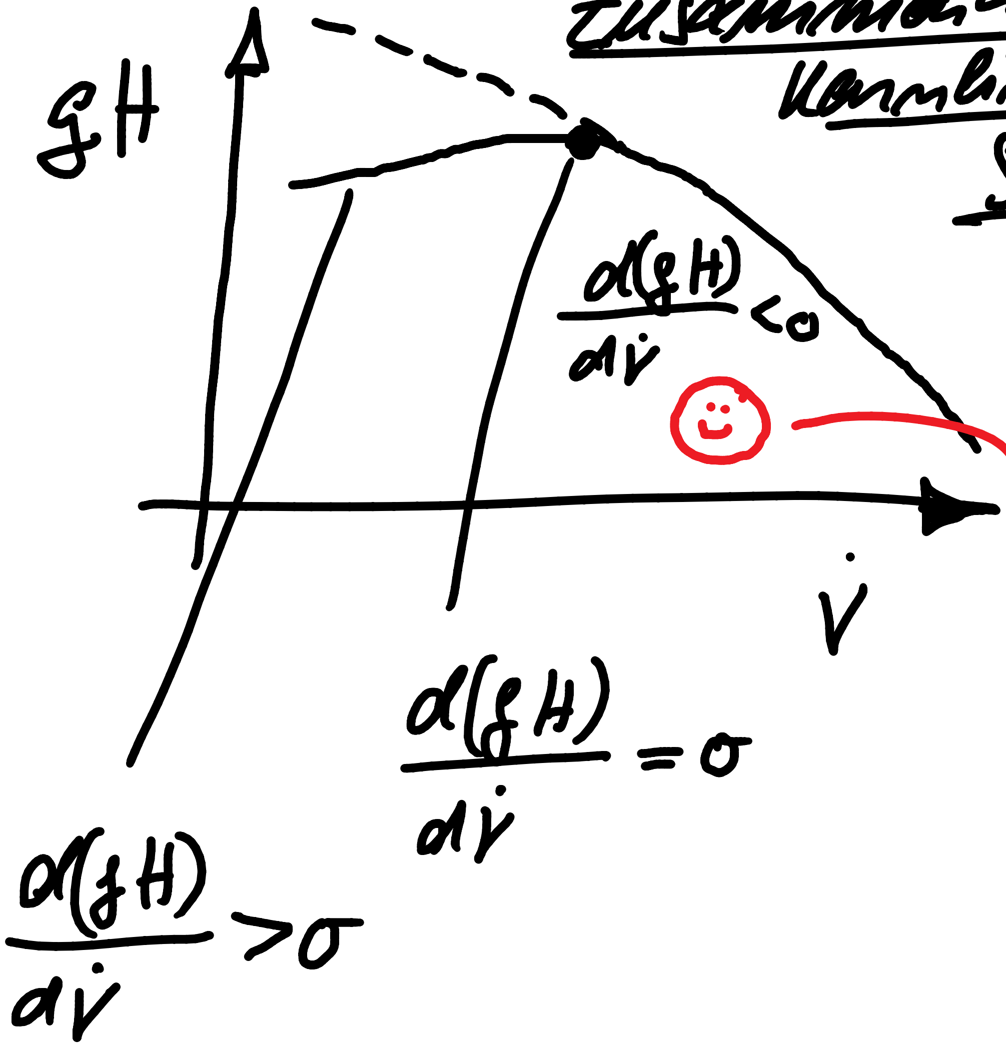
Aufwertung ist physikalisch begründbare Extrapolation.

Achtung: Aufweitung funktioniert nicht, wenn versucht wird über eine Verzweigung (Instabilität, Bifurcation) hinweg aufgeweitet wird.



Zusammenhang der Kennlinie und Systemschwingung

Surge od. Pumpen



☺ positive Dämpfung
→ Störungen werden weggedämpft.

