EIK 4 (1968) Seite 137–148

Bericht

Am 5. und 6. Oktober 1967 fand im Mathematischen Institut der Technischen Hochschule München eine

Tagung des Arbeitskreises Automatentheorie der GAMM

statt. Die Veranstalter waren Prof. Dr. F. L. BAUER und Prof. Dr. K. SAMELSON vom Mathematischen Institut der TH München. Im Folgenden werden die Kurzfassungen der gehaltenen Vorträge in der ursprünglichen Reihenfolge wiedergegeben (Vortragsdauer jeweils 30 bzw. 40 Minuten).

Die Schriftleitung dankt Herrn Prof. Dr. J. DÖRR (Saarbrücken) sowie seinen Mitarbeitern Dr. G. HOTZ und Dr. W. VOLLMERHAUS für ihre Mühe bei der Zusammenstellung dieses Berichts.

JEAN BERSTEL (Paris)[1]:

Anwendung von Automatennetzen in der Graphentheorie

Ausgehend von den Arbeiten, die das "Firing Squad Synchronization Problem" zum Gegenstand haben (MOORE, WAKSMAN, BALZER, ROSENSTIEHL), wird die Existenz von Netzen endlicher Automaten untersucht, die ausgezeichnete Untergraphen eines gegebenen Graphen, wie z. B. Gerüste oder HAMILTONsche Kreise bestimmen können.

Zu diesem Zweck wird jedem Knotenpunkt des Graphen ein Exemplar eines endlichen Automaten zugeordnet, wobei Automaten untereinander verknüpft sind, wenn die entsprechenden Knotenpunkte durch eine Kante verbunden sind. Das so geformte Automatennetz soll nach einem endlichen Signalaustausch stationär werden und den gewünschten Untergraphen bestimmen.

ALAIN JACQUES (Paris)[1]:

An application of automata theory to several graph-theoretic problems

We define the notion of *constellation* in relation with oriented embeddings of graphs: it is a finite automaton which leads to a new use of some traditional concepts of general algebra in graph theory. The state graph of a constellation can be obtained from the initial embedded graph by a very simple and usual transformation. We set up a parallelism between the words accepted by a constellation and the solution of a topological maze problem. We define the notion of martingale for the general maze problem and we can show that there exists non trivial martingales: thus it is possible to get out of any topological maze without writing down any mark.

WOLFGANG GOTHIER (Saarbrücken)[2]:

Zur Konstruktion zyklischer Codes

Zur Berechnung zyklischer Codes und zur Konstruktion von Schieberegistern mit vorgegebener Periode benötigt man die Zerlegung der Polynome $X^n - 1$ in Prim-

[1]) Université de Paris, Faculté des Sciences, Institute de Programmation, 6, Impasse d'Aubervilliers, Paris XIX.

[2]) Institut für Angewandte Mathematik der Universität des Saarlandes, 66 Saarbrücken 15.

faktoren. Bekanntlich entsprechen die zyklischen Codes mit der Blocklänge n umkehrbar eindeutig den Teilern von $X^n - 1$. Für große n sind Probierverfahren zur Herstellung dieser Primzerlegung nicht geeignet. Ein Verfahren, das diese Aufgabe in relativ wenigen Schritten löst, ist das Thema dieses Vortrags.

Es ist bekannt, daß das Polynom $X^n - 1$ schon in $\mathsf{Z}[X]$, und damit in jedem endlichen Körper in ein Produkt von Kreisteilungspolynomen $\Phi_d(X)$ zerfällt mit $d|n$. Es bleibt also die Primzerlegung von Φ_n über dem Körper $K = GF(p^\alpha)$ zu bestimmen. Die Struktur dieser Zerlegung läßt sich sofort angeben: Sei $e = \min\limits_k \{p^{\alpha k} \equiv 1 \bmod (n)\}$, $GGT(n, p) = 1$ und $d = \varphi(n)/e$ (φ = Eulersche Funktion). Dann zerfällt Φ_n in d Primpolynome vom Grad e. Zur Berechnung dieser Primteiler bilde man die Polynome Q_i^* mit

$$\sum_{i=0}^{e} Q_i^*(X) \cdot Y^i = \prod_{i=1}^{e} (Y - X^{p^{\alpha \cdot i}})$$

und mit deren Hilfe die Polynome $Q_{i,a}(X)$ für $i = 0, 1, \ldots, e$ und für alle $a \in K$:

$$Q_{i,a}(X) = GGT(\Phi_n(X), Q_i^*(X) - a)\,.$$

Die Grundlage des Verfahrens liefert der folgende Satz: Bezeichnet man die Primteiler von $\Phi_n(X)$ mit $p_i(X)$ und ist

$$p_i(X) = \sum_{k=0}^{e} a_{ik} \cdot X^k\,, \qquad (i = 1, 2, \ldots, d)$$

so gilt

$$Q_{k,a}(X) = \prod_{a_{ik} = a} p_i(X)\,.$$

Die Berechnung eines Primfaktors p_j kann nun folgendermaßen durchgeführt werden:

$P_1, P_2, \ldots$ sei die (endliche) Folge der nichttrivialen ($\neq 1$, Φ_n) Polynome $Q_{k,a}$ in irgendeiner Reihenfolge. Man setzt $G_0 = \Phi_n$ und berechnet für $i = 1, 2, \ldots$

$$G_i = \begin{cases} GGT(G_{i-1}, P_i)\,, & \text{falls } GGT \neq 1\,, \\ G_{i-1} & \text{sonst}\,. \end{cases}$$

