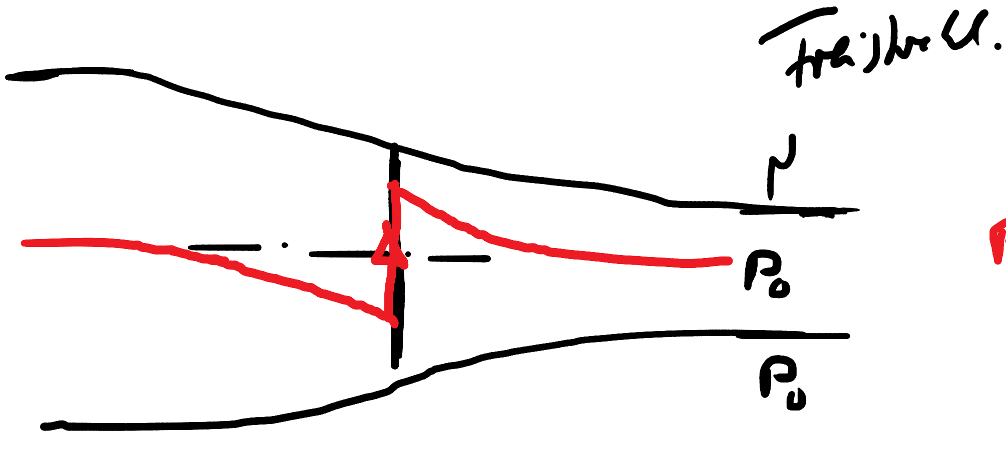
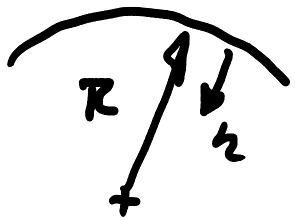
Arbeitsmaschine



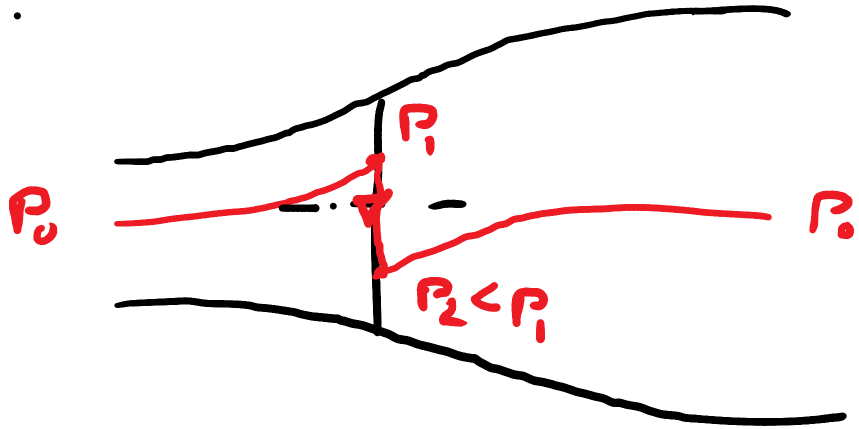
In einem Freistrahl herrscht Umgebungsdruck, sofern die Stromlinien parallel sind und nicht gekrümmt sind.

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \rho \frac{c^2}{R}$$



Krümmungsradius.

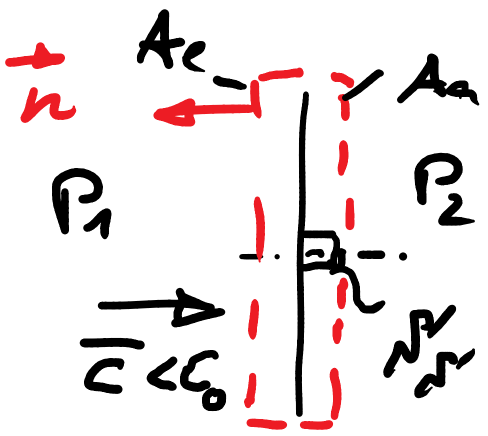
Kraftmaschine



Bei einer Kraftmaschine fällt die Enthalpie unstetig über die Maschine.

Für $\rho = \text{const}$, fällt der totale Druck unstetig über die Maschine.