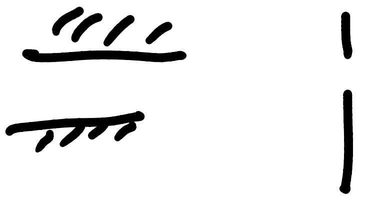
☹ → kann zu einer negativen Dämpfung eines Systems führen? } Anfachung

Energiequelle

Anfachung + Trägheit + Nachgiebigkeit

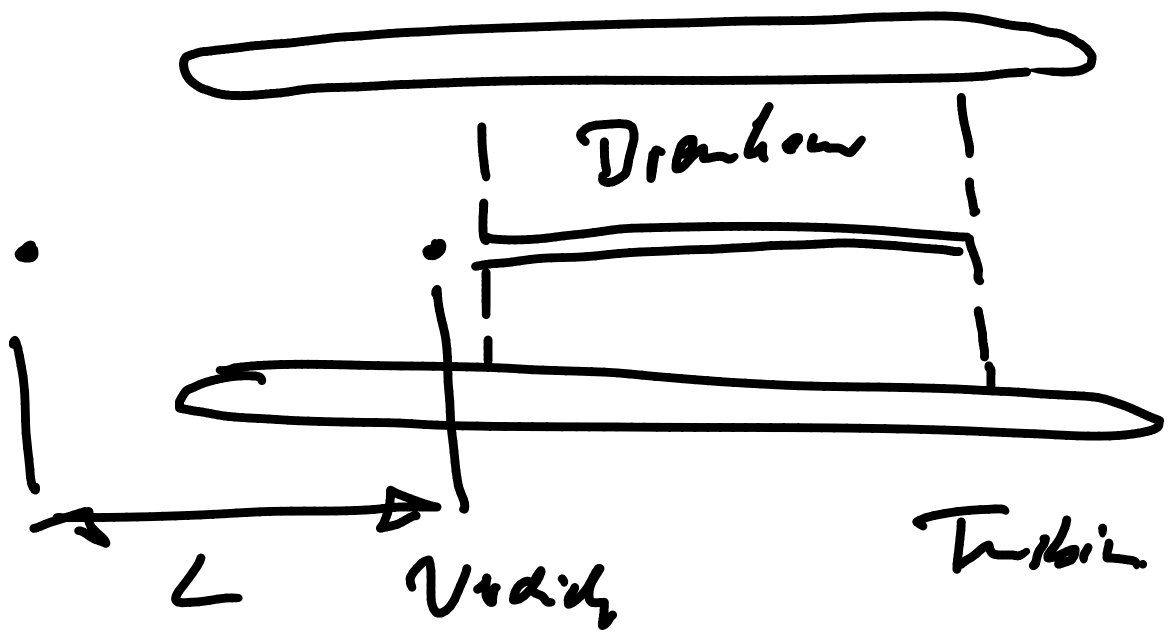
|| || || Kapazität.

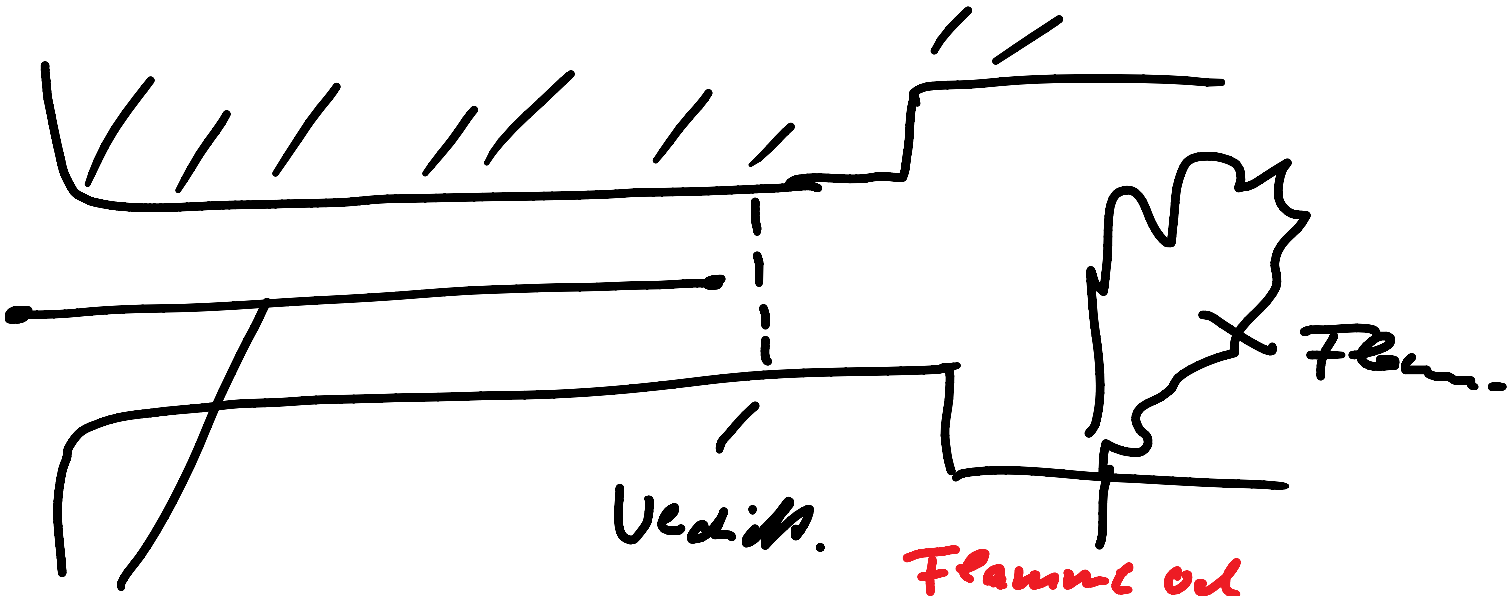
Maschine Rohrleitung Volumenspeicher.