Es läßt sich zeigen, daß das Verfahren zum Erfolg führt, d. h., es gibt ein i und ein j mit $G_i = p_j$. Damit ist ein Primteiler gefunden. Man wiederhole das Verfahren mit $G_0' = G_0/p_j$, und man erhält einen zweiten Primteiler usw. Nach Auffinden des ersten Primteilers kann es einfacher sein, die restlichen Teiler über die Nullstellenformeln direkt zu bestimmen. Eine Vereinfachung liefert die Formel

$$Q_{e-k,a}(X) = X^m \cdot Q_{k,a}(1/X)$$

mit

$$m = \operatorname{grad}(Q_{k,a})\,, \quad \text{falls } Q_{0,1}(X) = \Phi_n(X)\,.$$

Weitere Vereinfachungen ergeben sich im wichtigsten Anwendungsfall $K = GF(2)$; z. B. gilt hier

$$Q_{k,0}(X) = \frac{\Phi_n(X)}{Q_{k,1}(X)}\,.$$

Jeder der gefundenen Polynomteiler erzeugt einen zyklischen Code. Durch Untersuchung der Nullstellenmengen dieser Polynomteiler lassen sich günstige Codes auswählen. Für den Fall $K = GF(2)$ wurde das Verfahren programmiert.

Literatur

[1] Peterson, W. W., Prüfbare und korrigierbare Codes. R. Oldenbourg Verlag, München.

[2] Dickson, L. E., Linear Groups with an Exposition on the Galois Field Theory. Dover Publications, 1958.

BERND REUSCH (Bonn)[1]:

Gedanken zur linearen Realisierung autonomer Automaten

Es werden geordnete Partitionen als neues Hilfsmittel eingeführt. Es zeigt sich, daß die Menge $\mathfrak{P}$ aller geordneten p-Partitionen über einer endlichen Menge S einen Vektorraum über $GF(p)$ bildet. In $\mathfrak{P}$ wird ein Unterraum S' ausgezeichnet und $\mathfrak{F} = \mathfrak{P}/S'$ gebildet.

Es seien $P_1, \ldots, P_n$ die geordneten Partitionen, die die Zustandsmenge eines autonomen Automaten in den n-dimensionalen Zustandsraum über $GF(p)$ einbetten, und $P'_1, \ldots, P'_n$ seien ihre Bilder in $\mathfrak{F}$. Wenn πP die „Vorgängerpartition" von P ist, gilt folgender

Satz. *Die Koordinate y_i ist linear abhängig von den übrigen* $\Leftrightarrow$ $(\pi P_i)'$ *ist Linearkombination der* $P'_1, \ldots, P'_n$.

Es seien $R_1, \ldots, R_m$ die geordneten Partitionen, die die Ausgabemenge in den m-dimensionalen Raum über $GF(p)$ einbetten. Jeder Partition R_i wird eine bestimmte Partition P_{z_i} der Zustandsmenge zugeordnet. Dann gilt

Satz. *Die Koordinate z_i ist linear abhängig von den Zustandskoordinaten* $\Leftrightarrow$ P'_{zi} *ist Linearkombination der* $P'_1, \ldots, P'_n$.

Mit diesen Sätzen und der Normalformen für lineare Schaltwerke bei GILL und COHN wird ein Algorithmus formuliert, der es gestattet, zu jedem autonomen Automaten eine minimale Realisierung zu konstruieren.

Literatur

[1] GILL, Linear Sequential Circuits. McGraw-Hill Book Company, 1966.
[2] BRZOZOWSKI, J. A., DAVIS, W. A., On the Linearity of Autonomous Sequential Machines. IEEE Trans. **EC-13** (1964) 673–679.
[3] BRZOZOWSKI, J. A., DAVIS, W. A., On the Linearity of Sequential Machines. IEEE Trans. **EC-15** (1966) 21–29.
[4] COHN, EVEN, Identification and Minimization of Linear Machines. IEEE Trans. **EC-14** (1965) 367–376.
[5] REUSCH, B., Über vollständige und teilweise lineare Realisierung von Automaten. Dissertation, 1968.

CLAUDE LENORMAND (Paris)[2]:

An automaton finding the HAMILTONian cycles of any finite graph

The problem is to characterize a class of graph theoretic problems which can be solved by a TURING machine using exactly the same amount of tape as is necessary to represent the graph by its incidence matrix. We show that the problem of finding all the HAMILTONian cycles of any finite graph can be solved by such an automaton using a four letter alphabet.

J. C. SHARP (z. Zt. München)[3]:

Algorithmic Physical Design of Synchronous Digital Computers

A new physically based criteria for physical design is the "system delay" i.e. the longest transient. A practical, heuristic algorithm (which is designed to minimize system delay) will be presented. The computational results of this algorithm will be compared to five previous algorithms.

[1]) Institut für Angewandte Mathematik der Universität, 53 Bonn, Wegelerstr. 6.
[2]) Université de Paris, Faculté des Sciences, Institute de Programmation, 6, Impasse d'Aubervilliers, Paris XIX.
[3]) Z. Zt. Mathematisches Institut der TH München, 9 München 2, Arcisstr. 21.

Helmut Frick (Tübingen)[1]):

Abstrakte Automaten und algebraische Strukturen

J. R. Büchi betrachtet in [2] abstrakte Automaten, welche aus Eingabe- und Zustandsmenge bestehen und zwischen denen nur Abbildungen der Zustandsmengen als Homomorphismen zugelassen sind. Solche Automaten werden in [2] als algebraische Strukturen mit unären Verknüpfungen definiert. Dort werden im Grunde nur durch Erzeugendensysteme gegebene Monoide von Abbildungen untersucht. Wesentliche Teile des Automaten treten dabei nicht in Erscheinung.