1. Hauptsatz für das Modell für $\frac{\partial}{\partial t} = 0$



$$S = A_e + A_a + S_\sigma + S_w$$

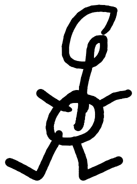
$\vec c > c_0$ bei einer Arbeitsmaschine...

$\vec t = -p\vec n$ für ausgewählte Flächen

$$\underbrace{\int \rho\left(\frac{c^2}{2}+e\right)\vec c\cdot\vec n\,dS}_{A_e + A_a + \cancel{S_\sigma} + \cancel{S_w}} = \underbrace{\int \vec t\cdot\vec c\,dS}_{S_\sigma} + \underbrace{\int -p\vec n\cdot\vec c\,dS}_{A_e + A_a} + \int \vec k \rho\cdot\vec c\,dV \quad \checkmark$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Leistung, die der}\\ \text{Flüssigkeit über die}\\ \text{Welle zugeführt wird.}\end{array}\right\} = -P_t = -\vec M\cdot\vec\Omega$$

$$\int_{A_e+A_a} \rho\left(\frac{p}{\rho}+\frac{c^2}{2}+e\right)\vec{c}\cdot\vec{n}\,dS = -P_T + \int_V \vec{f}\cdot\vec{c}\,dV$$

 Gauß.

$$\int_V \nabla\cdot(\ )\,dV = \oint_S (\ )\cdot\vec{n}\,dS$$

$$\vec{f}\cdot\vec{c} = -\nabla\psi\cdot\vec{c} \qquad \vec{f} = -\nabla\psi$$

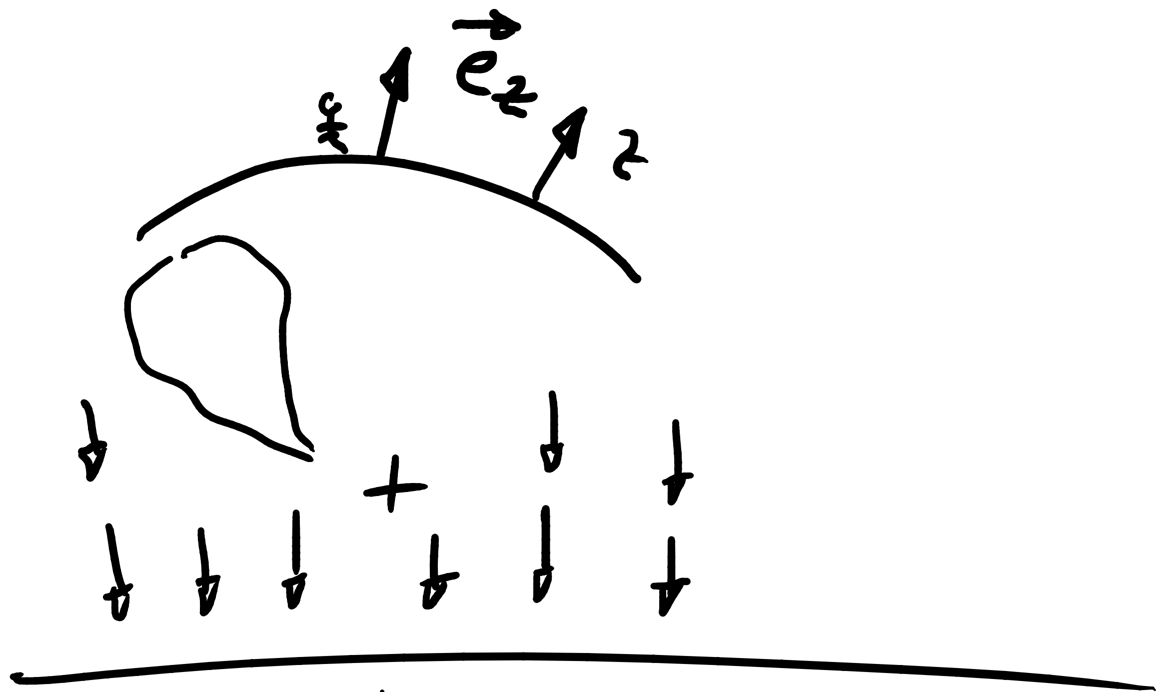
ψ ist das Potential der Volumenkraft.

