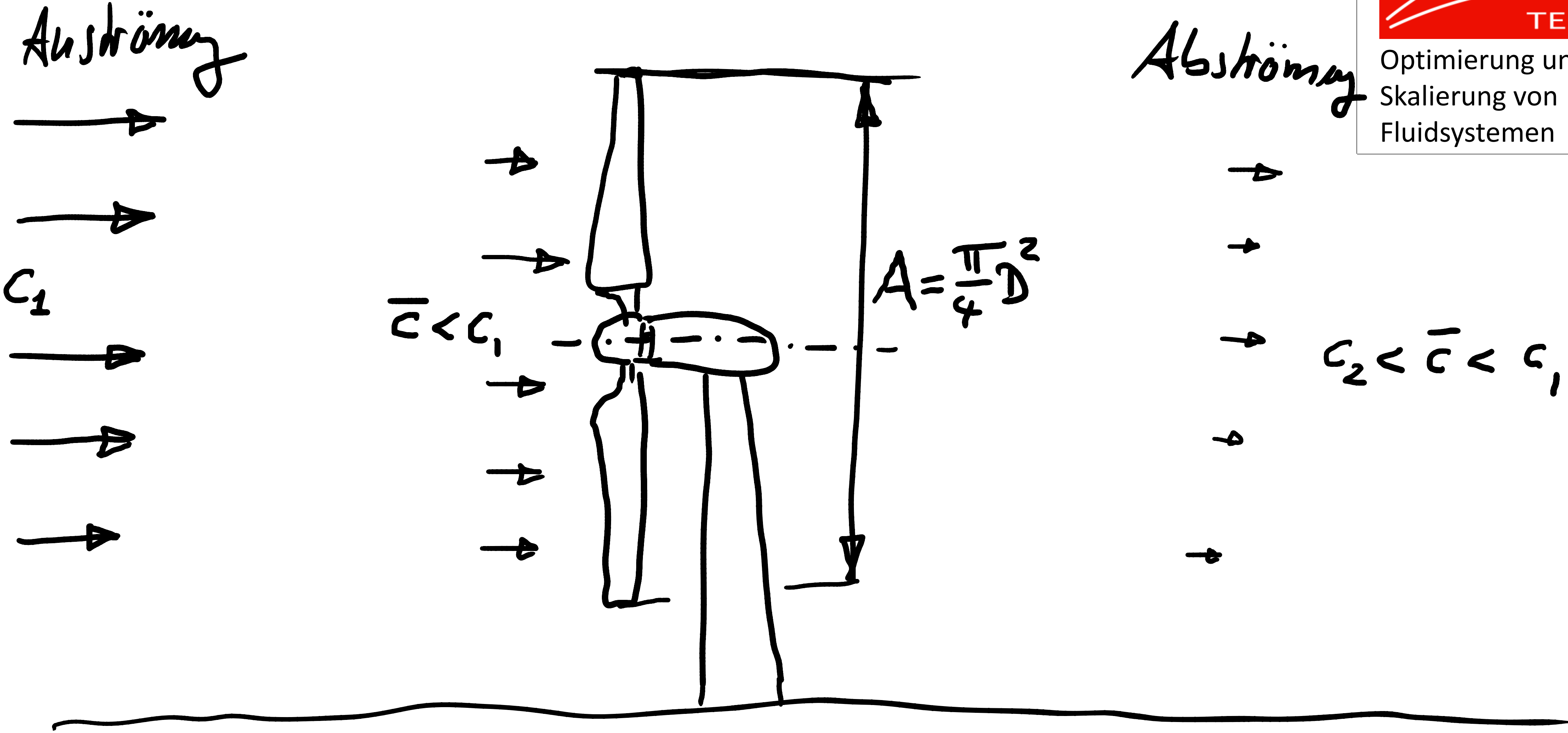
Erntefaktor nach Betz

System Windkraft   Modul Turbine



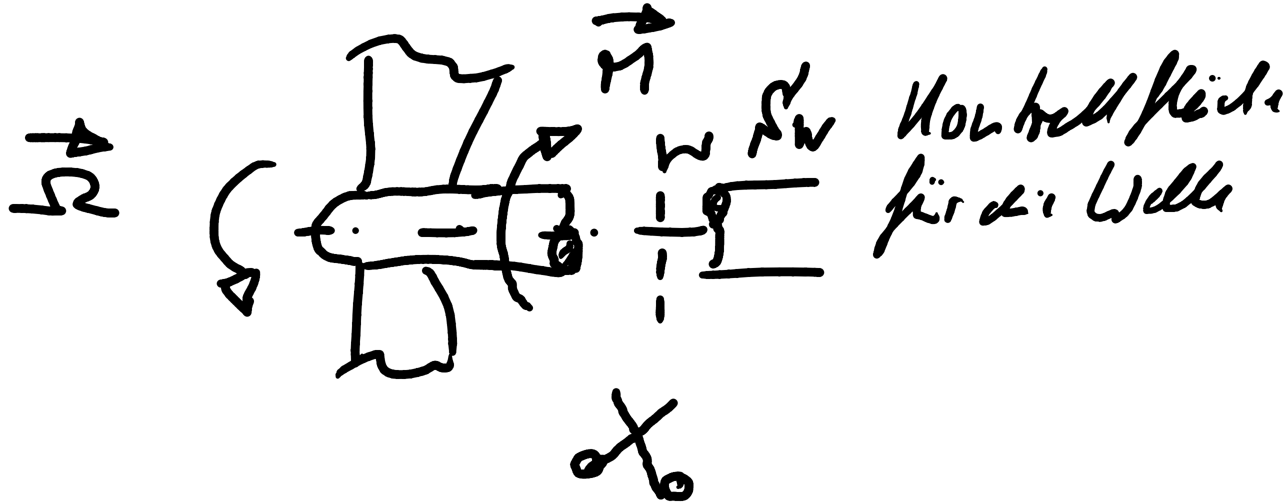
c_1 ungestörte Anströmgeschwindigkeit.

Optimierungsfrage:

Was muss ich tun, um möglichst viel mechanische Arbeit pro Zeiteinheit P_T aus dem Leistungsangebot P_{avail} zu ernten?

Wellenleistung

$$P_T := -\vec{M} \cdot \vec{\Omega}$$

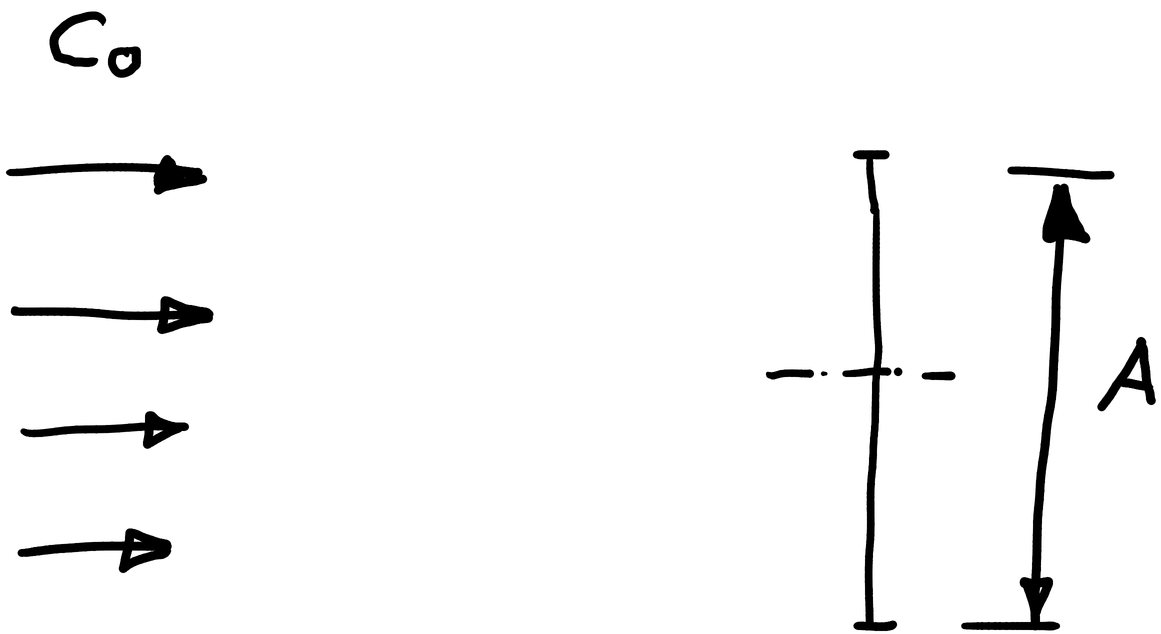


Im Rahmen dieser Vorlesung soll $P_T > 0$.