Hier wird nun die übliche Definition des abstrakten Automaten (s. [3]) zugrunde gelegt und die Frage aufgeworfen, ob und in welcher Weise diese Automaten als algebraische Strukturen im Sinne von [1] aufgefaßt werden können. Bei dieser Untersuchung bedienen wir uns der Sprache der Kategorientheorie (s. [4]): $\mathfrak{A}$ sei diejenige Kategorie, deren Objekte die Automaten im Sinne von [3] und deren Morphismen die Homomorphismen im Sinne von [3] sind. Entsprechend sei $\mathfrak{K}$ die Kategorie aller algebraischen Strukturen mit den Homomorphismen (s. [1]) als Morphismen. Die zu untersuchende Frage lautet dann wie folgt: Existiert eine Einbettung F von $\mathfrak{A}$ in $\mathfrak{K}$ (das ist eine injektive Zuordnung von gewissen algebraischen Strukturen zu den Automaten und eine injektive Zuordnung von Homomorphismen zwischen solchen algebraischen Strukturen zu denen zwischen Automaten), welche voll ist (d. h., jeder Homomorphismus zwischen Bildobjekten bei F besitzt ein Urbild bei F) und die Verbände der Faktorautomaten und Faktorstrukturen entsprechender Automaten und Strukturen isomorph aufeinander abbildet?

Eine solche Einbettung existiert, und zwar ist die folgende Zuordnung ein Beispiel dafür:

1. Wenn $a = (X, Y, Z, \delta, \lambda)$ Automat (X Eingabemenge, Y Ausgabemenge, Z Zustandsmenge), so sei Fa diejenige algebraische Struktur, welcher die Menge $X \times Y \times Z$ zugrunde liegt und welche die beiden Verknüpfungen $[\delta, \lambda]$ (binär) und T (dreistellig) besitzt:

$$(x_1, y_1, z_1)\,[\delta, \lambda](x_2, y_2, z_2) := \big(x_1, \lambda(x_1, z_2), \delta(x_1, z_2)\big)$$
$$T\big((x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3)\big) := (x_1, y_2, z_3)\,.$$

2. Wenn $\varphi = (\varphi_X, \varphi_Y, \varphi_Z)$ Homomorphismus zwischen Automaten ist, so sei $F_\varphi = \varphi_X \times \varphi_Y \times \varphi_Z$.

In diesem Zusammenhang ist auch die umgekehrte Fragestellung naheliegend: Existiert eine Einbettung von $\mathfrak{K}$ in $\mathfrak{A}$, welche voll ist und ebenfalls die entsprechenden Verbände von Faktorautomaten und Faktorstrukturen einander isomorph zuordnet?

Eine solche Einbettung würde genau die einfachen algebraischen Strukturen auf die einfachen Automaten (das sind Automaten mit genau zwei verschiedenen Faktorautomaten) abbilden. Diese einfachen Automaten haben aber die folgende Gestalt: Bis auf drei triviale Ausnahmen sind dies gerade die Automaten mit einer Eingabe, einer Ausgabe und einem Zyklus von Primzahllänge als Zustandsgraph. Ein solcher Automat kann keinen echten Teilautomaten besitzen.

Da nun aber durchaus einfache algebraische Strukturen mit echten Teilstrukturen existieren, folgt: Es existiert keine solche Einbettung von $\mathfrak{K}$ in $\mathfrak{A}$.

Literatur

[1] Bourbaki, N., Algèbre I. Paris 1958.
[2] Büchi, J. R., Algebraic Theory of Feedback in Discrete Systems; Part I. In: Automata Theory (Ed.: Caianiello, E. R.); Academic Press, New York 1966.
[3] Gluschkow, W. M., Theorie der abstrakten Automaten. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1963.
[4] Mitchell, B., Theory of Categories. Academic Press, New York 1965.

[1]) Mathematisches Institut der Universität Tübingen, 74 Tübingen, Neue Aula.

VOLKER CLAUS (Saarbrücken)[1]):

Der Homomorphiebegriff bei stochastischen Automaten

Stochastische Automaten werden in [1] als Verallgemeinerung der determinierten Automaten (s. [2]) gewonnen. Läßt man die Arbeitsweise im Inneren der Automaten unberücksichtigt, so kann man zwei Automaten bzw. ihre Zustände mit Hilfe des Äquivalenzbegriffes vergleichen. Berücksichtigt man jedoch die innere Arbeitsweise, so wird man von einer Abbildung, die zwischen zwei zu vergleichenden Automaten definiert wird, folgendes verlangen:

1. Die Abbildung ist strukturerhaltend,
2. die Einschränkung dieser Definition auf die Menge der determinierten Automaten stimmt mit den in [2] definierten Homomorphismen überein.

Es wird eine Abbildung angegeben, die diese Eigenschaften besitzt und als Homomorphismus bezeichnet wird (diese Abbildung stimmt nicht mit der in [1] gegebenen Definition des Homomorphismus überein; denn die dort angegebene Definition erfüllt nicht obige Bedingung). Ein surjektiver Homomorphismus, der die Eingabe- und Ausgabemenge unverändert läßt, heißt Reduktion. Hierfür gilt der Reduktionssatz: Gibt es zu einem Automaten $\mathfrak{A}$ zwei Reduktionen φ_1 und φ_2 mit den zugehörigen Bildautomaten $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$, dann existiert eine Reduktion ψ_1 von $\mathfrak{A}_1$ auf einen geeigneten Automaten $\mathfrak{A}'$ und eine Reduktion ψ_2 von $\mathfrak{A}_2$ auf denselben Automaten $\mathfrak{A}'$ mit $\psi_1 \circ \varphi_1 = \psi_2 \circ \varphi_2$; unter allen möglichen Automaten $\mathfrak{A}'$ mit dieser Eigenschaft existiert bis auf Isomorphie genau einer mit maximaler Zustandsmenge.