$\vec{f}$ hat ein Potential, wenn $\vec{f}$ rotationsfrei ist.

$$\vec f = -\rho g \vec e_z$$

Schwerefeld

$$\Psi = \rho g z + \underset{\overset{\parallel}{0}}{\mathrm{const.}}$$



$$\vec f = r\Omega^2\rho\,\vec e_r$$

Zentrifugalfeld.

$$\Psi = -\frac{1}{2} r^2\Omega^2\rho + \underset{\overset{\parallel}{0}}{\mathrm{const}}$$

Corioliskraft hat kein Potential!

$$\vec f = \rho_e\left(\vec E + \vec v_e \times \vec B\right)$$

Geschw. der Ladg.

magnet. Feld

elektr. Feldst.

ρ_e Ladungsdichte

[illegible]

$$\vec{f} \cdot \vec{c} = -\nabla\psi \cdot \vec{c} = -\nabla \cdot (\psi \vec{c}) + \psi \nabla \cdot \vec{c}$$

$$= -\nabla \cdot (\psi \vec{c}) \quad \text{für } \nabla \cdot \vec{c} \equiv 0,$$

d.h. für inkompressible Strömung

<u>Hinweis</u>: Folgende Umformung gilt auch für stationäre kompressible Strömungen.

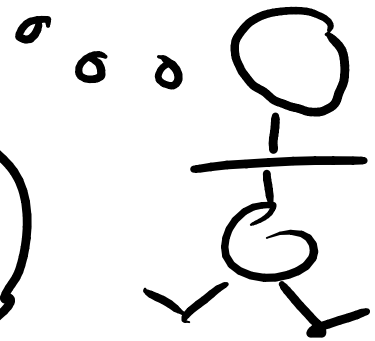
Vgl. paper „On the upper limit …"

$$\int_V \vec{f}\cdot\vec{c}\,dV = \oint_{S'} -\psi\,\vec{c}\cdot\vec{n}\,dS'$$

$\psi^* = \dfrac{\psi}{\rho}$ Potential der Massenkraft $\vec{k} = \vec{f}/\rho$

$$\int_{A_e+A_a} \rho\Big(\underbrace{\frac{p}{\rho}+\frac{c^2}{2}+\psi^*+e}_{\text{Totalenthalpie}}\Big)\vec{c}\cdot\vec{n}\,dS' = -P_T$$

$$\dot{m}\left(h_{ta}-h_{te}\right) = -P_T$$



hydraulische oder aerodynamische Verlustgrößen: ein Maß für die Dissipation!

$$\varepsilon = 1 - \eta := \frac{P_{Diss}}{P_T}$$

Ineffizienz

Wirkungsgrad

$$P_{Diss} = \int \vec{t}_R \cdot \vec{c}\, dS$$

Leistung der Reibungsspannung.

führt bei einer adiabaten Strömung $\dot{Q} = -\int \vec{q} \cdot \vec{n}\, dS = 0$

zu einer Erhöhung der inneren Energie.

$$P_{Diss} = \int_{A_e + A_a} \rho e\, \vec{c} \cdot \vec{n}\, dS$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Optimierung und Skalierung von Fluidsystemen

$$\dot{m}\left\{\underbrace{\left[\frac{p}{\rho}+\frac{c^2}{2}+\psi_*\right]_2-\left[\quad\right]_1}_{Y_T}\right\}+P_{diss}\overset{!}{=}\qquad \Big|\quad 2.$$

technisch Arbeit, Stutzenarbeit ...