$\vec{M} \cdot \vec{\Omega} < 0$ Kraftmaschine

$\vec{M} \cdot \vec{\Omega} > 0$ Arbeitsmaschine.

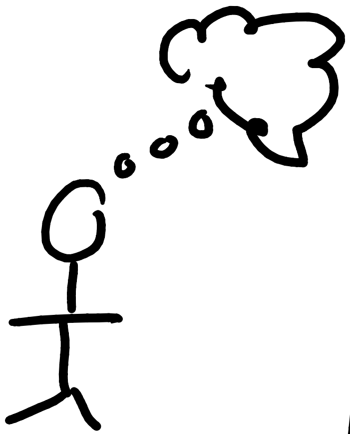
Die verfügbare Leistung P_{avail} ist eine **definierte Größe** für eine ideale Maschine.



$\frac{\rho}{2} c_0^2$

Ideale Maschinen entziehen vollständig die kinetische Energie

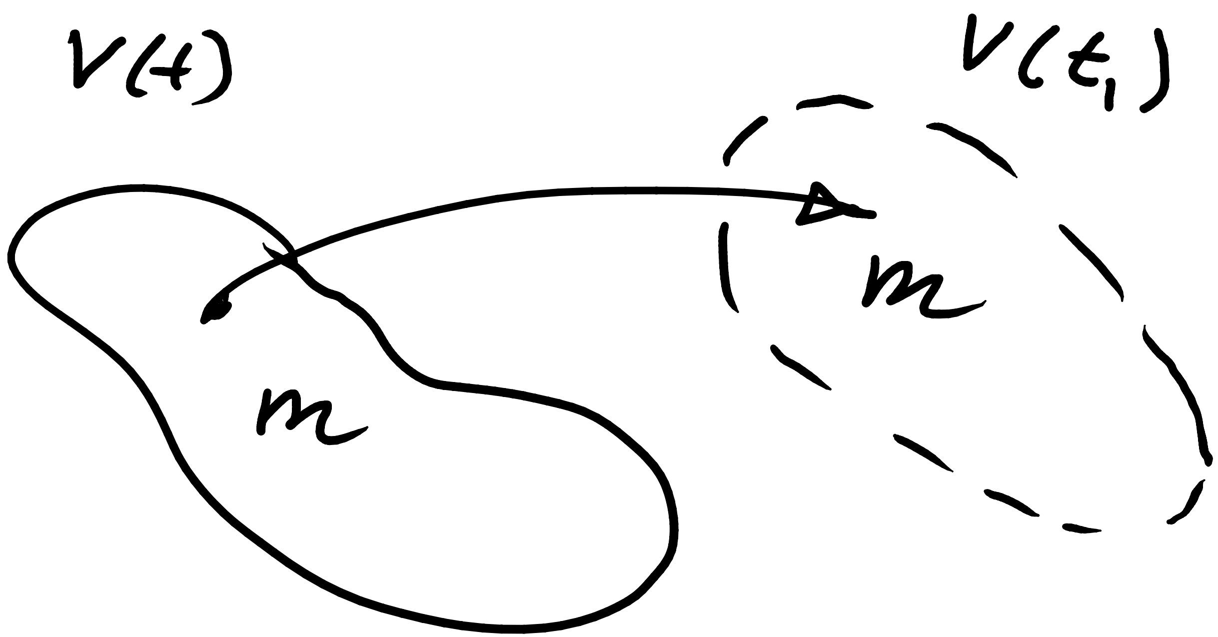
$\frac{\varrho}{2} c_0^2$ kinetische Energie eines Flüssigkeitsteilchens