Ein Automat heißt minimal, wenn je zwei seiner Zustände inäquivalent sind. Zu jedem Automaten existiert mindestens ein äquivalenter minimaler Automat (s. [4]); es ist bisher nicht bekannt, ob es bis auf Isomorphie genau einen solchen gibt. Ein Automat heißt reduziert, wenn jede Reduktion von ihm auf einen anderen Automaten ein Isomorphismus ist. Zu jedem Automaten $\mathfrak{A}$ existiert (bis auf Isomorphie) höchstens ein reduzierter Automat $\mathfrak{A}'$, auf den $\mathfrak{A}$ durch eine Reduktion abgebildet werden kann. Falls $\mathfrak{A}$ endlich ist, so gibt es (bis auf Isomorphie) genau einen solchen Automaten $\mathfrak{A}'$; $\mathfrak{A}'$ heißt dann der zu $\mathfrak{A}$ reduzierte Automat. In $\mathfrak{A}$ sind zwei Zustände dann und nur dann äquivalent, wenn es auch ihre Bilder in $\mathfrak{A}'$ sind. Hieraus folgt: wenn $\mathfrak{A}$ den reduzierten Automaten $\mathfrak{A}'$ besitzt, dann lassen sich alle nach dem Konstruktionsverfahren in [4] aus $\mathfrak{A}$ gewonnenen minimalen äquivalenten Automaten auf dieselbe Weise aus $\mathfrak{A}'$ gewinnen.

In der Menge der determinierten Automaten sind die Begriffe „Äquivalenz" und „Reduktion" eng miteinander verknüpft: definiert man mit Hilfe der Reduktion eine „Äquivalenz 2. Art" (wenn zwei determinierte Automaten über eine Kette von Reduktionen verbunden sind, so sollen sie in diesem Sinne äquivalent heißen), so stimmen die beiden Äquivalenzbegriffe überein. Dieser Satz gilt auch noch auf der größeren Menge der Zustandsdeterminierten (s. [1]) Automaten. Allgemein gilt dieser Satz jedoch nicht.

Schließlich wird gezeigt, daß durch Reduktionen die Struktur der zu endlichen stochastischen Automaten gehörenden Graphen nicht verändert wird.

Literatur

[1] STARKE, P. H., Theorie stochastischer Automaten. EIK **1** (1965) 1, 5—32; 2, 71—98.
[2] GLUSCHKOW, W. M., Theorie der abstrakten Automaten. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1963.
[3] RABIN, M. O., Probabilistic Automata. Inform. and Control **6** (1963) 3, 230—245.
[4] NAWROTZKI, K., Eine Bemerkung zur Reduktion stochastischer Automaten. EIK **2** (1966) 3, 191—194.

[1]) Institut für Angewandte Mathematik der Universität des Saarlandes, 66 Saarbrücken 15.

ALFRED SCHMITT (Erlangen)[1]:

Zur Reduktion nichtdeterministischer und unvollständiger MEALY-Automaten

Nichtdeterministische und unvollständige MEALY-Automaten werden als Quadrupel $\mathfrak{A} = (X, Y, Z, \tau)$ definiert, in dem $\tau: Z \times X \to Z \times Y$ eine Transformation (Korrespondenz) ist, für die also $\tau[z, x] \subset Z \times Y$ gilt. Jedem Zustand eines Automaten ist eine Transformation $\lambda_z: \Omega(X) \to \Omega(Y)$ der freien Halbgruppe über X in die freie Halbgruppe über Y als „Leistung" zugeordnet. Zustände bzw. Automaten mit gleicher Leistung heißen äquivalent.

Jede Äquivalenzklasse von Automaten enthält voll reduzierte Automaten. Die Zustände solcher Automaten sind paarweise inäquivalent. Die voll reduzierten Automaten einer Äquivalenzklasse sind im allgemeinen nicht isomorph. Es gibt Automaten, die sich auf keinen voll reduzierten Automaten Z-homomorph abbilden lassen, d. h. homomorph reduzieren lassen. Jedoch sind die halbkomplettierten Automaten homomorph reduzierbar, und die komplettierten und voll reduzierten Automaten einer Äquivalenzklasse sind isomorph.

Durch eine Modifikation des MOOREschen Algorithmus (k-Äquivalenz) gelingt es, jeden endlichen Automaten auf Minimalform zu reduzieren und ihn zu komplettieren. Hierbei muß aus dem vorgelegten Automaten zunächst die einspurige Hülle gewonnen werden. Dann kann über die k-Äquivalenzklassenzerlegung der Zustände für $k = 1, 2, \ldots$ usw. die Äquivalenzklassenzerlegung der Zustände schlechthin ermittelt werden. Wenn bekannt ist, welche Zustände äquivalent sind, so läßt sich sofort ein voll reduzierter Automat angeben. Der klassische (vollständige und deterministische) MEALY-Automat ist ein Spezialfall unseres Automatenmodells.

Literatur

[1] SCHMITT, A., Theorie der nichtdeterministischen und unvollständigen MEALY-Automaten. Dissertation, Hannover 1966.

HANS-BERND ATORF (Hannover)[2]:

Einfache diagnostische Experimente bei MOORE-Automaten

Es handelt sich um bisher vorliegende Ergebnisse einer Diplomarbeit. Ziel dieser Arbeit ist es, notwendige und hinreichende Bedingungen für die Existenz von einfachen diagnostischen Experimenten anzugeben, d. h. es wird gefragt, wann es bei gegebener Automatentafel Eingabefolgen gibt, die allen Anfangszuständen verschiedene Ausgabefolgen zuordnen.