$$= -P_T$$

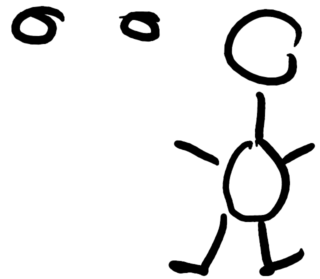
$$\eta := 1-\frac{P_{diss}}{P_T}$$

Wichtiger Spezialfall

$\rho = \text{const}$

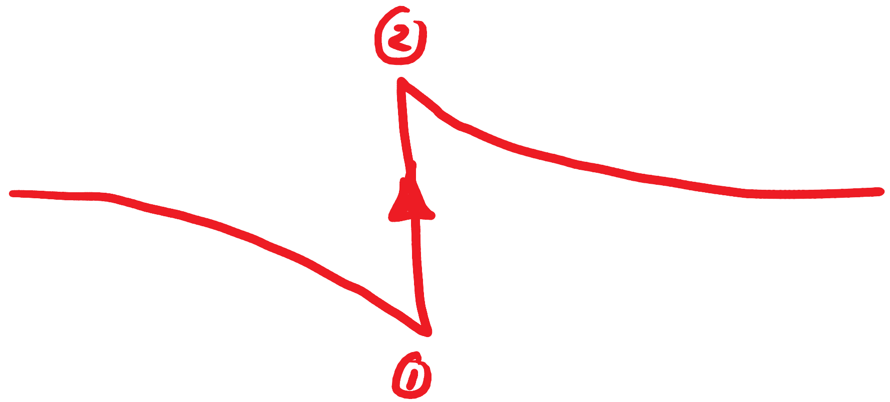
$$\eta\,\dot{m}\,Y_T = -P_T \qquad \Big|\; \eta\dot{V}\left\{\left[\underbrace{p+\rho\frac{c^2}{2}+\psi}_{p_t}\right]_2-\left[\quad\right]_1\right\} = -P_T$$

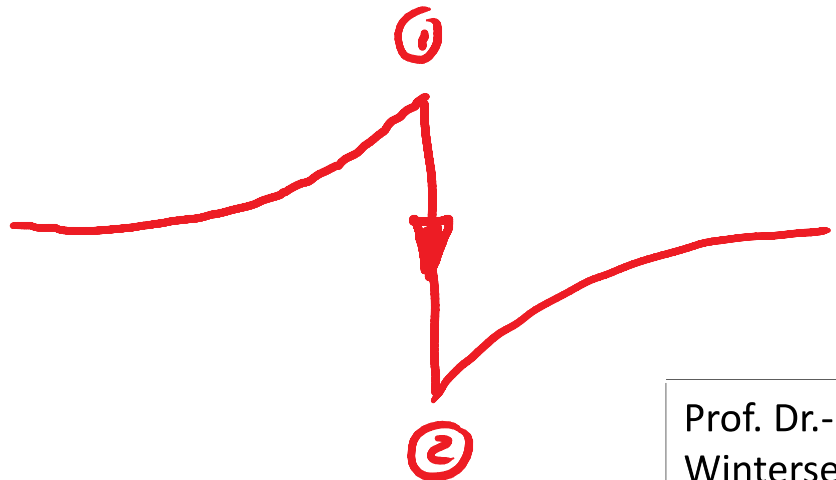
$$\eta^{\pm 1} \dot{V} \Delta p_t = P_W$$