H. Helmholtz
1847
"Über die Erhaltung der Kraft".

zeitliche

Die Änderung der kinetischen Energie K
plus die Änderung der inneren Energie E
~~ist gleich der Leistung~~ eines
Flüssigkeitskörpers des Volumens $V(t)$ und
der Masse $m = \text{const}$ ist gleich der sekundlichen
Arbeit der Spannungsvektoren (Oberflächenkräfte)
und der Leistung der Volumenkräfte
plus der pro Zeiteinheit zugeführten
Wärmemenge.



$$\frac{D\rho}{Dt} = 0, \text{ wenn } \left(\frac{u}{a}\right)^2 \ll 1 \qquad Ma = \frac{u}{a}$$

$$\left(\frac{fL}{a}\right)^2 \ll 1 \qquad He = \frac{fL}{a}$$

$$\frac{gL}{a} \ll 1$$

$$\nu = 0.5$$

$$K = \frac{E}{\frac{1}{2} - \nu}$$

$$\frac{DK}{Dt} + \frac{DE}{Dt} = P + \dot{Q}$$

$$K = \int dK = \int_{V(t)} \frac{\rho}{2} c^2 \, dV$$

$$dK = \frac{\rho}{2} c^2 \, dV = \frac{1}{2} c^2 \, dm$$

$$E = \int dE = \int_{V(t)} \rho e \, dV$$

$$dE = dm \, e = e \rho \, dV$$

e massenspez. innere Energie

c_v ist die spezifische Wärmekapazität

$e \sim T$ kalorisch ideale Stoffe

$e = c_v T$

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \text{ , dann } c_p = c_v = c$$

$$P = \int \vec{c} \cdot d\vec{F} = \oint_S \vec{c} \cdot \vec{t} \, dS + \int_V \vec{c} \cdot \vec{f} \, dV$$

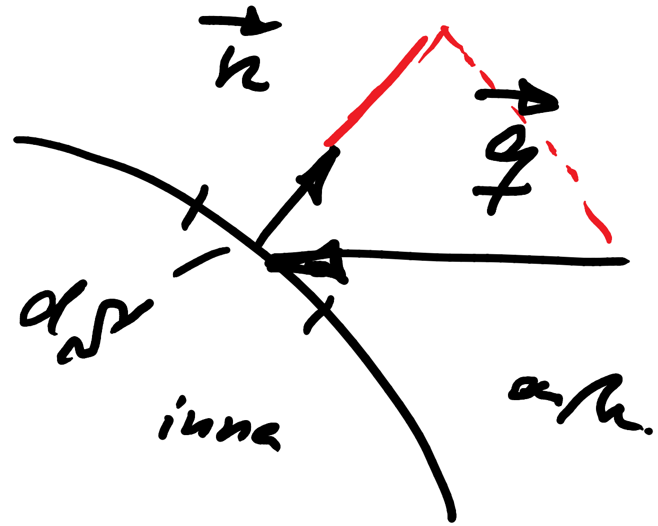
$$S = S_W + S_1 + S_2 + S_R$$

$S_W \rightarrow P_T$

$d\vec{F} = \vec{t} \, dS$ Oberflächenkraft (z.B. Schnittkraft)

$d\vec{F} = \vec{f} \, dV$ Volumenkraft. (z.B. Schwerkr.

Zugeführte Wärme



$$\dot Q = \int d\dot Q$$

$$d\dot Q = -\vec q \cdot \vec n \, dS$$

$\vec q$ Wärmestromvektor

$$\dot Q = -\oint_S \vec q \cdot \vec n \, dS$$

$$[\vec q] = \frac{FL}{TL^2} = \frac{ML\,L}{T^2\,T\,L^2} = \frac{M}{T^3}$$

$$\frac{D}{Dt}\int_{V(t)} \underline{\rho}\left(\frac{c^2}{2}+\cancel{e}\right)dV = \oint_S \vec{c}\cdot\vec{t}\,dS + \cancel{\int_V \vec{c}\cdot\vec{f}\,dV} + \cancel{-\oint_S \vec{q}\cdot\vec{n}\,dS}$$

bei einem idealen Teilchen

$S = S_W + \ldots$

Reynoldssche Transporttheorem.

$$\frac{D}{Dt}\int_{V(t)} \phi\, dV \;\underset{\text{Leibnitz}}{\overset{\text{Reynolds}}{=\!=}}\; \frac{\partial}{\partial t}\int_V \phi\, dV + \oint_S \phi\, \vec{c}\cdot\vec{n}\, dS$$

materielles Vol. 😞 zeitlich var.