GÜNTER HOTZ (Saarbrücken)[3]:

Eine neue Klasse formaler Sprachen

Es wird eine Klasse formaler Sprachen erklärt, die mit den CHOMSKY-Sprachen eng verwandt ist. Man erhält solche Sprachen, indem man sich auf Produktionensysteme vom Typ der kontextfreien CHOMSKY-Sprachen beschränkt; allerdings wird im allgemeinen nicht erlaubt, Substitutionen beliebig durchzuführen, sondern diese Freiheit wird durch Vorschriften eingeschränkt, die die Substitutionen in bestimmter Weise koppeln. In der Terminologie der zugeordneten freien X-Kategorien heißt das, daß

[1]) Institut für Mathematische Maschinen und Datenverarbeitung der Universität Erlangen-Nürnberg, 852 Erlangen, Egerlandstr. 5.

[2]) Lehrstuhl für elektronische Rechenanlagen der TH Hannover, 3 Hannover, Welfengarten 1.

[3]) Institut für Angewandte Mathematik der Universität des Saarlandes, 66 Saarbrücken 15.

als Ableitungen nur Morphismen von endlich erzeugten Unter-X-Kategorien zugelassen werden. Im Unterschied zu [1] wird hier allerdings Quelle und Ziel der Morphismen allein durch das Teilwort über dem Hilfsalphabet beschrieben, wie dies auch in [2] geschehen ist.

Es ist klar, daß die kontextfreien CHOMSKY-Sprachen in der hier skizzierten Sprachklasse enthalten sind. Man kann zeigen, daß diese Sprachklasse ebenso allgemein ist, wie die allgemeinen CHOMSKY-Sprachen.

Der Vorteil dieser Klasse ist es, daß sie es gestattet, leicht Unterklassen zu definieren, die angenehme Abschlußeigenschaften besitzen.

So ist zum Beispiel die Sprachklasse $\mathfrak{S}$, die durch lineare Produktionen mit endlichen Mengen S aus der Halbgruppe über dem Hilfsalphabet als Verankerung erzeugt ist, abgeschlossen gegenüber der Vereinigung, dem Durchschnitt und dem Komplexprodukt. Läßt man für S auch reguläre Mengen zu, so ist $\mathfrak{S}$ auch noch gegenüber dem KLEENE-Operator „*" (d. h. dem Übergang von einer Menge zu dem von ihr erzeugten Monoid) abgeschlossen.

Die Verankerung durch eine Menge S anstelle der Verankerung durch ein Element S kann ersetzt werden durch „Vorschalten" einer regulären Sprache, deren Endsymbole die Hilfssymbole unserer betrachteten Sprache sind. Zu diesem Produkt von Sprachen siehe [3].

Literatur

[1] HOTZ, G., Eindeutigkeit und Mehrdeutigkeit formaler Sprachen. EIK **2** (1966) **4**, 235–246.

[2] HOTZ, G., Reduktionssätze über eine Klasse formaler Sprachen mit endlich vielen Zuständen. Math. Z. (erscheint demnächst).

[3] VOLLMERHAUS, W., Über die Zerlegung von freien X-Kategorien. Vortrag auf dieser Tagung.

HANS LANGMAACK (München)[1]:

Zur Äquivalenz der PAULschen und der HOTZschen Definition der Mehrdeutigkeit von CHOMSKY-Sprachen

$\Sigma = (A, \Pi, T, Z, S)$ sei eine CHOMSKY-0-Sprache mit dem Alphabet A, dem CHOMSKY-0-Produktionensystem Π, dem terminalen Alphabet T, dem Axiom Z und der Satzmenge S.

Σ heißt im Sinne von PAUL mehrdeutig, wenn es einen Satz u mit verschiedenen „kanonischen" Ableitungsfolgen von Z nach u gibt.

Σ heißt im Sinne von HOTZ mehrdeutig, wenn ein Satz u mit „wesentlich verschiedenen" Ableitungsfolgen von Z nach u existiert.

Beide Mehrdeutigkeitsbegriffe erweisen sich als äquivalent.

Denn erstens gilt (ohne einschränkende Bedingungen an die Produktionen), daß jede Klasse unwesentlich verschiedener Ableitungsfolgen höchstens einen kanonischen Repräsentanten besitzt.

Zweitens gilt: Wenn eine Ableitungsfolge von u nach v von allen kanonischen Ableitungsfolgen wesentlich verschieden ist, dann lassen sich zwei verschiedene kanonische Ableitungsfolgen von u nach v finden.

WALTER VOLLMERHAUS (Saarbrücken)[2]:

Über die Zerlegung von freien X-Kategorien

X_1 und X_2 seien X-Kategorien, deren Objektmengen nicht notwendig durchschnittsfremd sind. Wir definieren:

$$X_1 \circ X_2 = \{f \circ g | f \in Mor_{X_1}, g \in Mor_{X_2}, Q(f) = Z(g)\}$$

[1]) Mathematisches Institut der TH München, 8 München 2, Arcisstr. 21.

[2]) Institut für Angewandte Mathematik der Universität des Saarlandes, 66 Saarbrücken 15.

heißt sequentielles Produkt von X_1 nach X_2;

$$X_1 \times X_2 = \{f_1 \times g_1 \times f_2 \times g_2 \times \cdots \times f_r \times g_r | f_i \in Mor_{X_1}, g_i \in Mor_{X_2}, r \in \mathsf{N}\}$$

heißt kommutatives Produkt von X_1 und X_2.