+ Kraftmaschine: $P_W = -P_T < 0$

− Arbeitsmaschine $P_W = P_W > 0$

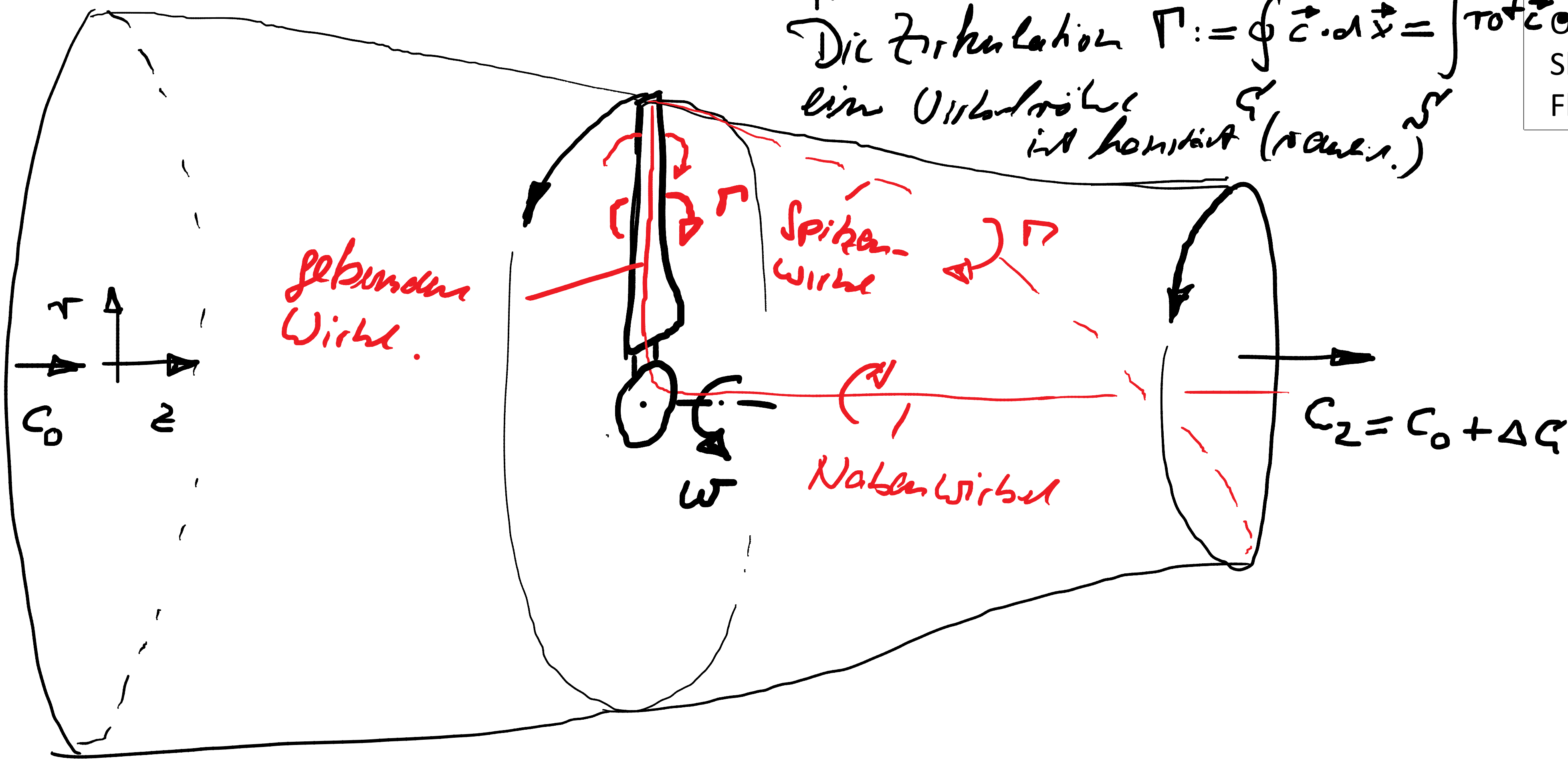




Reale Maschinen verursachen einen **Drall** in der Abströmung.

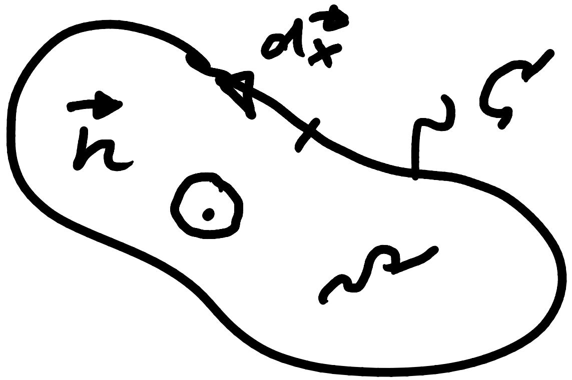
Helmholtzscher Wirbelsatz:

Die Zirkulation $\Gamma := \oint \vec{c} \cdot d\vec{x} = \int \mathrm{rot}\,\vec{c} \cdot d\vec{A}$ eines Wirbelrohres ist konstant (räumlich)



$$\left.\begin{array}{l} M_{Sp} > 0 \\ P_{Sp} = \omega M_{Sp} > 0 \end{array}\right\} \text{Arbeitsmaschine}$$

Zirkulation $\Gamma := \oint_{S} \vec{c} \cdot d\vec{x} = \int_{\mathcal{S}} (\nabla \times \vec{c}) \cdot \vec{n} \, d\mathcal{S}$

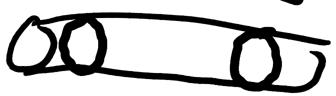


ist ein Maß für die Stärke einer Wirbelröhre.