Rohrleitung Speicher

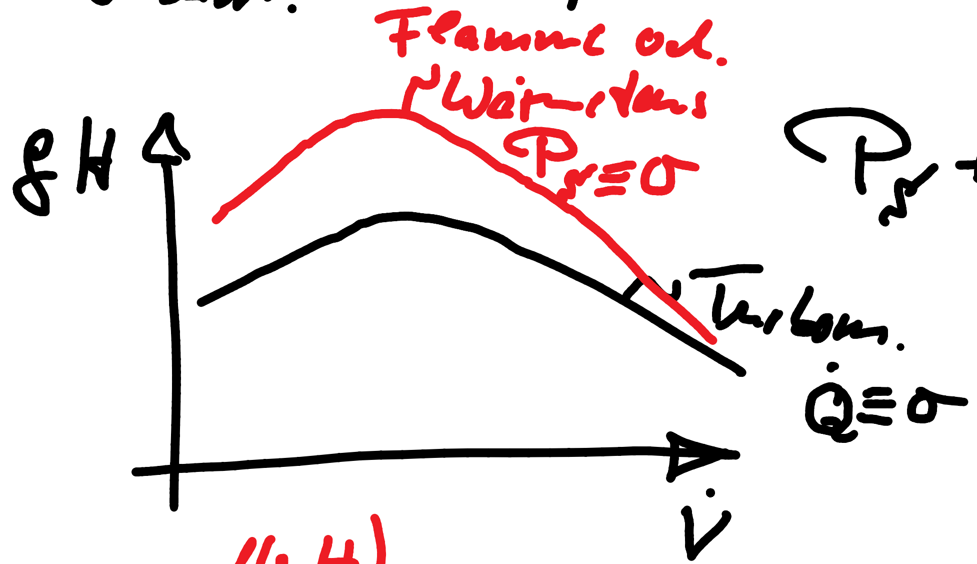
z.B. Flugtriebwerk.