Kontrollvolumen zeitl. konst.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Optimierung und Skalierung von Fluidsystemen

$$\overline{\cancel{\frac{\partial}{\partial t}\int_V \frac{\rho}{2}c^2\,dV}} + \overline{\oint_{S_1+\dots} \frac{\rho}{2}c^2\,\vec{c}\cdot\vec{n}\,dS} = \overline{\underbrace{\int_{S_W} \vec{t}\cdot\vec{c}\,dS}_{-P_T} + \dots}$$

Idealer Prozess: $de \equiv 0$

im zeitlichen Mittel stationärer Prozess.

$$\overline{\phi} := \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \phi\,dt$$

$$P_{avail} := \frac{\rho}{2}c_0^3 A$$

$:=$ Definition

$$c_p := \frac{\text{Wellenleistung}}{\text{verfügbare Leistung}} = \frac{P_T}{P_{avail}}$$

Systemgröße

<u>Erntefaktor</u>

<u>Coefficient of Performance</u>

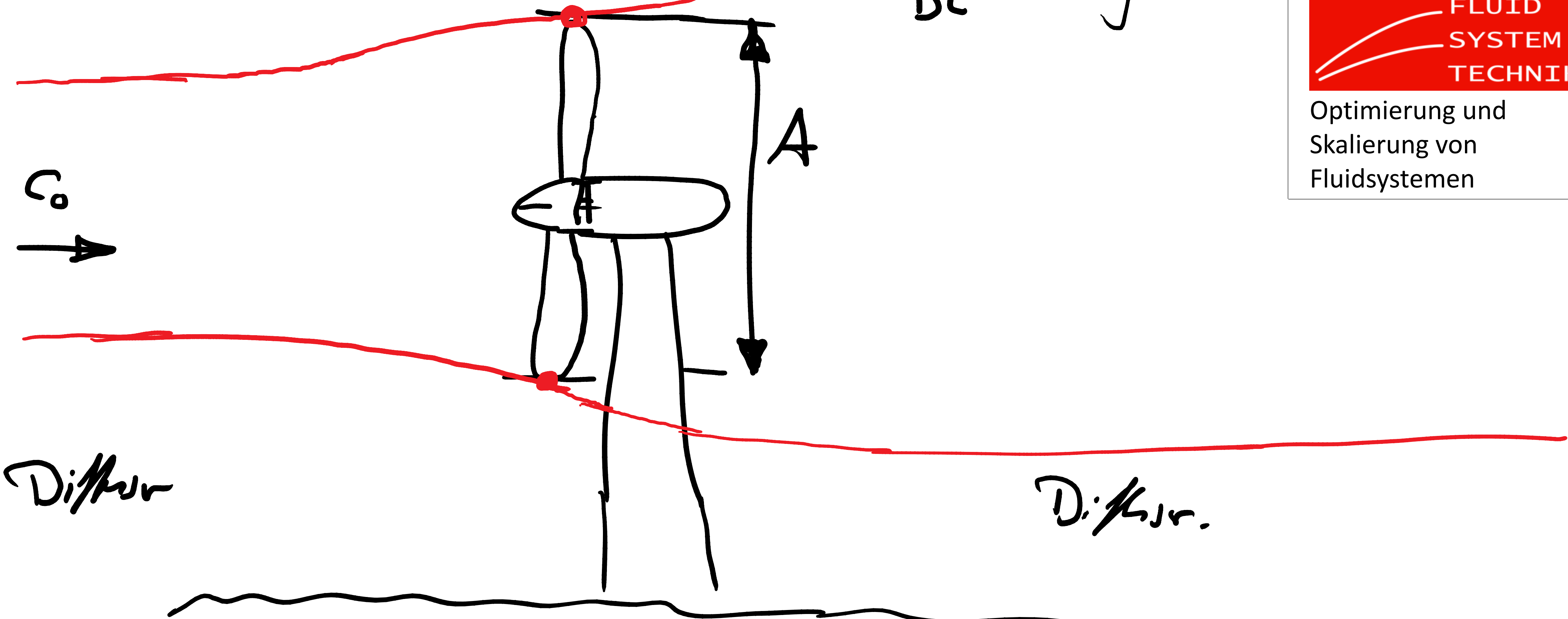
(Leistungsbeiwert.)