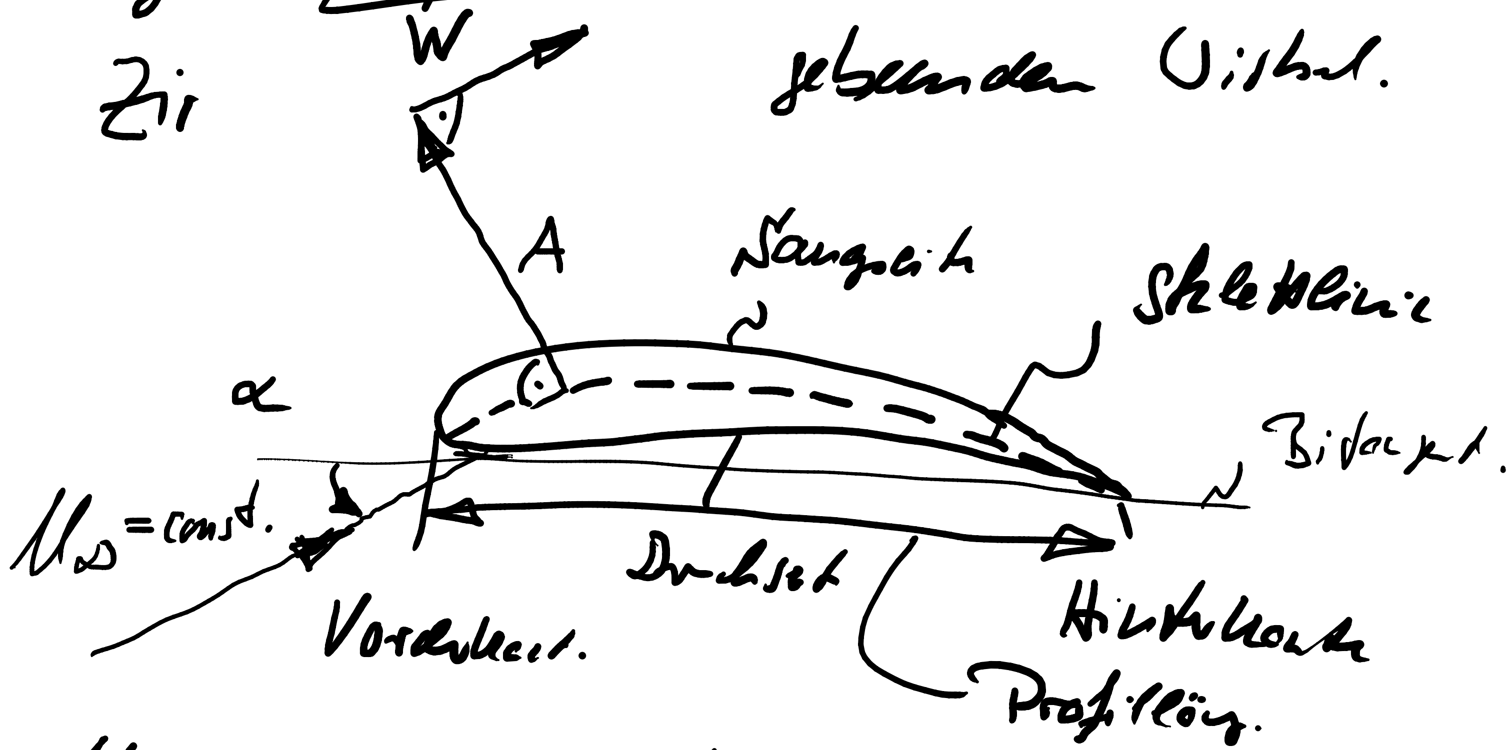
Analogie zur Kontinuität $\vec{c}$

$$\mathrm{rot}\,\vec{c} = \nabla \times \vec{c} = \mathrm{curl}\,\vec{c}$$

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \qquad \Gamma_1 = \Gamma_2$$



Jeder Auftriebskörper hat einen gebundenen Wirbel.