Im allgemeinen sind $X_1 \circ X_2$ und $X_1 \times X_2$ echte Teilmengen der Morphismenmenge des von X_1 und X_2 erzeugten freien Produkts $X = \{X_1, X_2\}$ und enthalten ein Erzeugendensystem von X. Gilt $Mor_X = X_1 \circ X_2$ oder $Mor_X = X_1 \times X_2$ (hierfür schreiben wir im folgenden kurz $X = X_1 \circ X_2$ bzw. $X = X_1 \times X_2$), so erhält man übersichtliche Normalformen für die Morphismen von X. Denn ist $X = X_1 \circ X_2$, so besitzt ja jeder Morphismus f von X eine Darstellung $f = f_1 \circ f_2$ mit $f_i \in Mor_{X_i}$. Ist $X = X_1 \times X_2$, so gilt $X = X_1 \circ X_2$ und $X = X_2 \circ X_1$, und jeder Morphismus f von X besitzt also Darstellungen $f = f_1 \circ f_2$ und $f = f_2' \circ f_1'$ mit $f_i, f_i' \in Mor_{X_i}$. Sind X_1, X_2, und somit auch X, freie X-Kategorien und gilt $X = X_1 \times X_2$, so reduziert sich z. B. das Analyseproblem für das X nach [1] zugeordnete Semi-Thue-System $\mathfrak{S}$ auf das Analyseproblem für die den Faktoren X_i zugeordneten Teilsysteme $\mathfrak{S}_i$ von $\mathfrak{S}$.

Wir wollen nun ein Verfahren angeben, um zu einer freien X-Kategorie alle Zerlegungen in Faktoren zu bestimmen, die sich nicht weiter zerlegen lassen. Hierzu erklären wir zunächst eine Relation $<$ auf den Erzeugenden $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ von X: Es gilt $a_i < a_j$, wenn es einen Morphismus f von X gibt mit der Eigenschaft, daß in jeder sequentiellen Darstellung von f stets a_j vor a_i steht. In [2] ist gezeigt, wie man, falls das X zugeordnete Semi-Thue-System $\mathfrak{S}$ kontextfrei ist, die Relation $<$ bestimmen kann und daß sie transitiv ist.

Aus dieser Relation definiert man eine Äquivalenzrelation $\sim$: Genau dann gilt $a_i \sim a_j$, wenn $a_i < a_j$ und $a_j < a_i$ gilt. Die Äquivalenzklassen nach dieser Relation heißen die Atome von $\mathfrak{S}$. Die diesen Atomen zugeordneten freien X-Kategorien heißen atomare Faktoren von X. Es gilt der

Satz. *Ein atomarer Faktor von X läßt sich nicht als sequentielles Produkt darstellen. Aus den atomaren Faktoren erhält man (in naheliegender Weise) alle Zerlegungen von X.*

In [2] wurde gezeigt, daß sich die Atome von $\mathfrak{S}$ als zyklisch zusammenhängende Komponenten des der Relation $<$ zugeordneten gerichteten Graphen bestimmen lassen. Diese Vorgehensweise läßt sich auf allgemeinere Typen von Semi-Thue-Systemen übertragen. Die so erhaltenen Atome lassen für einige Typen keine weiteren Zerlegungen zu, für andere Typen sind jedoch noch weitere Zerlegungen möglich.

Literatur

[1] Hotz, G., Eindeutigkeit und Mehrdeutigkeit formaler Sprachen: EIK 2 (1966) 4, 235–246.

[2] Vollmerhaus, W., Die Zerlegung von kontextfreien Semi-Thue-Systemen mit Anwendung auf das Analysenproblem kontextfreier Sprachen. Beiträge zur Linguistik und Informationsverarbeitung, Heft 12, 1967.

Hermann Walter (Saarbrücken)[1]):

Pullbackkonstruktionen bei Semi-Thue-Systemen

Indem man von Semi-Thue-Systemen zu freien X-Kategorien übergeht, kann man erklären, was ein Homomorphismus zwischen Semi-Thue-Systemen ist, z. B. ein Funktor zwischen den zugehörigen freien X-Kategorien [1]. Dadurch wird eine Übertragung algebraischer Begriffe auf die Theorie der Semi-Thue-Systeme möglich, wie sie in der Theorie der endlichen Automaten durchgeführt wurde. Besonderes Interesse galt bei endlichen Automaten dem direkten Produkt. Es erscheint daher auch für Semi-Thue-Systeme vorteilhaft, zumindest etwas Ähnliches wie ein direktes Produkt zu

1) Institut für Angewandte Mathematik der Universität des Saarlandes, 66 Saarbrücken 15.

haben. Nun erweist sich aber das direkte Produkt von freien X-Kategorien nicht wieder als Semi-Thue-System interpretierbar. Wir gehen daher über zu der Verallgemeinerung des direkten Produkts, dem Pullback [3]. Es wird eine spezielle Pullbackkonstruktion angegeben, die sich als konstruktiv in dem Sinne erweist, daß man alle Zerlegungen eines gegebenen Semi-Thue-Systems als Pullback über der Kategorie der ebenen Netze herstellen kann (bis auf Isomorphie).