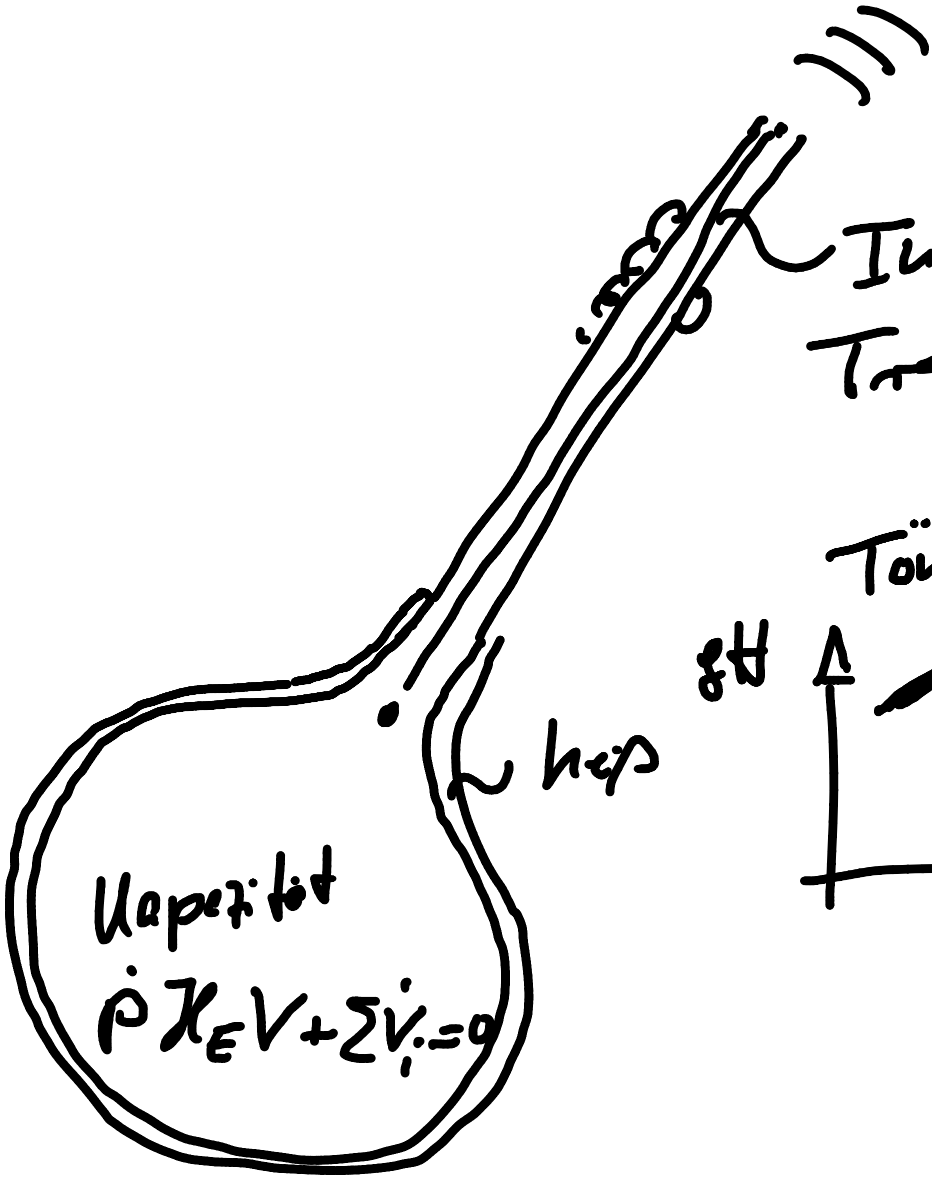
Trägheit

Induktivität



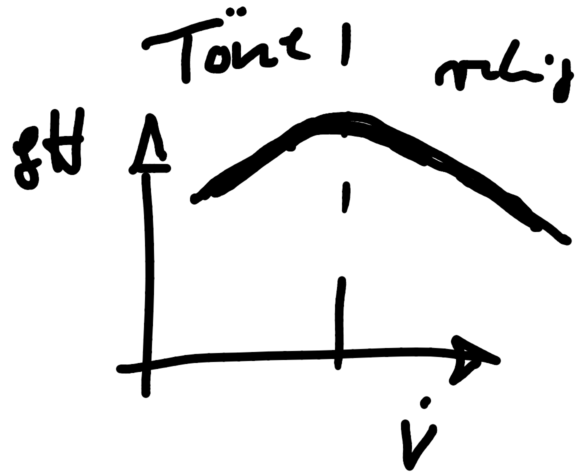
$$P_s + \dot Q = \dot m \left(h_{t2} - h_{t1}\right)$$