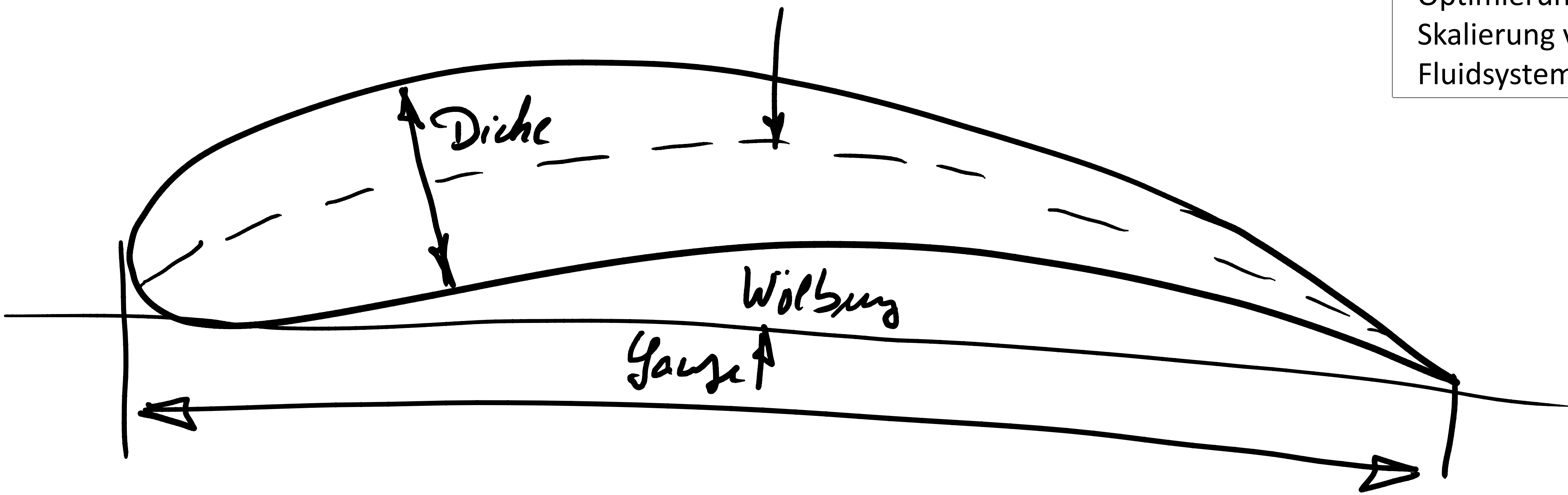


u_∞ ist die ungestörte Anströmgeschw.