Betrachte die Kategorie der ebenen Netze $\mathfrak{N}$ [2]. Ist dann S ein beliebiges Semi-Thue-System, so kann man die Wortlänge L zu einem Funktor λ^S: $F(S) \to \mathfrak{N}$ hochheben $\big(F(S)$ sei die zu S gehörige freie X-Kategorie [1]$\big)$. Dann gilt folgender Satz:

Satz. *Seien S_1 und S_2 zwei Semi–Thue-Systeme derart, daß jeder Morphismus $f \in F(S_i)$ $(i = 1, 2,)$ eine und daher nur eine kanonisch sequentielle Darstellung besitzt (vgl. [1]). Dann gibt es ein Semi-Thue-System S und Funktoren pr^i: $F(S) \to F(S_i)$ $(i = 1, 2)$, so daß das dargestellte Diagramm ein Pullbackdiagramm in der Kategorie aller X-Kategorien und Funktoren ist.*

$$\begin{tikzcd}
 & F(S_1) \arrow[dl, "\lambda^{S_1}"'] & \\
\mathfrak{N} & & F(S) \arrow[ul, "pr^1"'] \arrow[dl, "pr^2"] \\
 & F(S_2) \arrow[ul, "\lambda^{S_2}"] &
\end{tikzcd}$$

Das in diesem Satz zu konstruierende Semi-Thue-System S bestimmt sich folgendermaßen:

$$A(S) = A(S_1) \times A(S_2) \;;$$
$$P(S) = \{(r_1, r_2) \in P(S_1) \times P(S_2) \mid \lambda^{S_1}(r_1) = \lambda^{S_2}(r_2)\}\,.$$

Die Funktoren pr^i $(i = 1, 2)$ werden durch die Projektionen p^i $(i = 1, 2)$ von $A(S)$ in $A(S_i)$ $(i = 1, 2)$ induziert.

Läßt man bei $P(S_1)$ bzw. $P(S_2)$ Regeln weg, die nicht mit Regeln von $P(S_2)$ bzw. $P(S_1)$ kombiniert werden können, oder nimmt man solche Regeln hinzu, dann ändert sich nichts am zugehörigen Pullback über $\mathfrak{N}$.

$P(S)$ erfüllt die folgende Bedingung.

Seien $r_1, r_2 \in P(S)$ mit $\lambda^S(r_1) = \lambda^S(r_2)$. Sind dann (s, t) und (s_1, t_1) durch die Gleichungen

$$p^i(s) = p^i\big(Q(r_i)\big)\,, \qquad p^i(t) = p^i\big(Z(r_i)\big)\,, \qquad (i = 1, 2)$$
$$p^i(s_1) = p^i\big(Q(r_j)\big)\,, \qquad p^i(t_1) = p^i\big(Z(r_j)\big) \qquad (i \neq j;\, i, j = 1, 2)$$

bestimmt, so sind (s, t) und (s_1, t_1) aus $P(S)$.

Zusammen mit der Existenz kanonisch sequentieller Darstellungen und der Isomorphie von $\big(A(S)\big)^*$ mit $\big(A(S_1) \times A(S_2)\big)^*$ ist diese Bedingung auch hinreichend dafür, daß $F(S)$ Pullback von $F(S_1')$ und $F(S_2')$ über $\mathfrak{N}$ ist, wobei gilt:

$$S_i' = A(S_i)^*, \quad P(S_i') = pr^i\big(P(S_i)\big)$$

$(i = 1, 2)$. Also ist diese Pullbackkonstruktion im angegebenen Sinne konstruktiv. In günstigen Fällen erreicht man eine erhebliche Verminderung der Anzahl der Regeln durch eine Zerlegung als Pullback, allerdings kann diese Anzahl auch in nichttrivialen Fällen nach der Zerlegung größer werden.

Literatur

[1] Hotz, G., Eindeutigkeit und Mehrdeutigkeit formaler Sprachen. EIK **2** (1966) 4, 235–246.

[2] Hotz, G., Eine Algebraisierung des Syntheseproblems von Schaltkreisen. EIK **1** (1965) 3, 185–206; 4, 209–232.

[3] MacLane, S., Homology. Springer Verlag, 1963.

CLAUS-PETER SCHNORR (Saarbrücken)[1]):

Untergrammatiken von kontextfreien Grammatiken

Aus verschiedenen Gründen beschäftigt man sich in neuerer Zeit mit einer Modifikation einer CHOMSKY-Grammatik, die darin besteht, daß man die Menge der Ableitungen in G durch Nebenbedingungen einschränkt, z. B. Matrizengrammatiken. Solche Grammatiken bezeichnen wir allgemein als Untergrammatiken von G.

Wir legen nach G. HOTZ [1] einer CHOMSKY-Grammatik die Struktur einer freien X-Kategorie $\mathfrak{F}$ zugrunde. Ableitungen sind Morphismen von $\mathfrak{F}$. Aufgrund der Strukturverwandtschaft freies Monoid — freie X-Kategorie läßt sich in der Morphismenmenge von $\mathfrak{F}$ ein Analogon zur regulären Menge eines freien Monoids erklären. Wir bezeichnen sie mit regulärer Untergrammatik (RUG). Die Klasse der RUG enthält als Element die Mengen $\{\alpha\}$, wobei α ein Morphismus mit Quellbereich im Alphabet ist. Sie ist abgeschlossen gegenüber Vereinigung, Durchschnittsbildung und weiteren Operationen. Ist G kontextfrei und S_1, S_2 RUG von G, so ist entscheidbar, ob $S_1 \subset S_2$. Der Satz gilt im allgemeinen nicht, wenn G kontextsensitiv ist. Er ist eine direkte Verallgemeinerung des entsprechenden Satzes für reguläre Mengen. Aus ihm folgt u. a.: Ist φ: $G_1 \to G_2$ Homomorphismus, G_1, G_2 kontextfrei, so ist entscheidbar, ob φ surjektiv ist. Letztere Fragestellung ist wichtig zur Vereinfachung des Analyse- und Wortproblems durch Homomorphismen. Sie wurde für lineare Grammatiken von G. HOTZ [2] gelöst und ist für beliebige CHOMSKY-Grammatiken noch offen. Die Satzmengen, die von RUG von kontextfreien Grammatiken dargestellt werden, sind kontextfrei.