$$\lambda := \frac{P_T}{\rho D^5 n^3}$$ Modellkenngröße

$$\eta := 1 - \frac{P_L}{P_T}$$

P_L <u>dissipierte</u> Leistung (innere Reibung) $\Big\}\ \Delta S_{irr}$

$$\frac{D\rho}{Dt} \approx 0 \qquad \oint c_z \, ds' = \text{const.}$$



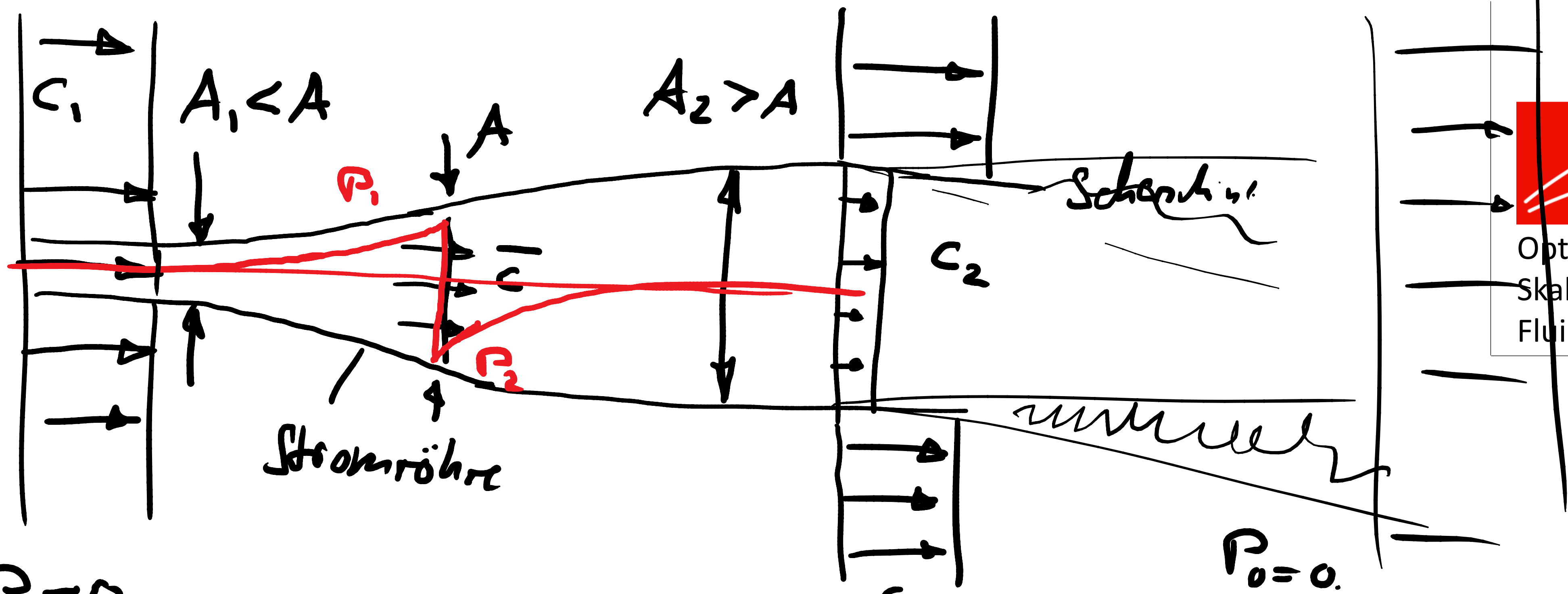
Zuströmung

Modell $\eta := 1 - \frac{P_2}{P_1}$

Abströmung

hydraulisch verlustfrei

Aerodynamisch "



$p_0 = 0$

$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad \rho = \text{const}$