A ist die Auftriebskraft. $A \perp u_\infty$

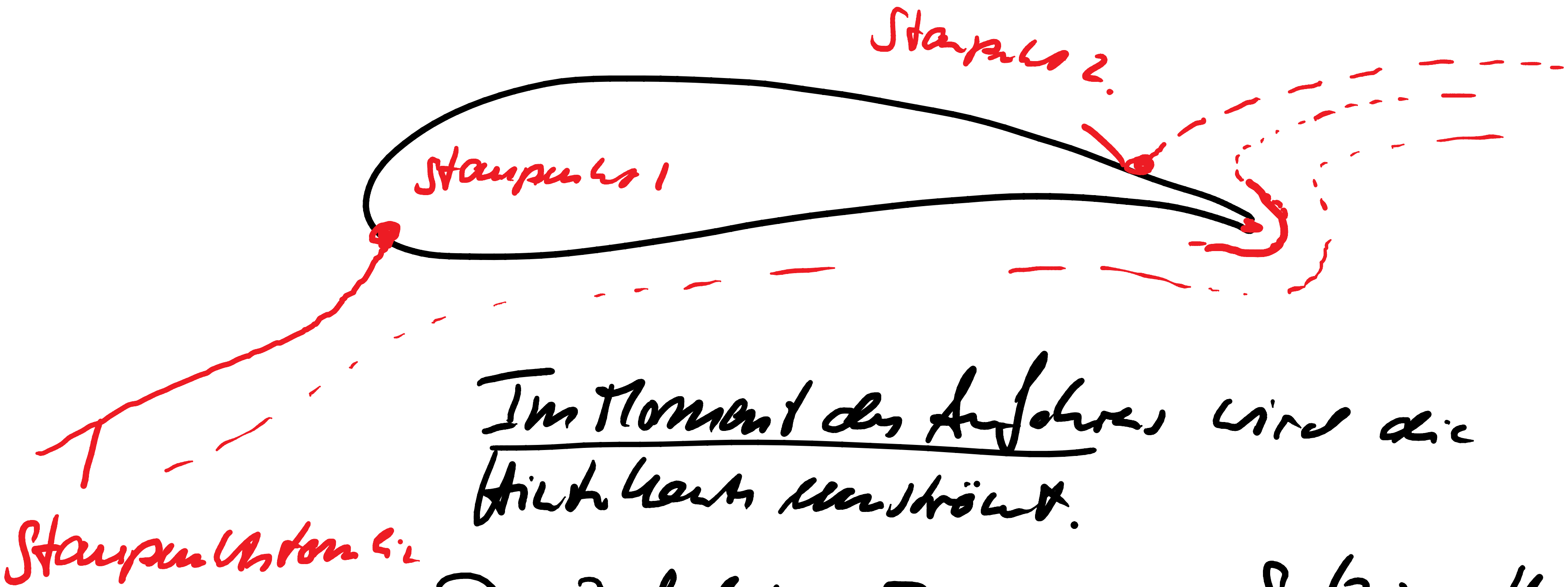
W ist die Widerstandskraft $W \parallel u_\infty$

α ist der Anstellwinkel.


Dicke
Wölbung
Sehne

Profiltiefe b

$\Gamma = 0$



Im Moment des Anfahrens wird die Hinterkante umströmt.

Die Zirkulation $\Gamma \equiv 0$

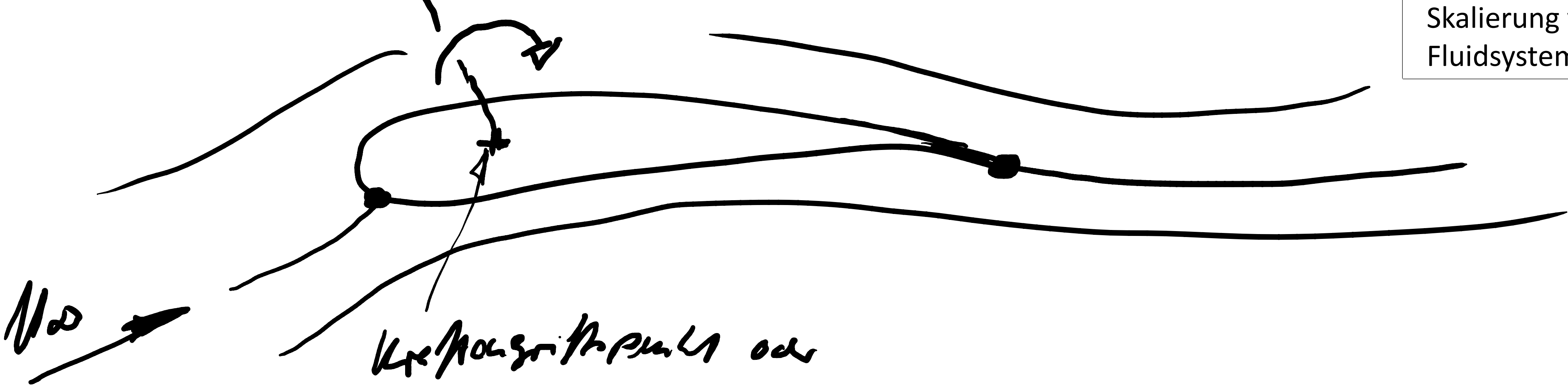
$\Rightarrow$ Der Auftrieb ist Null.

Satz von Kutta-Joukowsky.

$$A = -\rho u_\infty \Gamma$$

$$A = -\rho u_\infty \Gamma$$

$$\Gamma < 0$$



Kraftangriffspunkt oder Druckpunkt.