Waren die einschränkenden Bedingungen an die Ableitungen bei RUG im Prinzip lokaler Natur, so erweitern wir das Konzept nun, indem wir ferner eine Klasse globaler Symmetriebedingungen an die Ableitungen untersuchen. Man erhält dadurch eine größere Klasse von Untergrammatiken: RSUG, für die sich aber die wesentlichen Sätze über RUG übertragen.

Die Satzmengen, die von RSUG von kontextfreien Grammatiken erzeugt werden, umfassen die kontextfreien Satzmengen echt. Sie enthalten ferner die Satzmengen, die von CFGP (Grammaire contextfree à peigne) [3] erzeugt werden, ebenso wie die Verallgemeinerungen der regulären Mengen, die man durch die in [4] behandelten freien assoziativen Systeme erhält. Wird L von einer RSUG einer kontextfreien Grammatik erzeugt ist, so ist entscheidbar, ob $L = \varnothing$.

Literatur

[1] HOTZ, G., Eindeutigkeit und Mehrdeutigkeit formaler Sprachen. EIK 2 (1966) 4, 235—246.

[2] HOTZ, G., Reduktionssätze über eine Klasse formaler Sprachen mit endlich vielen Zuständen. Math. Z. (erscheint demnächst).

[3] GUEDJ, R. D., Grammaires de Constituants Generaux. Dissertation Univ. Paris 1966.

[4] SCHNORR, C. P., Darstellbarkeit von Sprachen durch freie assoziative Systeme. Dissertation Univ. Saarbrücken 1967.

MAURICE NIVAT (Paris)[2]):

Sur une classe de langages context-free définissables au moyen d'une congruence de THUE

Nous appelons t-langage sur X^* tout langage L qui puisse se mettre sous la forme

$$L = \{f \in X^* \mid \varphi(\gamma f) = e\}$$

[1]) Institut für Angewandte Mathematik der Universität des Saarlandes, 66 Saarbrücken 15.

[2]) Université de Paris, Faculté des Sciences, Institute de Programmation, 6, Impasse d'Aubervilliers, Paris XIX.

où φ est un homomorphisme de X^* dans un groupe libre Γ, d'élément neutre e, et γ est un mot quelconque de X^*. Nous montrons que tout t-langage L peut se mettre sous la forme

$$L = \{f \in X^* \mid (\gamma f, e) \in \varrho\}$$

où $\varrho \subset X^* \times X^*$ est une congruence de Thue finiment engendrée, e est le mot vide, γ un mot de X^*. La construction est explicite.

La remarque que tout s-langage est l'image d'un t-langage dans un homomorphisme satisfaisant un certain nombre de conditions particulières nous permet alors d'étendre le résultat de Korenjak et Hopcroft (7th annual symposium in switching and automata theory) sur la décidabilité du problème de l'équivalence pour les s-langages.

Jean-François Perrot (Paris)[1]:

Über die kommutative Hülle context-freier Sprachen

Es werden einige Ergebnisse angegeben, die mit der sog. kommutativen Hülle der kontext-freien Sprachen (bzw. der regulären Ereignisse) im Zusammenhang stehen. Insbesondere wird das folgende, in Ginsburgs Buch [1] gestellte Problem negativ beantwortet:

„Es sei $X = \{x, y, z\}$ ein dreigliedriges Alphabet, und es bezeichne $x^*y^*z^*$ die Menge der Wörter $x^m y^n z^p$ mit m, n, p ganz. Gibt es eine in $x^*y^*z^*$ enthaltene context-freie Sprache, deren kommutative Hülle keine context-freie Sprache ist?"

Literatur

[1] Ginsburg, S., The Mathematical Theory of Context-Free Languages. McGraw-Hill, 1966; S. 169.

Peter Namneck (Konstanz)[2]:

Zyklenfreiheit von Grammatiken

Das Referat behandelt Kriterien für die Erkennung der Zyklenfreiheit von Grammatiken, insbesondere im nicht kontextfreien Fall. Es werden hierzu verschiedene Unterklassen von kontextsensitiven Grammatiken eingeführt und ein (hinreichender) Algorithmus zur Erkennung der Zyklenfreiheit in den meisten dieser Klassen angegeben.

Bleicke Eggers (Hannover)[3]:

Möglichkeiten der automatischen Erkennung und selbständigen Korrektur syntaktischer Fehler in indexgleichverteilten regulären Sprachen

Es wird eine ausgezeichnete echte Teilmenge der Menge der regulären Sprachen im Sinne Chomskys daraufhin untersucht, welche Eigenschaften ihre Elemente haben müssen, damit ein Fehler folgenden Typs in ihnen automatisch erkannt und korrigiert werden kann: „Genau ein Symbol der betreffenden Kette ist fehlerhaft". Es wird die Existenz eines Algorithmus anhand eines einfachen Beispiels erläutert, der folgendes leistet: Zu beliebig vorgegebener indexgleichverteilter Sprache L läßt sich mit Hilfe des Verfahrens in endlich vielen Schritten entscheiden, ob sich in L alle Fehler des besagten Typs automatisch erkennen und korrigieren lassen.

---

[1] Université de Paris, Faculté des Sciences, Institute de Programmation, 6, Impasse d'Aubervilliers, Paris XIX.

[2] AEG-Telefunken, 775 Konstanz, Bücklestr.

[3] Lehrstuhl für elektronische Rechenanlagen der TH Hannover, 3 Hannover, Welfengarten 1.