$$\frac{d(\rho H)}{d\dot V} > 0$$



Induktivität
Trägheit $\sim \varrho_{eff} L_i \dot{u}$

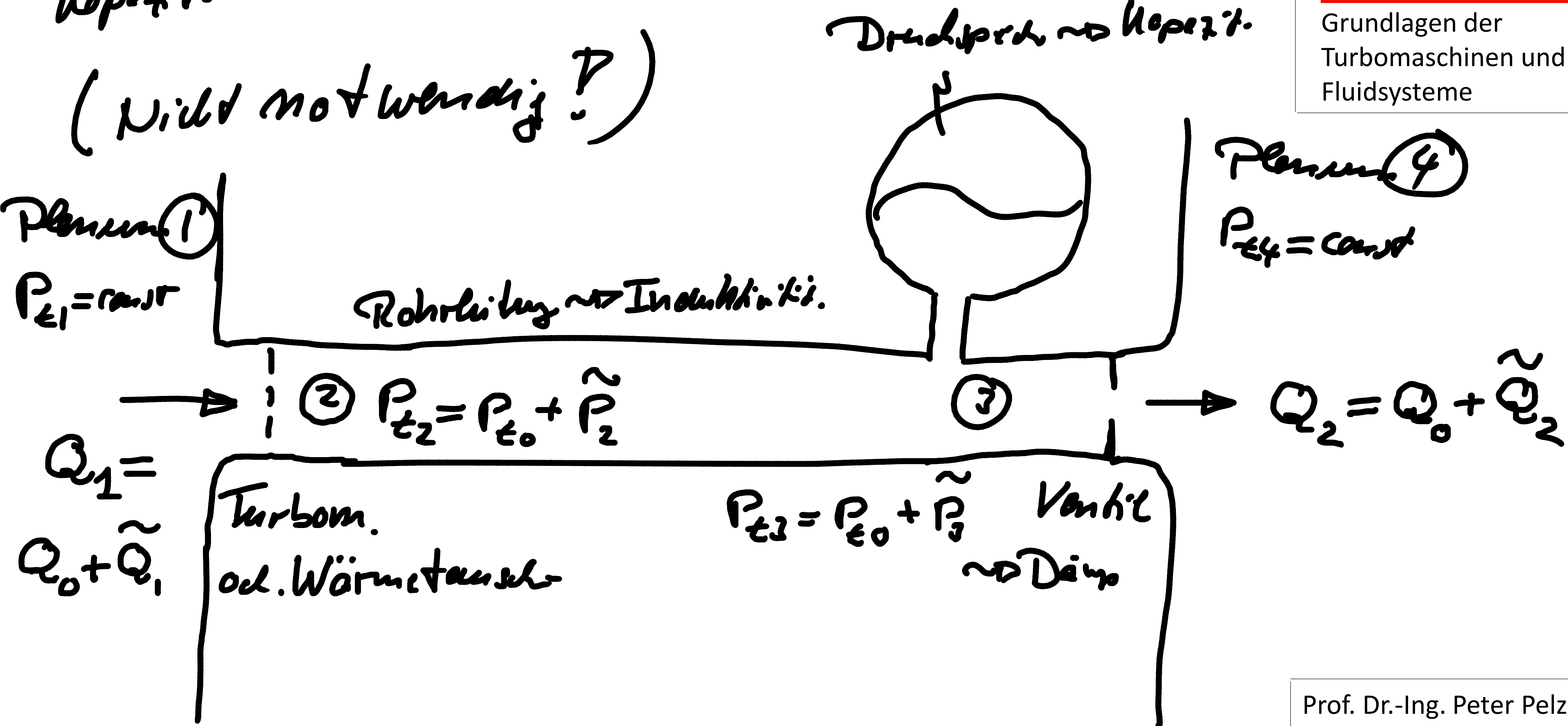
Töne!   ruhig



Thermoakustische Instabilität.
Lord Rayleigh .. Theory of Sound

Im Modell sollen Anfachung, Trägheit und Kapazität als diskrete Bauteil dargestellt werden.

(Nicht notwendig!?)



$$p_{t2} - p_{t3} = \varrho_0 \frac{l}{A}\dot{Q}_1$$

instationär Bernoulli für $\varrho = \varrho_0 = \text{const.}$

Trägheit
Induktivit.

$$\underbrace{p_2 + \frac{\varrho}{2}u_2^2 + \varrho g z_2}_{p_{t2}} = \underbrace{p_3 + \frac{\varrho}{2}u_3^2 + \varrho g z_3}_{p_{t3}} + \overbrace{\int_0^{l} \varrho \dot{u}\, ds}^{\text{Trägheit, Induktivit.}} + \underbrace{\Delta p_v}_{\equiv 0}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{Q}{A}\right) = \frac{\dot{Q}}{A}\varrho_0$$

Störansatz $p_t = p_{t0} + \tilde{p}_t$.

$$\tilde{p}_2 - \tilde{p}_3 = \varrho_0 \frac{l}{A}\dot{\tilde{Q}}_1$$

$\Delta u \,\hat{=}\, \Delta p$

$L \,\hat{=}\, \varrho_0 \frac{l}{A}$ $\quad i \,\hat{=}\, Q, \dot{V}$